By x_p^ε we denote $x_p^\varepsilon = \{\xi_i^{p,\varepsilon}\}$, where

$$\xi_i^{p,\varepsilon} = \begin{cases} 0 & \text{for} \quad i \neq p, \\ \varepsilon^p & \text{for} \quad i = p. \end{cases}$$

Obviously $\|x_p^\varepsilon\| = \varepsilon$, but

$$\left\| \frac{x_1^\varepsilon + \ldots + x_n^\varepsilon}{n} \right\| = \varepsilon \sum_{p=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/p} \geqslant \varepsilon \left(\frac{1}{n} + \sum_{p=2}^{n} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/2}\right) \geqslant \varepsilon \frac{(n-1)}{\sqrt{n}} \to \infty.$$

On the other hand, it is easy to verify that

$$c(X_n', \varepsilon, t) = \begin{cases} \varepsilon t^{1/n} & \text{for} \quad |t| \leqslant 1, \\ \varepsilon & \text{for} \quad |t| > 1, \end{cases}$$

whence X is a Schwartz space.

References

[1] S. Banach, *Théorie des opérations linéaires*, Warszawa 1932.

[2] D. G. Bourgin, *Linear topological spaces*, Amer. Jour. of Math. 65 (1943), p. 637-659.

[3] J. Dieudonné et L. Schwartz, *La dualité dans les espaces (F) et (DF)*, Ann. Inst. Fourier Grenoble 1 (1950), p. 61-101.

[4] A. Grothendieck, *Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires*, Mem. Amer. Math. Soc. 16 (1955), p. 1-140.

[5] — *Sur les espaces (F) et (DF)*, Summa Brasil. Math. 3 (1954), p. 57-121.

[6] E. Hille and R. S. Phillips, *Functional analysis and semigroups*, Amer. Math. Soc. Coll. Publ. 31 (1957).

[7] D. H. Hyers, *Locally bounded linear topological spaces*, Revista de Ciencias 41 (1939), p. 558-574.

[8] S. Mazur et W. Orlicz, *Sur les espaces métriques linéaires*, Studia Math. 10 (1948), p. 184-208.

[9] — ibidem 13 (1953), p. 137-179.

Reçu par la Rédaction le 1. 4. 1960

STUDIA MATHEMATICA, T. XX. (1961)

Anerkennung der Priorität zu meinem "Beitrag zur Theorie des Maßringes mit Faltung"

von

S. HARTMAN (Wrocław)

Satz 3 aus meinem Beitrag [3] ist implizit in [5], [1] und [2] enthalten. Die Autoren haben nämlich bewiesen (z. B. Theorem 3 in [2], S. 189), daß im Ring aller Funktionen von beschränkter Schwankung in $(-\infty, \infty)$ eine Funktion f immer dann eine Reziproke (im Sinne der Faltung) hat, wenn ihre Fouriertransformierte F, ihre sprungartige Komponente h und ihre stetige singuläre Komponente s folgenden Ungleichungen genügen:

(1) $$|F(x)| > c > 0 \qquad (-\infty < x < \infty),$$

(2) $$\operatorname*{Var}_{-\infty<t<\infty} s(t) < \inf_x \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt} dh(t) \right|.$$

Überträgt man diesen Satz von der reellen Achse auf den Kreis, was keine Änderung der Beweismethode erfordert, so erhält man ein Ergebnis, das sich vom Satz 3 aus [3] dadurch unterscheidet, daß anstatt $s(t) \equiv 0$ das dem Kreis angepaßte Analogon von (2) angenommen wird und daß jede Lokalisierung der Sprungstellen der Reziproken von f fehlt. In logischer Hinsicht sind diese Aussagen unvergleichbar, sie sind aber nicht wesentlich verschieden.

Meine Beweismethode ist der in [2] ganz analog, insofern sie das Dichtliegen der stetigen Charaktere in der Charaktergruppe der „diskreten Zahlenachse" (Theorem 2 in [2], S. 177) ausnutzt. Somit ist Satz 1 aus [3] auch teilweise als bekannt zu betrachten, nämlich für den Fall, wenn die Gruppe G die reelle Achse oder (durch naheliegende Modifizierung) die Kreisgruppe ist. In dieser Beziehung muß ich den Einwand des Referenten in Mathematical Reviews [4] dankend anerkennen und mich durch den erschwerten Zugang zu der von ihm zitierten Literatur (aus den der Kriegszeit dicht benachbarten Jahren) zu rechtfertigen suchen.

Andererseits kann ich dem Referenten der Mathematical Reviews nicht vorbehaltslos beistimmen, wenn er [3] als ein bloßes Wiederholen bekannter Sätze ansieht („The Author reproves..."), weil Satz 1. und seine Konsequenzen sich auf alle separablen lokal-kompakten abelschen Gruppen beziehen, was stärkere Beweismittel erheischt. Diesem allgemeineren Resultat gilt in [4] keine Erwähnung, es sei denn, daß eine solche in der Abkürzung „etc." zu erraten ist, dann aber scheint es fraglich, ob dem „etc." das Zeitwort „reproves" voranzugehen hat.

Literaturnachweis

[1] A. Beurling, *Sur les intégrales de Fourier absolument convergentes et leur application à une transformation fonctionnelle,* 9e Congrès des Math Scand., Helsingfors 1938, S. 345-366.

[2] I. M. Gel'fand, D. A. Raĭkov and G. E. Šilov, *Commutative normed rings,* American Mathematical Society Translations 2.5 (1957), S. 115-220, übersetzt aus *Успехи Математических Наук* 1 (1946), S. 48-146 (*Коммутативные нормированные кольца*).

[3] S. Hartman, *Beitrag zur Theorie des Maßringes mit Faltung,* Studia Mathematica 18 (1959), S. 67-79.

[4] J. S. Hirschman, Mathematical Reviews 21, 3 (1960), Rev. 1542, S. 294.

[5] N. Wiener and H. R. Pitt, *On absolutely convergent Fourier-Stieltjes transforms,* Duke Math. Jour. 4 (1938), S. 420-436.

Reçu par la Rédaction le 15. 6. 1960