STUDIA MATHEMATICA, T. LXVI. (1980)

Propriété de Banach–Saks

par

B. BEAUZAMY (Paris)

Abstract. Nous définissons la propriété de Banach–Saks pour des opérateurs entre espaces de Banach et prouvons que tout opérateur qui la possède se factorise par un espace qui la possède aussi. La méthode utilisée, qui repose sur l'interpolation de Lions–Peetre, s'applique à l'étude d'autres propriétés.

Introduction. Notre but dans cet article est d'étudier les espaces d'interpolation réels de Lions–Peetre du point de vue des propriétés de factorisation. Nous donnons sur un exemple une nouvelle méthode permettant d'obtenir des théorèmes dits „de factorisation", c'est-à-dire du genre suivant: si A_0 et A_1 sont deux espaces de Banach, avec A_0 contenu dans A_1 avec injection continue i, les espaces d'interpolation $(A_0, A_1)_{\theta,p}$ $(0<\theta<1,\ 1<p<\infty)$ possèdent une propriété P si et seulement si l'injection i possède cette propriété. Deux théorèmes de ce type ont déjà été obtenus par l'auteur, dans [1] pour la réflexité (comme conséquence de [4]) et dans [2] pour la présence de sous-espaces isomorphes à l^1. L'exemple choisi pour développer cette nouvelle méthode est celui de la propriété de Banach–Saks (on lira les définitions plus loin), mais ce n'est qu'un exemple, et la méthode s'applique aussi bien aux deux résultats déjà mentionnés. Elle devrait en outre permettre d'obtenir d'autres résultats du même genre, concernant des propriétés de nature similaire. La méthode que nous développons repose sur une étude fine de la structure des espaces d'interpolation de Lions–Peetre, et elle est complètement différente, tant par la forme que par l'esprit, de toutes celles qui ont été développées pour obtenir des résultats de ce genre.

La propriété de Banach–Saks, outre la valeur d'exemple que nous avons mentionnée, permet de donner un résultat de factorisation pour les opérateurs uniformément convexifiants et les opérateurs de type Rademacher, introduits par l'auteur dans [1] et [2]. Pour les opérateurs uniformément convexifiants, par exemple, on sait qu'il n'y a pas en général factorisation par un espace super-réflexif. On sait par contre que, puisqu'ils sont faiblement compacts, ils se factorisent par un espace réflexif [4]. Nous démontrons ici qu'ils se factorisent par un espace qui possède la propriété de Banach–Saks, qui est une propriété plus forte que la réflexivité.

Soit $(x_n)_{n\in N}$ une suite de points dans un espace de Banach; on dit qu'elle est de Banach–Saks si les moyennes de Cesàro $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_n$ convergent. On dit qu'un espace de Banach E possède la propriété de Banach–Saks si toute suite bornée contient une sous-suite qui est de Banach–Saks; ces définitions sont celles utilisées par Brunel-Sucheston [3].

Soient E, F deux espaces de Banach, T un opérateur linéaire continu de E dans F. On dira que T possède la propriété de Banach–Saks si de toute suite bornée dans E on peut extraire une sous-suite dont l'image par T est de Banach–Saks dans F. L'objet de ce papier est de démontrer le théorème suivant:

THÉORÈME 1. *Si un opérateur T possède la propriété de Banach–Saks, il se factorise par un espace qui la possède aussi.* (Ceci signifie qu'il existe un espace Y, possédant la propriété de Banach–Saks, et deux opérateurs $S_1\colon E\to Y$, $S_2\colon Y\to F$, tels que $T = S_2\circ S_1$.)

Pour établir le théorème 1, il suffit d'établir le théorème suivant:

THÉORÈME 2. *Soient A_0, A_1 deux espaces de Banach entre lesquels existe une injection continue i. Cette injection possède la propriété de Banach–Saks si et seulement si les espaces d'interpolation de Lions–Peetre $(A_0, A_1)_{\theta,p}$ $(0<\theta<1,\ 1<p<\infty)$ la possèdent aussi.*

LEMME 1. *Si un opérateur T a la propriété de Banach–Saks, il est faiblement compact.*

Démonstration du lemme 1. Si T n'était pas faiblement compact, on pourrait trouver un nombre $\theta>0$, une suite (e_n) de points de E de norme 1, avec, $\forall k$,

$$\operatorname{dist}_F\big(\operatorname{conv}(Te_1, \ldots, Te_k),\ \operatorname{conv}(Te_{k+1}, \ldots)\big) > \theta.$$

Mais il est clair qu'aucune sous-suite de la suite (e_n) ne peut avoir une image de Banach–Saks, puisque

$$\Big\|\frac{1}{N}\sum_{1}^{N} Te_{n_k} - \frac{1}{2N}\sum_{1}^{2N} Te_{n_k}\Big\|_F \geqslant \theta/2,$$

et ceci prouve le lemme.

Par conséquent, si l'injection i de A_0 dans A_1 est de Banach–Saks, elle est faiblement compacte, et les espaces d'interpolation $(A_0, A_1)_{\theta,p}$ $(0<\theta<1,\ 1<p<\infty)$ sont réflexifs d'après [1]. Nous allons maintenant montrer qu'ils ont la propriété de Banach–Saks. Pour simplifier, nous le montrerons pour $(A_0, A_1)_{1/2,2}$, la démonstration étant identique pour les autres.

Supposons au contraire que l'on puisse trouver dans $A = (A_0, A_1)_{1/2,2}$ une suite bornée e_n dont aucune sous-suite ne soit de Banach–Saks. On peut supposer la suite (e_n) normalisée, et, puisque l'espace est réflexif, on peut la supposer faiblement convergente vers 0. Un résultat de Rosenthal [5] permet alors d'affirmer qu'il existe un nombre $\delta>0$ et une sous-suite $(e_n')_{n\in N}$ de la suite (e_n) qui possède la propriété suivante:

$$\forall k,\ k\leqslant n_1<n_2<\ldots<n_{2k},$$

$\forall c_1, \ldots, c_{2k}$ scalaires,

$$\delta\sum_{1}^{2^k}|c_\alpha| \leqslant \Big\|\sum_{\alpha=1}^{2^k} c_\alpha e_{n_\alpha}'\Big\|.$$

Rappelons que la norme de l'espace d'interpolation peut être définie par la formule:

$$\|x\| = \inf_{x=\sum_{-\infty}^{+\infty} x(m)} \max\big(\|e^{\xi_0 m}x(m)\|_{l^2(A_0)},\ \|e^{\xi_1 m}x(m)\|_{l^2(A_1)}\big) \tag{1}$$

avec $\xi_0 = -\xi_1$ (puisque $\theta = \xi_0/(\xi_0-\xi_1) = \frac{1}{2}$).

Rappelons en outre que, pour toute représentation (m) de x (c'est-à-dire pour toute suite $x(m)$ telle que $\sum_{-\infty}^{+\infty} x(m) = x$, avec $\big(\max\|e^{\xi_0 m}x(m)\|_{l^2(A_0)}$, $\|e^{\xi_1 m}x(m)\|_{l^2(A_1)}\big)<\infty\big)$, on a la formule:

$$\|x\| \leqslant \max(e^{\xi_0}, e^{\xi_1})\|e^{\xi_0 m}x(m)\|_{l^2(A_0)}^{1/2}\cdot\|e^{\xi_1 m}x(m)\|_{l^2(A_1)}^{1/2} \tag{2}$$

(pour fixer les idées, nous prendrons $\xi_0 = -1$, $\xi_1 = +1$ dans la suite). Soit η avec $0<\eta$. Choisissons, pour chaque n, une représentation $e_n(m)$ de e_n, avec:

$$\max\big(\|e^{-m}e_n(m)\|_{l^2(A_0)},\ \|e^m e_n(m)\|_{l^2(A_1)}\big) \leqslant 1+\eta. \tag{3}$$

Pour chaque n, on a, d'après 2:

$$1 = \|e_n\| \leqslant e\|e^{-m}e_n(m)\|_{l^2(A_0)}^{1/2}\cdot\|e^m e_n(m)\|_{l^2(A_1)}^{1/2}$$

et donc

$$\|e^m e_n(m)\|_{l^2(A_1)} \geqslant \frac{1}{(1+\eta)e^2}.$$

Nous allons maintenant normaliser, pour chaque n, la suite $\big(e_n(m)\big)_{m\in N}$, en posant:

$$e_n'(m) = \frac{e_n(m)}{\|e^m e_n'(m)\|_{l^2(A_1)}},$$

si bien que

$$\|e^m e_n'(m)\|_{l^2(A_1)} = 1,\qquad \|e^{-m}e_n'(m)\|_{l^2(A_0)} \leqslant (1+\eta)^2e^2. \tag{4}$$

Par ailleurs, $\forall k$, $k \leqslant n_1 < n_2 < \ldots < n_{2^k}$, $\forall c_1, \ldots, c_{2^k}$ scalaires, on a:

$$\delta \sum_1^{2^k} |c_i| \leqslant e \Big\| e^{-m} \sum_{a=1}^{2^k} c_a e_{n_a}(m) \Big\|_{l^2(\Delta_0)}^{1/2} \cdot \Big\| e^m \sum_{a=1}^{2^k} c_a e_{n_a}(m) \Big\|_{l^2(\Delta_1)}^{1/2}$$

et on en déduit, en posant $\delta' = \delta^2/(1+\eta)e^2$,

$$(5) \qquad \Big\| e^m \sum_1^{2^k} c_a e'_{n_a}(m) \Big\|_{l^2(\Delta_1)} \geqslant \delta' \sum_{a=1}^{2^k} |c_a|.$$

Remarquons que nous pouvons, sans modifier (4) et (5), supposer que, pour chaque n, la suite $(e'_n(m))_{m \in N}$ a un support réduit à un nombre fini de points.

Nous allons maintenant établir un lemme:

LEMME 2. *Il existe un nombre M_0 et un indice i_0 tels que $\forall i > i_0$,*

$$\Big(\sum_{m=-M_0}^{M_0} \| e^m e'_i(m) \|_{\Delta_1}^2 \Big)^{1/2} \geqslant (1-\eta)\, \delta'.$$

Démonstration du lemme 2. Supposons que ce ne soit pas vrai: on pourrait alors construire par récurrence deux suites strictement croissantes d'entiers M_k et i_k telles que, si l'on pose

$$I_k = [-M_{k+1}, -M_k[\cup]M_k, M_{k+1}]$$

et

$$e_{i_k}^D(m) = e'_{i_k}(m) \quad \text{si } m \in I_k, \qquad = 0 \quad \text{sinon}$$

et $e_{i_k}^C(m) = e'_{i_k}(m) - e_{i_k}^D(m)$ $\forall m$, on ait les propriétés suivantes:

– les $e_{i_k}^D$ sont à supports disjoints pour $k = 1, 2, \ldots$,

– les $e_{i_k}^C$ vérifient $\| e^m e_{i_k}^C(m) \|_{l^2(\Delta_1)} < (1-\eta)\delta'$.

On déduit alors de (5) que si $K \in N$, on a

$$\delta' \sum_1^{2^k} |c_a| \leqslant \Big\| \sum_1^{2^k} c_a e^m e'_{i_a} \Big\|_{l^2(\Delta_1)} \leqslant \Big\| \sum_1^{2^k} c_a e^m e_{i_a}^C \Big\|_{l^2(\Delta_1)} + \Big\| \sum_1^{2^k} c_a e^m e_{i_a}^D \Big\|_{l^2(\Delta_1)}$$

et donc, en prenant tous les c_a égaux à $1/2^k$:

$$\delta' \leqslant (1-\eta)\, \delta' + 1/2^{k/2},$$

ce qui est impossible lorsque k est assez grand; ceci prouve le lemme. Nous éliminons les i_0 premiers termes de la suite (e'_i) et rénumérotons: l'énoncé du lemme sera alors vrai avec $i_0 = 0$.

Nous allons maintenant étudier la répartition des masses des e'_i. Deux cas se présentent:

(A) ou bien $\exists M$ $\exists i_0$, $\forall i > i_0$ $\Big(\sum_{-M}^{+M} \| e^m e'_i(m) \|_{\Delta_1}^2 \Big)^{1/2} \geqslant [1 - [(1-\eta)\,\delta']^2]^{1/2}$,

(B) ou bien $\forall M$, $\forall i_0$ $\exists i > i_0$ $\Big(\sum_{-M}^{+M} \| e^m e'_i(m) \|_{\Delta_1}^2 \Big)^{1/2} < [1 - [(1-\eta)\,\delta']^2]^{1/2}$.

Posons $\delta_1 = (1-\eta)\,\delta'$, et considérons d'abord le cas (A). On a alors, $\forall i > i_0$, $\big(\sum_{|m| > M} \| e^m e'_i(m) \|_{\Delta_1}^2 \big)^{1/2} \leqslant \delta_1$.

On décompose $e'_i(m)$ en $e'_i(m) = e_i^A(m) + e_i^L(m)$, avec $e_i^L(m) = e'_i(m)$ si $|m| > M$, 0 sinon. Si $j \in N$ et $j \leqslant n_1 < \ldots < n_{2^j}$, on a, $\forall c_1, \ldots, c_{2^j}$,

$$\delta' \sum_1^{2^j} |c_a| \leqslant \Big\| \sum_1^{2^j} c_a e^m e_a^A(m) \Big\|_{l^2(\Delta_1)} + \Big\| \sum_1^{2^j} c_a e^m e_a^L(m) \Big\|_{l^2(\Delta_1)}$$

et donc:

$$(6.0) \qquad \Big\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_a^A(m) \Big\|_{l^2(\Delta_1)} \geqslant \eta \delta' \sum_1^{2^j} |c_a|.$$

Supposons maintenant le cas (B) réalisé. On construit alors, comme dans la démonstration du lemme 2, deux suites strictement croissantes d'entiers M_k et i_k, avec $M_1 > M_0$, telles que:

– $e'_{n_k}(m)$ soit à support dans $[-M_k+1, M_k-1]$,

– $\big(\sum_{|m| \leqslant M_{k-1}} \| e^m e'_{n_k}(m) \|_{\Delta_1}^2 \big)^{1/2} < (1-\delta_1^2)^{1/2}$.

On décompose alors $e'_{n_k}(m)$ en $e'_{n_k}(m) = e_{n_k}^P + e_{n_k}^D$, avec $e_{n_k}^P(m) = e_{n_k}(m)$ si $|m| \leqslant M_{k-1}$, 0 sinon. Les $e_{n_k}^D$ sont à supports disjoints. Donc, si $j \leqslant n_1 < \ldots < n_{2^j}$, si $c_1, \ldots, c_{2^j}$ sont des scalaires:

$$\delta' \sum_1^{2^j} |c_a| \leqslant \Big\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{i_{n_a}}^P \Big\|_{l^2(\Delta_1)} + \Big\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{i_{n_a}}^D \Big\|_{l^2(\Delta_1)}$$

et donc

$$\Big\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{i_{n_a}}^P \Big\|_{l^2(\Delta_1)} \geqslant \delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - \Big(\sum_1^{2^j} |c_a|^2 \Big)^{1/2},$$

avec $\| e^m e_{i_k}^P \|_{l^2(\Delta_1)} < (1-\delta_1^2)^{1/2}$ pour tout k.

Remarquons que puisque, pour tout i, $\big(\sum_{|m| \leqslant M_0} \| e^m e_i(m) \|_{\Delta_1}^2 \big)^{1/2} \geqslant (1-\eta)\,\delta'$, on a nécessairement

$$\Big(\sum_{|m| \leqslant M_0} \| e^m e_i^P(m) \|_{\Delta_1}^2 \Big)^{1/2} \geqslant (1-\eta)\,\delta'.$$

Nous plaçant toujours dans le cas (B), nous considérons maintenant la suite $e_{i_k}^P$, que nous appelons simplement e_i^P après renumérotation. Deux cas se présentent:

(BA) ou bien $\exists M,\ \exists i_0,\ \forall i > i_0, \left(\sum_{-M}^{+M} \|e^m e_i^P(m)\|_{A_1}^2\right)^{1/2} \geqslant (1-2\delta_1^2)^{1/2}$.

On pose alors $e_i^{PA}(m) = e_i^P(m)$ si $|m| \leqslant M$, 0 sinon, et on obtient, $\forall j \in N,\ j \leqslant i_1 < \ldots < i_{2^j},\ \forall c_1, \ldots, c_{2^j}$ scalaires:

$$\left\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{i_a}^{PA} \right\| \geqslant \eta\delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - \left(\sum_1^{2^j} |c_a|^2\right)^{1/2}. \tag{6.1}$$

(B^2) Ou bien $\forall M,\ \forall i_0,\ \exists i > i_0\ \left(\sum_{-M}^{+M} \|e^m e_i^P(m)\|_{A_1}^2\right)^{1/2} < (1-2\delta_1^2)^{1/2}$.

On construit alors une sous-suite $e_{i_k}^P$ que l'on décompose en $e_{i_k}^P(m) = e_{i_k}^{P^2}(m) + e_{i_k}^{PD}(m)$, où les $e_{i_k}^{PD}$ sont à supports disjoints et $\|e^m e_{i_k}^{P^2}(m)\|_{l^2(A_1)} < (1-2\delta_1^2)^{1/2}$. On a en outre

$$\left\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{i_{n_a}}^{P^2}(m) \right\|_{l^2(A_1)} \geqslant \delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - 2\left(\sum_1^{2^j} |c_a|^2\right)^{1/2},$$

et on remarque que

$$\left(\sum_{|m| \leqslant M_0} \|e^m e_{i_k}^{P^2}(m)\|_{A}^2\right)^{1/2} \geqslant (1-\eta)\,\delta'.$$

On continue de la même façon: si les cas (B), (B^2), …, (B^k) se sont produits, on a des fonctions $e_i^{P^k}$, qui satisfont

$$\left\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{n_a}^{P^k} \right\|_{l^2(A_1)} \geqslant \delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - k\left(\sum_1^{2^j} |c_a|^2\right)^{1/2}$$

et

$$\|e^m e_i^{P^k}(m)\|_{l^2(A_1)} < (1-k\delta_1^2)^{1/2}, \qquad \left(\sum_{|m| \leqslant M_0} \|e^m e_i^{P^k}(m)\|_{A_1}^2\right)^{1/2} \geqslant \delta_1$$

et on subdivise le cas (B^k) en deux:

(B^kA) $\exists M,\ \exists i_0,\ \forall i > i_0 \left(\sum_{-M}^{+M} \|e^m e_i^{P^k}(m)\|_{A_1}^2\right)^{1/2} \geqslant (1-(k+1)\,\delta_1^2)^{1/2}$.

On en déduit

$$\left\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{i_{n_a}}^{P^k A}(m) \right\|_{l^2(A_1)} \geqslant \eta\delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - k\left(\sum_1^{2^j} |c_a|^2\right)^{1/2}, \tag{6.k}$$

(B^{k+1}) $\forall M,\ \forall i_0,\ \exists i > i_0, \left(\sum_{-M}^{+M} \|e^m e_i^{P^k}(m)\|_{A_1}^2\right)^{1/2} < (1-(k+1)\,\delta_1^2)^{1/2}$

et ainsi de suite.

Soit k_0 = partie entière de $(1-\delta_1^2)/\delta_1^2$. Supposons que les cas (B), (B^2), …, (B^{k_0}) se soient produits. On a, d'après le lemme 2:

$$\left(\sum_{-M_0}^{M_0} \|e^m e_i^{P^{k_0}}(m)\|_{A_1}^2\right)^{1/2} \geqslant (1-\eta)\,\delta' \geqslant [1-(k_0+1)\,\delta_1^2]^{1/2}.$$

et donc le cas (B^{k_0}A) se produit.

Il en résulte que l'un des cas (A), (BA), (B^2A), …, (B^{k_0}A) se produit nécessairement, et donc que l'une des inégalités (6.0), …, (6.k_0) est satisfaite: on a, pour un k entre 0 et k_0:

$$\left\| e^m \sum_1^{2^j} c_a e_{n_a}^{P^k A} \right\|_{l^2(A_1)} \geqslant \eta\delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - k\left(\sum_1^{2^j} |c_a^2|\right)^{1/2}$$

et les fonctions $e_i^{P^k A}$ sont toutes à support contenu dans un même intervalle $[-M_k, M_k]$. On en déduit

$$\left\| \sum_1^{2^j} c_a e_{n_a}^{P^k A} \right\|_{l^2(A_1)} \geqslant \frac{1}{e^{M_k}} \left[\eta\delta' \sum_1^{2^j} |c_a| - k\left(\sum_1^{2^j} |c_a|^2\right)^{1/2}\right]. \tag{7.k}$$

Par ailleurs, il est clair que

$$\|e^{-m} e_i^{P^k A}\|_{l^2(A_0)} \leqslant (1+\eta)^2 e^2$$

et donc

$$\|e_i^{P^k A}\|_{l^2(A_0)} \leqslant e^{M_k}(1+\eta)^2 e^2. \tag{8.k}$$

Pour obtenir une contradiction, nous allons utiliser une lemme:

Lemme 3. *Soit N un entier positif. Si i est de Banach-Saks de A_0 dans A_1, elle l'est aussi de A_0^N dans A_1^N.*

Démonstration. Il suffit évidemment de montrer le lemme pour $N = 2$, et il résulte immédiatement du fait, démontré par Erdös–Magidor, qu'une suite de Banach–Saks admet une sous-suite dont toutes les sous-suites sont de Banach–Saks.

Prenant dans le lemme $N = 2M_k+1$, on obtient une contradiction: si i est de Banach-Saks de A_0^N dans A_1^N, il n'est pas possible de trouver une suite f_i (on pose $f_i = e_i^{P^k A}$ pour simplifier) vérifiant (7.k) et (8.k). En effet, (f_i) est borné dans A_0^N, et

$$\left\| \frac{1}{2^{j/2}} \sum_1^{2^{j/2}} f_i - \frac{1}{2^j} \sum_1^{2^j} f_i \right\|_{l^2(A_1)} \geqslant \frac{\eta\delta'}{M_k} > 0,$$

pour j assez grand. Les sommes de Césàro de (f_i) ne peuvent donc converger, et un raisonnement identique s'applique à chacune des sous-suites. Ceci achève la démonstration du théorème.

Nous allons maintenant donner une application du théorème 1 à la factorisation de certaines classes d'opérateurs. Rappelons (voir [2]) qu'un opérateur T est de type Rademacher si les nombres

$$a_n(T) = \sup_{\substack{x_1, \ldots, x_n \in E \\ \|x_i\| \leq 1}} \frac{1}{n} \int \Big\| \sum_1^n \varepsilon_i(t) T x_i \Big\| dt$$

tendent vers 0 lorsque n tend vers l'infini.

THÉORÈME 3. *Tout opérateur faiblement compact de type Rademacher (et en particulier* (voir [1]) *tout opérateur uniformément convexifiant) se factorise par un espace possédant la propriété de Banach–Saks.*

Démonstration. Il suffit de montrer le théorème pour une injection i de A_0 dans A_1. On vérifie facilement que si l'on peut trouver une suite de fonctions (f_i) bornées dans A_0^N et satisfaisant des conditions du type (7.k) dans A_1, l'injection i ne peut être de type Rademacher de A_0^N dans A_1^N: ceci implique qu'elle ne l'est pas non plus de A_0 dans A_1, ce qui prouve le théorème.

Remarque. La méthode introduite dans la démonstration du théorème s'applique à d'autres propriétés que la propriété de Banach-Saks. Elle permet notamment de retrouver le théorème de factorisation d'un opérateur faiblement compact par un espace réflexif démontré par Davis–Figiel–Johnson–Pełczyński [4], puis par l'auteur dans le cadre des espaces d'interpolation. Pour l'obtenir, on utilise un résultat de R. C. James: si $(A_0, A_1)_{\theta,p}$ n'est pas réflexif, on peut y trouver une suite de points (x_n) de norme 1, avec, $\forall k \in \boldsymbol{N}$:

$$\operatorname{dist}\big(\operatorname{conv}(x_1 \ldots x_k), \operatorname{conv}(x_{k+1} \ldots)\big) > \theta.$$

En choisissant θ proche de 1, on peut se passer de l'étude des différents cas dans la démonstration du théorème 2, et le lemme 2 suffit à conclure.

On peut également retrouver, par la même méthode, le théorème de factorisation par un espace ne contenant pas l^1 démontré par l'auteur dans [2]; là aussi, la démonstration est plus simple que celle que nous venons de présenter ici.

Bibliographie

[1] B. Beauzamy, *Opérateurs uniformément convexifiants*, Studia Math. 57 (1976), pp. 103–139.

[2] — *Opérateurs de type Rademacher*, Séminaire Maurey–Schwartz 1975–1976, Ecole Polytechnique, Paris.

[3] A. Brunel and L. Sucheston, *On J-convexity and some ergodic super-properties of B-spaces*, Trans. Amer. Math. Soc. 204 (1975), pp. 79–90.

[4] W. J. Davis, T. Figiel, W. B. Johnson and A. Pełczyński, *Factoring weakly compact operators*, J. Funct. Analysis 17, 3 (1974).

[5] H. P. Rosenthal, Lecture at the Durham Symposium on relations between infinite dimensional and finite dimensional convexity, Durham, July 1975.

Received February 1, 1977 (1255)