eine unbeschränkte Folge; der Schluss in der umgekehrten Richtung ist jedenfalls für perfekte Verfahren zulässig. Das erleichtert den Beweis von Umkehrsätzen; so genügt es bei vielen Lückensätzen, beschränkte Folgen zu betrachten (Meyer-König 1956).

Weitere Strukturuntersuchungen — auch mit elementaren Mitteln — führen zu Inäquivalenzsätzen und zu einer Klasseneinteilung der Wirkfelder. Man fragt dabei, ob sich Vereinigung und Durchschnitt von Matrixverfahren, starke Summierbarkeit, Fastkonvergenz usw. durch gewöhnliche Matrixverfahren darstellen lassen; wie weit sich zeilenfinite Matrizen von zeileninfiniten unterscheiden; welche konvergenztreue Verfahren durch permanente zu ersetzen sind, usw. Ergebnisse in dieser Richtung stammen von Lorentz (1941), Kuttner (1946), Erdös-Piranian (1950) und anderen.

In neuerer Zeit hat die Limitierung beschränkter Folgen grössere Beachtung gefunden. Erwähnt seien: Die auf Banach-Limites beruhende Fastkonvergenz von Lorentz (1948), die Brudno-Normen von Wirkfeldern (Brudno 1945), die Fast-Unverträglichkeit von Matrixverfahren (Lorentz 1958) und vor allem die Verwendung von Saks-Räumen durch Alexiewicz und Orlicz (ab 1955).

Man kann hoffen, dass sich bei Umkehrsätzen die linearen Räume (ganz abgesehen von den Banach-Algebren) noch stärker durchsetzen werden. Es sollte möglich sein, die Methoden von R. Schmidt und N. Wiener in allgemeinere Gestalt zu bringen und die Beziehungen zwischen der Limitierbarkeit beschränkter und unbeschränkter Folgen stärker auszunützen. Dabei dürften sich Saks-Räume und angeordnete Räume als wertvolle Hilfsmittel erweisen.

STUDIA MATHEMATICA, SERIA SPECJALNA, Z. I. (1963)

Über die Mengen der regulären und singulären Punkte einer Distribution

von

Z. ZIELEŹNY (Wrocław)

Der Gegenstand unserer Betrachtungen sind die Distributionen von L. Schwartz einer Veränderlichen.

S. Łojasiewicz führte in [1] und [2] den Begriff des Wertes einer Distribution in einem Punkte ein. Die Definition lautet: Die Distribution T hat im Punkte x_0 einen Wert, wenn der Limes

$$\lim_{\lambda\to 0} T(x_0+\lambda x)$$

existiert und konstant ist.

Die Existenz bzw. Nichtexistenz des Wertes im oben angedeuteten Sinne nehmen wir als Grundlage zur Klassifikation der Punkte auf reguläre und singuläre für die gegebene Distribution. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Charakterisation der Mengen regulärer und singulärer Punkte einer Distribution.

Zunächst führen wir für eine Distribution den Begriff „beschränkt in einem Punkte" ein.

Definition. Die in einer Umgebung von x_0 definierte Distribution T heiße im Punkte x_0 *beschränkt*, wenn die Menge der Distributionen

$$T(x_0+\lambda x) \quad \text{mit} \quad 0<\lambda<1 \tag{1}$$

beschränkt ist; die Distribution T heiße in x_0 *rechtsseitig* bzw. *linksseitig beschränkt*, wenn die Menge (1) in einer Umgebung von $x=0$ für $x>0$ bzw. $x<0$ beschränkt ist.

Es zeigt sich, daß die Beschränktheit der Distribution T im Punkte x_0 der Existenz in x_0 der endlichen extremen n-ten Differentialkoeffizienten im Sinne von Denjoy

$$F(x) = a_0+a_1(x-x_0)+\ldots+a_{n-1}(x-x_0)^{n-1}+O(|x-x_0|^n) \tag{2}$$

für ihre beliebige Primitive F der hinreichend großen Ordnung n gleichwertig ist.

Die rechts- bzw. linksseitige Beschränktheit der Distribution T im

Punkte x_0 ist der Existenz in x_0 der endlichen extremen n-ten Differentialkoeffizienten (2) von der rechten bzw. linken Seite gleichwertig.

Es gilt

SATZ 1. *Sei E die Menge der Punkte, in denen die Distribution T mindestens einseitig beschränkt ist. Dann hat T einen Wert fast überall in E.*

Hieraus folgt

SATZ 2. *Die Menge S aller singulären Punkte einer Distribution ist eine Vereinigung*

$$S = S_\infty \cup S_b$$

worin S_∞ ein G_δ und S_b ein $G_{\delta\sigma}$ vom Maße Null ist.

Mit S_∞ wurde die Menge der Unbeschränktheit der Distribution bezeichnet, während S_b aus allen singulären Punkten besteht, in denen die Distribution beschränkt ist.

Umgekehrt gilt

SATZ 3. *Zu jeder Vereinigung S einer G_δ-Menge S_1 und einer $G_{\delta\sigma}$-Menge S_2 vom Maße Null existiert eine Distribution, für welche S die Menge singulärer und CS die Menge regulärer Punkte ist.*

Literatur

[1] S. Łojasiewicz, *Sur la valeur et la limite d'une distribution en un point*, Studia Math. 16 (1957), S. 1-36.

[2] S. Łojasiewicz, J. Wloka und Z. Zieleźny, *Über eine Definition des Wertes einer Distribution*, Bull. Acad. Polon. des Sci., Cl. III, 3 (1955), S. 479-481.

STUDIA MATHEMATICA, SERIA SPECJALNA, Z. I. (1963)

Some remarks on topological algebras

by

W. ŻELAZKO (Warszawa)

1. Introduction

The development of the theory of any class of topological linear spaces yields the developement of the theory of analogical class of topological algebras. The eminent Gelfand's theory of Banach algebras was followed by the theory of Banach spaces; the same is the case with locally convex and other classes of topological algebras. In this paper a short account of the basic properties of normed algebras and of some of their generalizations is given. The following well-known theorem of Kolmogoroff is a starting point of our classification: a topological linear space is a normed space if and only if it is a locally bounded and at the same time locally convex space. There follow two generalizations of normed algebras: locally bounded algebras and locally convex algebras. We give a comparison of some basic properties of these algebras. The following aspects will be considered: continuity of multiplication, structure of division algebras, some problems connected with representations, involutions. Some unsolved problems will be formulated or recalled.

2. Definitions and notations

A *topological algebra* is an algebra over the real or complex scalars which is a topological linear space with an associative and separately continuous multiplication (i. e. xy is continuous in one variable with fixed another). Every topological algebra may be topologically imbedded in an algebra with unit. In the sequel we shall assume that every considered algebra possesses the unit e.

A *radical* of an algebra A is the intersection of all its maximal left ideals.

A *topological division algebra* is an algebra in which for every $x \neq 0$ there exists an inverse x^{-1}. The continuity of inversion is not assumed. A class of topological algebras is said to possess the property M [30], if every division algebra belonging to this class is isomorphic and hom-