w zakresie fizyki natomiast rzadziej zdarza się sposobność ku jej używaniu, gdyż tu o wiele wybitniej występują indywidualne cechy każdego badacza. Dlatego w tej dziedzinie tak często odczuwać się daje sprzeczność między naukową a dydaktyczną czynnością kierownika.

Kierownikowi zakładu, oddającemu się gorliwie pracy dydaktycznej, kierującemu pracami kilkunastu „doktorantów", nie starczy ani czasu wolnego, ani sił, aby mógł poświęcać się głównemu zadaniu, ku któremu przez swe zdolności jest powołany: własnej pracy naukowej. Jeżeli zaś ostatnią uważa za swój pierwszy obowiązek, zmuszony jest zaniedbywać stronę dydaktyczną.

Dlatego tak ważne dla postępu nauki jest tworzenie zakładów niezwiązanych z żadnemi szkołami wyższemi, poświęconych wyłącznie badaniom, bez ubocznych celów dydaktycznych. Zakłady takie oddawna istnieją w zakresie astronomji, meteorologji, geofizyki, w fizyce zaś są one stosunkową nowością. Wybitną inicjatywę w kierunku tych dążności dało stworzenie „Kaiser Wilhelm Forschungs-Institut" w Dahlem pod Berlinem, który urzeczywistniać ma właśnie programat powyżej nakreślony, dotychczas jednak programatem tym obejmuje tylko pewne dziedziny (chemję fizyczną) z pomiędzy tych, które wchodzą w zakres fizyki ogólnej. W innych dziedzinach analogiczną działalność rozwijają już od szeregu lat oddziały naukowe państwowych instytucyj: Physikalisch-Technische Reichsanstalt w Berlinie, Bureau des Poids et Mesures w Paryżu, National Physical Laboratory w Teddington pod Londynem i Bureau of Standards w Waszyngtonie. Odegrały one już wybitną rolę w nauce; niewątpliwie stałyby jeszcze bezporównania wyżej, gdyby przy zakładaniu ich pamiętano o niezaprzeczonej prawdzie, że działalność takiej instytucji zależy przedewszystkiem od zdolności pracowników, w drugim rzędzie dopiero od urządzenia pracowni; czyli że: naukę tworzy człowiek, nie zaś zakład.

XVI. KILKA UWAG O ANALOGJACH FIZYCZNYCH, ZWŁASZCZA W TEORJACH PRĄDÓW ELEKTRYCZNYCH, PRĄDÓW CIEPLNYCH I ZJAWISKA DYFUZJI.

Wiadomości Matematyczne, tom XXII, Warszawa 1918, str. 167—176.

Analogja stanowi charakterystyczną cechę powyższych teoryj, którą one już od przyjścia na świat od twórców swych otrzymały. Najstarsza jest teorja przewodzenia ciepła, ogłoszona przez Fouriera w 1822 roku, w sławnem dziele *Théorie Analytique de la Chaleur*, a po części już poprzednio w pojedynczych rozprawach; ona bezwątpienia podała Ohmowi (1827) myśl przyjęcia podobnych założeń dla prądu elektrycznego, a już otwarcie służyła Fickowi (1855) przy wypracowywaniu teorji dyfuzji.

Analogja ta, która polega na wspólnem, zasadniczem założeniu, że prąd elektryczny, lub prąd ciepła, lub prąd materji przenikającej przez inną materję, jest proporcjonalny do spadu potencjału lub temperatury lub koncentracji, uwydatnia się zwłaszcza w obliczeniach, tyczących się stanu trwałego, które podlegają wspólnemu równaniu:

$$\Delta^2 U = 0.$$

Równanie to napotykamy, coprawda, często także w innych dziedzinach fizyki; służy ono np. do wyznaczenia potencjału prędkości ruchów niewirowych cieczy idealnej, potencjału elektrostatycznego lub magnetycznego w polu statycznem i t. p. Formalna ta analogja okazuje się często pożyteczna, nasuwając rozwiązania z jednej dziedziny, przydatne dla innej.

Analogje, występujące tak często w różnych dziedzinach fizyki teoretycznej, tworzą wdzięczny i dość też często zużytkowywany temat do badania. Dla badacza śledzenie ich jest znakomitym środkiem logicznego pogłębienia pojęć i wykończenia teoryj zapomocą dosto-

sowania wywodów, zapożyczonych z innych dziedzin fizyki; są one też nieocenioną pomocą przy dydaktycznem traktowaniu przedmiotu. Z tego względu chciałbym wypowiedzieć tu kilka uwag, które, choć nie zawierają nowych rezultatów, przecież przydać się mogą do objaśnienia niektórych kwestyj, nasuwających się przy głębszem wniknięciu w przedmiot; chodzi mi szczególniej o rozważenie dwóch punktów: logicznej i praktycznej doniosłości takich analogij.

I

Klasycznym, już wyżej wspomnianym przykładem jest analogja zjawisk, polegających na równaniu potencjalnem

$$\Delta^2 U = 0$$

odgrywającem ważną rolę we wszystkich niemal częściach fizyki. Tak np. wzór

$$U = cx\left(1 + \frac{a^3}{2r^3}\right),$$

zadość czyniący powyższemu równaniu i pochodny od niego:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = c\left(1 + \frac{a^3}{2r^3} - \frac{3x^2a^3}{2r^5}\right)$$

wyrażają rozkład potencjału U w otoczeniu kuli o promieniu a, która znajduje się w polu

$$U = cx$$

poprzednio równomiernem (jednostajnem); można interpretować to równanie na rozmaite sposoby. Przedstawia ono rozkład potencjału i linij prądu elektrycznego w otoczeniu kuli nieprzewodzącej, zanurzonej do nieskończenie rozległego przewodnika.

Uważając U za temperaturę ciała, otrzymujemy odpowiedni przypadek z teorji przewodnictwa ciepła; podstawiając na miejsce U koncentrację roztworu, otrzymujemy rozkład koncentracji, spowodowany przez dyfuzję w otoczeniu obcego ciała postaci kulistej. Te same równania przedstawiają także potencjał prędkości oraz kierunek i prędkość prądów cieczy w otoczeniu kuli zanurzonej w cieczy idealnej, niewirującej. Podobny paralelizm między temi dziedzinami istnieje w każdem zadaniu tego rodzaju. Z takich analogij skorzystał np. Berget (1888), przenosząc zasadę W. Thomsona pierścienia ochronnego (w jego *guard-ring electrometer*) z elektrostatyki do teorji przewodzenia ciepła, co umożliwiło wyznaczenie przewodnictwa cieplnego rtęci i kilku innych metali zapomocą metody interesującej i bardzo dokładnej.

Podobnie, sposób Christiansena wyznaczania wzajemnego stosunku przewodnictwa cieplnego w dwóch warstwach złych przewodników, albo O. Lodge'a metoda „pręta podzielonego", stanowią nieznacznie zmienione modyfikacje metod, używanych do oznaczania przewodnictwa elektrycznego, tak że każde rozwiązanie szczególne może znaleźć zastosowanie do wszystkich tych zjawisk. Zagadnienia dwuwymiarowe mają jeszcze liczne inne analogje, np. w rozmieszczeniu ciśnień i przesunięć po przekroju belek skręconych i przegiętych.

Wiadomo, że równanie różniczkowe

$$\Delta^2 U = 0$$

można zastąpić przez założenie „całkowe", iż siły pochodzą od punktów grawitacyjnych, elektrycznych czy magnetycznych, działających według prawa zasadniczego $1/r^2$; że hydrodynamikę idealną można podobnie rozwinąć w założeniu, iż prąd cieczy pochodzi z istnienia pewnych źródeł (wypływów), wywołujących prąd o prędkości $1/4\pi r^2$ w odległości r od źródła jednostkowego.

Rozważając bliżej powyższe przykłady, spostrzegamy między niemi dość wyraźną różnicę: trzy rodzaje przewodzenia lub przenikania (elektryczności, ciepła i dyfundującej materji) łączą się mianowicie ze sobą o wiele ściślejszą analogją, aniżeli z innemi przykładami. Zaznacza się w nich istotnie wspólność [1]) dwóch zasad podstawowych:

1) Substancjalizacja elektryczności, ciepła, materji; występuje ona w równaniu „niezniszczalności" lub ciągłości, według wzoru

$$-\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial (cu)}{\partial x} + \frac{\partial (cv)}{\partial y} + \frac{\partial (cw)}{\partial z},$$

wypowiadającego, że nadmiar ilości ciepła, substancji lub elektryczności (w pewnem przybliżeniu, zob. niżej), wpływających przez powierzchnię każdego elementu, ponad wypływające ilości nie może zniknąć lecz zostaje tam nagromadzony.

[1]) [Por. pracę Lorda Kelvina *Five Applications of Fourier's Law of Diffusion* (Brit. Association Report for 1888), przedrukowaną w *Mathematical and Physical Papers*, Vol. III., pp. 428—435, Cambridge University Press 1890; *przyp. wyd.*].

2) Założenie Fourierowskie proporcjonalności prądu do spadu temperatury, koncentracji i t. p.

Analogja ta nie jest cechą przypadkową; ona była przeciwnie poniekąd rodzicielką tych teoryj. Wydaje się to zresztą zrozumiałe, jeżeli zapatrujemy się na te zjawiska, jako na równorzędne rodzaje rozpraszania energji, podlegające wspólnemu „prawu zanikania". Wspólność owych zasad jest przyczyną, że analogja pozostaje po części ważna również i dla stanu zmiennego z czasem.

Istotnie, np. prawo, według którego temperatura zmienia się z czasem w punktach pręta, który początkowo, aż do chwili $t = 0$, miał jednostajną temperaturę 0, w chwili zaś $t = 0$ został nagle ogrzany na jednym końcu do temperatury θ_0:

$$\theta = \theta_0 \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-y^2} \, dy \right],$$

(gdzie $X = x/2\sqrt{kt}$) jest identyczne ze wzorem na wzrost potencjału w długim kablu, którego koniec został połączony z baterją; na tym samym wzorze opiera się także metoda, służąca do wyznaczania współczynnika dyfuzji z ilości substancji, która z naczynia napełnionego roztworem przeniknęła do wnętrza rurki, początkowo napełnionej czystą wodą; metoda, zastosowana z małą odmianą przez Grahama, później zwłaszcza przez Stefana.

Co najciekawsze, rozgałęzienia tych analogij sięgają nawet do teorji mechanizmów owych zjawisk i nawet do wartości współczynników. Przewodzenie elektryczne w elektrolitach uważamy za objaw dyfuzji jonów. Teorja gazów tłumaczy wewnętrzny mechanizm dyfuzji, oraz mechanizm przewodnictwa ciepła w gazach, w zupełnie analogiczny sposób.

Prawo Wiedemanna i Franza, wypowiadając proporcjonalność pomiędzy sobą współczynników przewodnictwa elektrycznego i cieplnego dla rozmaitych metali, wskazywać się zdaje wewnętrzne pokrewieństwo tych dwóch zjawisk, występujące także i w tem, że obadwa podlegają w podobny sposób wpływowi pola magnetycznego. Nowsza teorja elektronów stara się też usilnie o wytłumaczenie pokrewieństwa tych ze sobą złączonych dziedzin na podstawie hypotezy o dyfuzji elektronów.

Porównywając w taki sposób owe trzy zjawiska z innemi (przedtem wspomnianemi) przykładami, możnaby pomyśleć o odróżnieniu ich, jako analogij istotnych lub rzeczywistych, t. j. polegających na głębszych przyczynach, od analogij natury czysto formalnej, wytworzonej przez przypadkowe podobieństwo wywodu matematycznego; napotykamy rzeczywiście u różnych autorów takie twierdzenia. Do pierwszej kategorji należałoby, oprócz właśnie wymienionych, np. także pokrewieństwo zjawisk głosu do światła i drgań elektrycznych; do analogij formalnych wspomniane podobieństwo rozkładu prądu cieczy i potencjału w polu elektrostatycznem, podobieństwo linji łańcuchowej do promienia światła, przechodzącego przez ośrodek o strukturze warstwowanej; podobieństwo, które odnajdujemy w pewnem zadaniu dynamiki punktu materjalnego (Thomson i Tait, Treatise on Natural Philosophy, Cz. II, p. 124. § 581).

Mimo, że taki podział wydaje się bardzo naturalnym i w istocie rzeczy uzasadnionym, nie sądzę jednak, ażeby on dał się utrzymać lub konsekwentnie przeprowadzić, gdyż różnice gatunków analogij, przedstawione tu w kilku skrajnych przykładach, są przecież tylko stopniowe. Tak np. analogja omówionego przykładu ładowania kabla elektrycznego ze zmiennym rozkładem temperatury pręta, ogrzanego na jednym końcu, zatraca się zupełnie, gdy uwzględnimy zjawiska indukcji elektromagnetycznej, odgrywające przeważną rolę w kablach krótkich o małym oporze, t. j., gdy uzupełnimy obliczenie Kelvina w taki sposób, jak to Kirchhoff uczynił.

Ogólne równanie zmiennego stanu cieplnego

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \Delta^2 \theta$$

nie ma wogóle analogji w dziedzinie elektryczności; ponieważ tam równania zasadnicze stanu zmiennego są o wiele bardziej skomplikowane i ponieważ pojęcie potencjału skalarnego nie da się tam ogólnie zastosować. Wprawdzie i równanie cieplne dozna kiedyś, być może, poprawki przez uwzględnienie zjawisk bezwładności cieplnej, ale nie zdaje się, ażeby to mogło nastąpić według równań Hertzowskich.

Zresztą i w prostych przypadkach ustaje ta analogja, gdy uwydatnia się różnica ładunków powierzchownych elektrycznych a przestrzennego rozmieszczenia ciepła. Znacznie ściślejsza jest analogja dyfuzji materji i dyfuzji ciepła, ale i ona upada przy rozszerzeniu rozważań na zjawiska termodynamiki, okazującej, że ciepło nie jest niezniszczalne, co dotychczas przyjmujemy za zasadniczą własność

„materji". Gdyby analogja tych zjawisk była zupełna, nie bylibyśmy wcale utworzyli osobnych nazwisk do ich oznaczania. Porzuciliśmy obecnie naiwne pojęcie ciepła jako substancji i uważamy je za rodzaj ruchu cząsteczkowego; czy jednak to przypuszczenie nie polega także ostatecznie tylko na dostrzeżeniu pewnej analogji? Jest wogóle rzeczą niebezpieczną wierzyć w rzeczywistość hypotez fizycznych; równie naiwnymi będą się może kiedyś wydawali ci, którzy wierzą jedynie w realny byt materji (w związku z niezmiennością masy) jak ci, którzy obecnie w podobny sposób uwielbiają energję. Najbardziej wykończone teorje fizyki nie mają innego znaczenia jak tylko, że uwydatniają pewne analogje. Zjawiska elektryczne tak się odbywają, jak gdyby istniał pewien mechanizm ukryty; właściwości gazów są analogiczne do właściwości zbioru cząsteczek poruszających się i t. p. Ewolucja nauki odbywa się w ten sposób, że analogji prostszej, oczywiście, przypisujemy większą wagę niż takiej, która ma bardziej ograniczony zakres ważności cech wspólnych; choć i ta często nie jest całkiem bezużyteczna, podobnie jak i dziś w wielu przypadkach z korzyścią wyobrażamy sobie elektryczność lub ciepło pod postacią „fluidu". Kto naiwnie wierzy w realność teoryj fizycznych, nie pojmuje, jak badacz może traktować ten sam przedmiot z punktów widzenia wręcz przeciwnych, jak to np. Helmholtz uczynił, wypracowując najprzód teorję mechaniczną absorbcji świetlnej, a później elektryczną; staje się to zupełnie zrozumiałe, jeżeli uważamy jednę i drugą i każdą teorję fizyczną tylko za analogję. W tym sensie możnaby powiedzieć, że wszystkie analogje fizyki są tylko analogjami formalnemi; że na szukaniu takich analogij polega wogóle zadanie fizyki teoretycznej, przez co umożliwia się objęcie myślowe jaknajobszerniejszego zakresu zjawisk fizycznych.

II

Dziwnem wydać się może, że, pomimo tak daleko idącej teoretycznej analogji, zjawiska trzech wyżej wspomnianych kategoryj tak dalece różnią się w praktyce, że np. zwykłe metody ich mierzenia często niewiele mają cech wspólnych. Przyczyna tego faktu jest następująca: w praktyce, oprócz jakościowych praw, niezmiernie ważną rolę odgrywają współczynniki materjałów; w tym względzie zaś istnieją olbrzymie różnice. Największe są różnice współczynników elektrycznych różnych materjałów, najmniejsze różnice okazują współczynniki przewodnictwa cieplnego. Jest to główna przyczyna nadzwyczajnej dokładności, z jaką wykonywać możemy pomiary elektryczne (np. oporu) i przyczyna niezwykłej łatwości, z jaką energja elektryczna przenosi się na dalekie odległości; jest to zatem główna też przyczyna praktycznej użyteczności tej formy energji. Co do pierwszego punktu, zważmy, że, mierząc opór dobrego przewodnika, np. metalowego drutu, możemy pominąć zupełnie odpływ prądu elektrycznego przez boczną powierzchnię drutu i przez powietrze; mierząc opór złego przewodnika, możemy znów pominąć zupełnie opory elektrod, doprowadzających elektryczność. Brak tak doskonałych izolatorów i tak doskonałych przewodników cieplnych utrudnia nadzwyczajnie odpowiednie pomiary cieplne; w tej okoliczności należy szukać głównej przyczyny faktu, że wiadomości nasze w zakresie przewodnictwa cieplnego są jeszcze tak niedostateczne. W rezultatach doświadczalnych, tyczących się przewodnictwa cieplnego, istnieją też znaczne różnice, a nawet sprzeczności.

Dla porównania stopnia izolacji przewodów elektrycznych i cieplnych, wyobraźmy sobie nieskończenie długi drut miedziany, o promieniu 1 mm., izolowany 1 mm.-ową warstwą gutaperki, w jednym końcu utrzymany na stałym potencjale 100 V; spad jednego wolta wskutek niedostateczności izolacji nastąpi, jak łatwo obliczyć według znanych danych, dopiero na odległości 5500 km; podczas gdy odpowiedni jednoprocentowy spad temperatury drutu, z jednego końca ogrzanego, nastąpiłby w odległości już tylko 3 cm od tego końca. Nawet najlepsza izolacja cieplna, na sposób butelek Dewara, niewiele poprawiłaby ten wynik; dlatego też nikomu na myśl nie przyszło rozsyłać do naszych mieszkań energję cieplną [1]) zapomocą przewodów cieplnych, t. j. drutów ogrzanych w stacji centralnej, jak to czynimy z elektrycznością.

W doświadczeniach nad dyfuzją, izolacja zjawiska nie przedstawia żadnych trudności, ponieważ współczynniki przenikania ciał stałych są tak małe, że tylko w wyjątkowych przypadkach (jak dyfuzja Au-Pb, według Robertsa Austena) udało się wykazać istnienie w nich wogóle zjawiska dyfuzji. Jest rzeczą nadzwyczaj prawdopodobną, że wzajemne przenikanie się ciał stałych (przynajmniej do pewnego stopnia granicy rozpuszczalności) jest zjawiskiem

[1]) Używamy jedynie chyba wody lub pary wodnej albo powietrza ogrzanego, rozsyłanego rurami; przy transporcie (w ogrzewaniu centralnem) woda, para lub powietrze zachowują zawartość swoją cieplną przybliżenie niezmienioną.

zupełnie ogólnem, nie zaś ograniczonem do tego szczególnego przypadku, ale współczynniki odpowiednie są tak małe, że nie spostrzegamy nigdy, ażeby np. kawałek żelaza, leżąc na miedzi, wchłonął jej część w siebie; trwałość stanu ciał stałych zwykliśmy uważać za samą przez się zrozumiałą. Rzeczywiście, jedynie dzięki temu faktowi możliwe jest wytwarzanie substancyj stosunkowo czystych, a zatem wogóle rozwój chemji jako nauki.

Ta nadzwyczajna powolność jest po części wspólną cechą wszystkich zjawisk dyfuzyjnych, ona głównie wytwarza trudność odpowiednich badań w gazach i w cieczach. Nietylko czas trwania jednego doświadczenia musi być bardzo długi, ażeby ilości przenikające były dostatecznie wielkie, wystarczające do pomiaru; trzeba też zazwyczaj wielkiej staranności, ażeby przeszkodzić powstawaniu prądów konwekcyjnych. Odnosi się to zwłaszcza do szerszych naczyń, gdzie nawet drobna niejednostajność temperatury wystarcza do wytworzenia prądów, które zupełnie przeinaczają wynik doświadczenia; używając wąskich naczyń, zmniejszamy znów w tym samym stosunku ilość substancji przenikającej. Z powodu powolności dyfuzji należałoby długo czekać, aż ustanowi się stan rzeczy trwały; zwykle bywają też zastosowywane metody, polegające na czasowej zmienności koncentracji, jak owa już wspomniana metoda Grahama.

Do rozkładu zmiennego nie mamy ścisłej analogji w zjawiskach elektrycznych, jak już wspomnieliśmy; w teorji przewodnictwa ciepła współczynnikiem analogicznym, zastępującym stałą dyfuzji w prawie zasadniczem

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k\Delta^2 c,$$

nie jest przewodnictwo cieplne, lecz raczej t. zw. przewodnictwo temperatury

$$\kappa/c\rho,$$

którego wartości jeszcze o wiele mniej różnią się w rozmaitych ciałach pomiędzy sobą aniżeli wartości samego przewodnictwa cieplnego.

Ilościową różnicę właściwości tych zjawisk przedstawi następujący przykład. Przyjmując 4000° jako temperaturę pierwotną kuli ziemskiej, ochłodzonej nagle na powierzchni aż do dzisiejszej temperatury, a 0·015 jako współczynnik przewodnictwa temperatury (granitu, gnejsu, marmuru, porfiru), otrzymalibyśmy, według wzoru

$$\theta = \frac{2\theta_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{kt}}} e^{-x^2}\, dx$$

że, po upływie 30.000.000 lat (t. j. czasu potrzebnego, ażeby gradjent temperatury tuż przy powierzchni był = 1°/30 m) ochłodzenie ograniczałoby się jeszcze do warstwy grubości 130 km; w tej głębokości temperatura pierwotna byłaby obniżona dopiero o 1°/₀. Powolne postępowanie tego ochłodzenia, nawiasem mówiąc, wcale nie wpływa na klimat ziemi, gdyż ciepło, z wnętrza ziemi ku powierzchni napływające, wynosi ledwie część ilości, którą ziemia otrzymuje od słońca. Gdyby w podobny sposób, od owego czasu, morze było pokryte warstwą bezustannie czystej wody, zmiana stężenia jednoprocentowa byłaby postąpiła tylko do głębokości 5·5 km (naturalnie przy zupełnem pominięciu prądów).

Powolność dyfuzji jest też przyczyną, że atmosfera ziemska ma skład nadzwyczaj jednakowy; dążność gazów cięższych do opadania, lżejszych do wznoszenia się, dążność mórz do nasycania powietrza wilgocią, zostaje zupełnie zneutralizowana, przynajmniej w dolnych warstwach, przez prądy konwekcyjne, mieszające ją bezustannie.

Powolność zjawisk dyfuzyjnych jest nadzwyczajnie ważna dla życia organicznego, gdyż wymiana materji w organizmach, choć częściowo ułatwiona przez krążenie soków, następuje drogą dyfuzji; ona jest miarodajna dla prędkości odpowiednich procesów chemicznych, od niej zatem zależy długość życia organizmów.

Owe stałe współczynniki w równaniach analogicznych, współczynniki, które dla fizyki matematycznej są dość obojętne, mają tedy pierwszorzędne znaczenie dla fizyki doświadczalnej, gdyż od nich przeważnie zależy przydatność metod mierniczych, a co ważniejsza, doniosłość owych zjawisk dla przyrody i dla człowieka.