dans son mémoire *Nouvelles méthodes de recherche pour la détermination des intégrales des équations linéaires aux dérivées partielles*[13]). Notre démonstration du § 5 n'est qu'une modification de cette méthode.

La non-existence de $e^{-is^2\lambda}$ pour λ réel équivaut au théorème d'unicité suivant:

Si la fonction $x(\lambda,t)$ satisfait dans le domaine $D(0\leqslant\lambda\leqslant 1,\ t\geqslant 0)$ à l'équation

$$\frac{\partial^2 x}{\partial\lambda^2}+\frac{\partial^4 x}{\partial t^4}=0$$

avec les conditions initiales $\left(\frac{\partial^j x}{\partial t^j}\right)_{t=0}=0$ $(j=0,1,2,3)$, *on a* $x(\lambda,t)=0$ *identiquement dans* D.

J'ai posé ce théorème comme hypothèse dans une lettre à M. Picone; la réponse positive a été donnée par Gaetano Fichera [14]). Notre démonstration du § 7 n'est au fond qu'une modification et extension de la méthode de G. Fichera. Cette extension a réussi grâce à l'introduction du *théorème des moments* (au § 6) qui joue dans la démonstration un rôle capital.

---

[13]) Annales de la Société Polonaise de Mathématique 19 (1946), p. 36-61.

[14]) G. Fichera a renforcé le théorème en remplaçant le domaine D par le domaine: $0\leqslant\lambda\leqslant 1$, $0\leqslant t<T$, où T peut être fini ou infini. Son travail n'a pas encore été publié.

PAŃSTWOWY INSTYTUT MATEMATYCZNY
INSTITUT MATHÉMATIQUE DE L'ÉTAT

(*Reçu par la Rédaction le 15. 1. 1951*).

Certains théorèmes des moments

par

C. RYLL-NARDZEWSKI (Wrocław).

1. On connaît le théorème suivant:

Soit la fonction $f(x)$ sommable dans l'intervalle $[0,b]$ et soit $0\leqslant a\leqslant b$. Si

$$\int_0^b x^n f(x)\,dx=O(a^n),$$

on a $f(x)=0$ presque partout dans $[a,b]$ [1]).

Nous présenterons ici une généralisation de ce théorème.

2. Soit Γ un arc simple rectifiable situé dans le plan complexe et ϱ un nombre tel que Γ a au plus un point commun avec le cercle $|z|\leqslant\varrho$. Soit de plus $f(z)$ une fonction définie et sommable sur l'arc Γ. Cela posé on a le théorème suivant:

Si

(1) $$\int_\Gamma \zeta^n f(\zeta)\,d\zeta=O(\varrho^n),$$

on a $f(z)=0$ presque partout sur Γ.

Démonstration. Posons

$$F(z)=\int_\Gamma \frac{f(\zeta)}{\zeta-z}\,d\zeta.$$

La fonction $F(z)$ est holomorphe en déhors de Γ et pour z assez grand se développe en série de Laurent

(2) $$F(z)=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{z^{n+1}}\int_\Gamma \zeta^n f(\zeta)\,d\zeta.$$

---

[1]) Voir J. G.-Mikusiński, *Remarks on the moment problem and a theorem of Picone*, Colloquium Mathematicum II. 2, p. 138-141.

Or, en vertu de (1), la série (2) converge pour $|z|<\varrho$, donc la formule (2) est valable pour tout $|z|>\varrho$ non appartenant à Γ. D'autre part, en traversant la courbe Γ long d'une normale, la fonction $F(z)$ croît de $2\pi i f(z)$ pour presque tout point z de Γ. D'où le théorème.

Ce théorème trouve des applications dans le calcul opératoire, à savoir il donne une démonstration nouvelle de la non-existence de $e^{-s^{\alpha}\lambda}$ pour $\alpha>1$ [2]).

Dans le cas particulier, où Γ est un segment $[a,b]$ de la partie positive de l'axe réelle, le théorème se réduit à celui que nous citons au commencement de cette Note.

[2]) Voir J. G.-Mikusiński, *Sur les fonctions exponentielles du calcul opératoire,* ce volume, p. 208-224.

(Reçu par la Rédaction le 15. 5. 1951).

Sur les équations différentielles du calcul opératoire et leurs applications aux équations classiques aux dérivées partielles

par

J. G.-MIKUSIŃSKI (Wrocław).

1. Introduction.

Le sujet de cet article sont les équations différentielles linéaires

$$(*) \qquad a_0 x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \ldots + a_n x = f(\lambda)$$

dont les coefficients a_ν sont des opérateurs et $f(\lambda)$ est une fonction opératoire donnée [1]). Nous montrerons que le nombre de solutions linéairement indépendantes peut être, en général, inférieur à n, même dans le cas où l'équation caractéristique

$$(**) \qquad a_0 w^n + a_1 w^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

a n racines [2]). Par ce fait, notre théorie diffère un peu de la théorie des équations différentielles aux coefficients numériques. Cette dernière peut d'ailleurs être regardée comme un cas particulier de la présente.

Dans la seconde partie de cet article, nous appliquerons les résultats obtenus aux équations aux dérivées partielles

$$\sum a_{\mu\nu} \frac{\partial^{\mu+\nu}}{\partial t^\mu \partial \lambda^\nu} x(t,\lambda) = \varphi(t,\lambda),$$

dont les coefficients sont des nombres complexes quelconques.

[1]) Voir J. G.-Mikusiński, *Sur les fondements du calcul opératoire,* Studia Mathematica 11 (1949), p. 41-70, en particulier § 23 et § 24.

[2]) On ne sait pas si toute équation de la forme (**) a des racines; on ne sait même pas si l'équation $w^2-a=0$ est résoluble dans le corps des opérateurs. C'est pourquoi l'étude des équations différentielles (*) serait peut être prématurée, sinon le fait que dans beaucoup de cas particuliers la réponse est affirmative, ce qui permet, par exemple, à faire des applications intéressantes dans le domaine des équations classiques aux dérivées partielles.