the block with whatever force we like; we may eventually crush it, but we cannot succeed in moving it. The conclusion is quite striking, and so far we cannot but agree with Mr. Reade's opinion.

But are we entitled, therefore, to condemn the theory of the Alpine overthrusts? I think the comparison is not quite fair. First, it may be remarked, the bed may not be horizontal but inclined; in this case the component of gravity is sufficient, at an inclination of 1 : 6·5, to put the block in sliding motion, and we need not apply any external pressure at all. And what seems still more important, nobody ever will explain Alpine overthrusts in any other way than as a phenomenon of rock-plasticity. Suppose a layer of plastic material, say pitch, interposed between the block and the underlying bed; or suppose the bed to be composed of such material: then the law of viscous liquid friction will come into play, instead of the friction of solids; therefore any force, however small, will succeed in moving the block. Its velocity may be small if the plasticity is small, but in Geology we have plenty of time; there is no hurry.

Some features of these phenomena have been beautifully illustrated by Professor Sollas' pitch-experiments. Pitch is not the same as rock undoubtedly, a point which Professor Bonney lays much stress upon in the August Number, 1907, of the Quart. Journ. Geol. Soc., but, on the other side, let us realize the difference between two months (required for Professor Sollas' experiments) and hundreds of thousands or millions of years which must be allowed for the analogous process in the Alps. The analogy shows mountain-building to be a very slow, gradual process, in virtue of the smallness of plasticity, but it would be in the main a continuous process, and I do not think we are forced to assume its discontinuity, as Mr. Mellard Reade seems inclined to do.

The plasticity of rocks in greater depths is to be explained partly by elevation of temperature, partly by pressure. But whatever explanation we accept, there are too many evidences to deny the fact.

In conclusion, we must say Mr. Mellard Reade's paper is very instructive; indeed, it helps us to see, by contrast with the author's ideal example, what are the most essential features of the process as displayed in Nature.

IV. VERSUCHE ÜBER FALTUNGSERSCHEINUNGEN SCHWIMMENDER ELASTISCHER PLATTEN.

Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles, 1909 (II), pp. 727—734.

In der Abhandlung: „Über ein gewisses Stabilitätsproblem der Elastizitätslehre und dessen Beziehung zur Entstehung von Faltengebirgen“ [1]) habe ich gesucht, einen Mechanismus ausfindig zu machen, welcher die Bildung stabiler Faltungen in einer rechteckigen, von Tangentialdrücken beanspruchten Platte hervorrufen würde und welcher als Modell der Faltungserscheinungen der Erdkruste angesehen werden könnte. Es wurde daselbst die Anschauung begründet, daß man die Erdkruste, soweit diese Erscheinungen in Betracht kommen, als eine „schwimmende Platte“ ansehen könne, und es wurde mittels mathematischer Analyse nachgewiesen, daß in einer solchen schwimmenden Platte tatsächlich unter gewissen Bedingungen stabile Faltungen auftreten müssen, deren Dimensionen sich aus dem Biegungsmodul der Platte und der Dichte der untergelagerten Flüssigkeit berechnen lassen.

Da hierüber bisher keinerlei experimentelle Beobachtungen vorliegen, erschien es mir interessant, zu versuchen, ob sich jene theoretisch vorausgesehenen Erscheinungen auch experimentell verwirklichen lassen. Will man diese Faltungsphänomene im Laboratorium bequem beobachten, so darf die „Faltenlänge“ nicht mehr als einige Zentimeter betragen, und das erfordert, wie aus der hiefür a. a. O. abgeleiteten Formel (19):

$$\lambda = 2\pi \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)\varrho g}} \tag{1}$$

[1]) Dieses Bulletin 1909, (II), p. 3 [page 5 du présent Volume. *Ed.*].

folgt, daß entweder der Elastizitätsmodul E oder die Plattendicke h sehr klein sei.

Der erstere Fall läßt sich nun durch Anwendung von Gelatinegallerte leicht verwirklichen. Am geeignetsten erwies sich folgendes Verfahren: Der Boden eines flachen Glasgefäßes wurde mit Quecksilber bedeckt, darauf ein aus vier durch Papier verbundenen Glasstreifen bestehender viereckiger Rahmen gelegt, auf die von demselben eingefaßte Quecksilberfläche eine 5—10-perzentige Gelatinelösung gegossen, und nach Erstarren derselben wurden zwei gegenüberliegende Glasstreifen mittels eines Messers vorsichtig abgelöst. So entstand eine auf Quecksilber schwimmende rechteckige Gelatineplatte von größerer oder geringerer Dicke, entsprechend der Dicke der Glasstreifen und der Menge der eingegossenen Gelatinelösung (welche nachträglich teilweise wieder abgehoben werden konnte, falls das Quecksilber vorgewärmt wurde), an der sich das Entstehen der in Rede stehenden Faltungen sehr schön dadurch demonstrieren ließ, daß man die zwei an den Enden haftenden Glasstreifen einander näherte.

Um diese Erscheinung auch zahlenmäßig verfolgen zu können, wurde das Zusammenschieben durch Gewichte bewirkt, welche an einer Hebelvorrichtung angebracht wurden. Bei kleineren Belastungen erfolgt nur eine gleichmäßige Verkürzung und Verdickung der Gelatineplatte, aus welcher sich der Elastizitätsmodul bestimmen läßt. Bei größerer Belastung dagegen erfolgt Faltung, und zwar mit desto größerer Amplitude (Faltenhöhe), je größer die Belastung ist. Hört die Belastung auf, so nimmt die Platte ihre ursprüngliche Gestalt an, ausgenommen natürlich, wenn eine gewisse Grenze überschritten wird und ein Bruch erfolgt.

Zur Illustrierung seien nur einige wenige Beispiele angeführt:

1) Dicke der Gelatineplatte (durch Wägen und Ausmessen der Oberfläche bestimmt) $h = 5{\cdot}13$ mm, Länge 70 mm, Breite 80 mm, Elastizitätsmodul $E = 3{\cdot}32 \,.\, 10^{-4}$ (kg pro mm²).

Als die Belastung 60 g betrug, war eine deutliche Faltung sichtbar, bestehend aus 3 Bergen und 2 Tälern, im ganzen also aus 5 halben Falten. Die Länge einer ganzen Falte betrug somit $\lambda = 28{\cdot}0$ mm, während aus der Näherungsformel (1) (mit Berücksichtigung von $\mu = \frac{1}{2}$) der Wert $\lambda = 27{\cdot}9$ mm folgen würde. Die genauere Berechnung mit der exakten Formel (18) a. a. O. würde sogar in vollständiger Übereinstimmung mit der Beobachtung 5 halbe Faltenlängen ergeben. Nach Formel (20) a. a. O. beträgt der gesamte auf die Breite b wirkende „Faltungsdruck“:

$$p = b\sqrt{\frac{Eh^3\varrho g}{3(1-\mu^2)}}, \tag{2}$$

was im obigen Falle 41·6 g ergibt. Doch wurde bei 50 g Belastung noch keine merkliche Faltung konstatiert, bei 60 g war dieselbe ganz deutlich; es läßt sich allerdings der Faltungsdruck nicht so genau messen, da die ersten Anfänge der Faltung kaum merklich sind.

2) Dicke $h = 0{\cdot}696$ mm, Länge 74 mm, Breite 76 mm, Elastizitätsmodul $E = 41{\cdot}3 \,.\, 10^{-4}$. Hieraus nach (1) berechnete Faltenlänge $\lambda = 11{\cdot}5$ mm; nach (2) berechneter Faltungsdruck $p = 6{\cdot}97$ g. Beobachtet wurde, bei einer Belastung von 8 g angefangen, eine Teilung in 7 Falten, woraus die mittlere Faltenlänge $\lambda = 10{\cdot}6$ mm folgt.

3) Wie a. a. O. erwähnt, gibt es auch Fälle wo eine Faltung in dieser Weise nicht hervorgebracht werden kann, nämlich wenn der Faltungsdruck die Druckfestigkeit des Materials übertrifft. So wurde aus stärker verdünnter Gelatinelösung eine Platte von der Dicke 5·42 mm, Breite 76 mm und einem Elastizitätsmodul $E = 2{\cdot}2 \,.\, 10^{-4}$ hergestellt; dieselbe deformierte sich und zerbrach endlich bei Anwendung eines Druckes von 30 g, ohne daß Faltung eingetreten wäre. Nach Formel (2) hätte der Druck mindestens 35 g betragen müssen, um eine Faltung hervorzurufen.

Unter den Versuchen mit Materialien anderer Art seien zunächst jene erwähnt, welche sich mit Guttaperchapapier und Stanniol ausführen lassen. Ein rechteckiger Streifen von Guttaperchapapier wurde auf Quecksilber gelegt und mittels Glasstreifen, die an seinen Enden angeheftet wurden, zusammengeschoben. Es entstanden Falten in Abständen von 18·7 mm. Wird der Streifen in ähnlicher Weise auf eine Wasserfläche gelegt, so entstehen beim Zusammendrücken die Falten in größeren Abständen; ich erhielt im Mittel $\lambda = 37{\cdot}5$ mm. Dies erklärt sich daraus, daß gemäß der Formel (1) die Faltungen der vierten Wurzel aus der Dichte der benutzten Flüssigkeit umgekehrt proportional sind. Jene zwei Größen sollten somit im Verhältnis 1 : 1·92 stehen, während das experimentell gefundene Verhältnis 2·00 beträgt. Zur Kontrolle der theoretischen Formel bestimmte ich auch den Biegungsmodul

$$\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = D,$$

indem ich direkt die durch Auflegen von Gewichten an einem Streifen von Guttaperchapapier hervorgerufene Biegung bestimmte. Es ergab sich $D = 87{\cdot}8$ (C. G. S.), woraus für Wasser gemäß (1) $\lambda = 34{\cdot}4$ mm folgen würde.

An einem auf Wasser schwimmenden Stanniolstreifen von 10 cm Breite und 19 cm Länge wurde bei einem Druck von 8 g der Eintritt der Faltung beobachtet; es entstanden 7 Falten, woraus $\lambda = 27{\cdot}1$ mm folgt. Nimmt man die Werte für Zinn: $E = 4500$ und $\mu = \frac{1}{3}$ an, so kann man umgekehrt aus Formel (1) die Plattendicke h berechnen:

$$h = \sqrt[3]{\frac{12(1-\mu^2)\varrho g}{E}\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^4}.$$

Es ergibt sich $h = 0{\cdot}94 \,.\, 10^{-2}$ mm, während durch Wägen direkt $h = 1{\cdot}37 \,.\, 10^{-2}$ mm bestimmt wurde. Die Größenordnung stimmt somit ganz befriedigend überein und auch der mittels (2) berechnete Wert des Faltungsdruckes $p = 6{\cdot}4$ g entspricht der obigen Beobachtung. Genaue Übereinstimmung ist ja bei derartigen primitiven Versuchen gar nicht zu erwarten, einerseits wegen der experimentellen Ungenauigkeiten (insbesondere hinsichtlich der Befestigung der Enden), andererseits da der Elastizitätsmodul E keine eigentliche Materialkonstante ist, sondern von der Art der Bearbeitung und dergl. abhängt.

Es lassen sich aber solche Versuche auch mit noch viel dünneren Platten anstellen, und zwar durch Verwendung von Blattgold. Man legt ein Goldblättchen zusammen mit seinem Papierblatte auf die Wasserfläche; das Papier sinkt unter, während sich das Goldblatt schön ausgespannt auf der Oberfläche schwimmend erhält. Werden nun seitlich zwei Glasstreifen angeschoben, so entstehen in demselben feine Fältchen. Für deren Länge erhielt ich aus mehreren derartigen Versuchen im Mittel $\lambda = 1{\cdot}64$ mm, woraus sich nach (1) unter Zugrundelegung des Wertes $E = 8500$ und $\mu = \frac{1}{3}$ die Dicke des Blättchens zu $h = 1{\cdot}8 \,.\, 10^{-4}$ mm berechnen würde, während direkt durch Wägung $h = 0{\cdot}89 \,.\, 10^{-4}$ mm bestimmt wurde.

Die Größenordnung stimmt also überein; die Differenz der Zahlenwerte erklärt sich wohl daraus, daß das Blättchen durch die Bearbeitung eine inhomogene Struktur erhalten hat und daß es nicht ganz eben ist. Die winzigen Erhöhungen und Vertiefungen, welche schon an der diffusen Reflexion kenntlich, aber unter dem Mikroskop

genau sichtbar sind, müssen offenbar die Steifheit und damit λ vergrößern.

Um den Einfluß der Flüssigkeitsdichte zu illustrieren, kann man das Goldblättchen und die umgebende Wasserfläche mit einer Ölschichte bedecken, indem man das Öl vorsichtig tropfenweise zusetzt. Dann ist offenbar nur die Differenz der Dichten der beiden Flüssigkeiten, $\varrho_1 - \varrho_2$, wirksam, also muß nun eine größere Faltenlänge resultieren, ebenso als ob das Blättchen auf einer Flüssigkeit von der Dichte $\varrho_1 - \varrho_2$ schwämme. Tatsächlich beobachtete ich an den mit Vaselinöl ($\varrho = 0{\cdot}863$) bedeckten Goldblättchen im Mittel eine Faltenlänge von $2{\cdot}70$ mm, bei Bedeckung mit Leinöl ($\varrho = 0{\cdot}933$) $\lambda = 3{\cdot}29$ mm. Der Rechnung zufolge hätten diese Größen (unter Zugrundelegung von $\lambda = 1{\cdot}64$ mm für Wasser—Luft) $2{\cdot}70$ und $3{\cdot}22$ mm betragen sollen; die Übereinstimmung ist also vorzüglich, im ersteren Fall wohl durch Zufall sogar ganz genau.

Die Differenz $\varrho_1 - \varrho_2$ ließe sich leicht noch weiter verkleinern, z. B. durch Übereinanderschichten von Alkohollösung auf Vaselinöl oder von Wasser auf Anilin, doch gelangen mir derartige Versuche nicht, im ersten Fall da das Goldblättchen von Öl rasch beiderseitig benetzt wird und untersinkt, im zweiten Fall da die Oberflächenspannung des Anilins nicht genügt, um das Blättchen beim Auftropfen des Wassers gespannt zu erhalten. Ich stellte auch mit Silberfolie Versuche an, erhielt jedoch damit keine brauchbaren Resultate, da beim Zusammenschieben, offenbar infolge von Ungleichmäßigkeiten der Dicke, nur unregelmäßige Runzeln entstanden.

Schließlich sei noch eine Methode erwähnt, mittels welcher man noch bedeutend dünnere schwimmende Blättchen erhalten kann. Wird auf eine reine Quecksilberfläche ein Tropfen alkoholischer Schellacklösung[1]) gegeben, so breitet sich derselbe sofort über eine große Oberfläche aus und hinterläßt nach dem Austrocknen eine dünne Schellackschichte, deren von innen nach außen abnehmende Dicke nach den hiebei auftretenden Newton'schen Farbenringen beurteilt werden kann. Die Farben gleichen so ziemlich jenen, welche eine zwischen Glasplatten eingeschlossene dünne Luftschichte hervorbringt, nur sind sie infolge der fast totalen Reflexion an der Quecksilberfläche mit Weiß gemischt und daher weniger deutlich ausgeprägt. So ist auch der äußere Rand, wo die Dicke verschwin-

[1]) Es wurde sogen. weißer Schellack benutzt.

dend klein wird, nicht ganz schwarz, sondern grau und geht fast unmerklich in die Färbung der freien Quecksilberfläche über.

Da zuerst die Ränder trocknen, später der dickere zentrale Teil des Tropfens, entstehen stellenweise Druckspannungen, welche schon während des Trocknens die Entstehung von Faltungen veranlassen. Gebraucht man Kollodiumlösung, so bilden diese Falten schöne sternartige Figuren, und ebene Flächen sind da überhaupt kaum zu erhalten, da Kollodium sich beim Trocknen sehr stark kontrahiert. Analoge Erscheinungen sind auch aus der Praxis des täglichen Lebens bekannt, z. B. die Runzeln der auf warmer Milch entstehenden Haut; die mathematische Theorie derselben ist in unseren Gleichungen enthalten.

Behufs quantitativer Vergleichung habe ich die Faltungen, welche in annähernd homogenen Stückchen solcher Schellackschichten nach dem Trocknen durch nachträgliches Zusammenschieben erzeugt wurden, unter dem Mikroskop gemessen. Die Faltenlänge betrug im Grün des dritten Rings $\lambda = 0{\cdot}75$ mm, im Orange des ersten Rings $\lambda = 0{\cdot}42$ mm, im Übergang von Blaugrau in Weiß im ersten Ring $\lambda = 0{\cdot}20$ mm. Benutzt man nun z. B. die von Kraft angegebenen[1]) Tabellen der Farbenringe, indem man die normalen Dicken mit Rücksicht auf den Brechungsindex des Schellacks durch 1·55 dividiert, so erhält man folgende Schichtdicken für jene drei Stellen: $h = 0{\cdot}43\ \mu$, $0{\cdot}15\ \mu$, $0{\cdot}071\ \mu$. Außerdem bestimmte ich noch die Dicke eines dickeren farblosen Stückes, welches $\lambda = 2$ mm aufwies, durch direktes Ausmessen unter dem Mikroskop, zu $\frac{1}{600}$ mm.

Um diese Werte mit der Formel (1) vergleichen zu können, bedarf man der Kenntnis des Elastizitätsmoduls von Schellack. Diesen erhält man aus der Schallgeschwindigkeit, welche ich einmal früher[2]) zu 977 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (bei 17°) bestimmt habe: $E = 908{\cdot}4$ kg/mm². Daraus würde die Formel (1) für $\lambda = 2$ mm eine Schichtdicke von $2{\cdot}4\ \mu$ ergeben. Sieht man dagegen den gemessenen Wert $\frac{1}{600}$ mm $= 1{\cdot}67\ \mu$ als gegeben an, so kann man die Dicke der anderen Stellen nach der Relation

$$h = h_0 \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{4/3}$$

[1]) Bullet. Int. Ac. d. Sc. Crac. **1902**, p. 310; Witkowski: Tablice mat.-fiz., Warszawa 1904, p. 130.

[2]) Sitzungsber. d. Wien. Ak. **103**, S. 739 (1894). [Vol. I, p. 5. *Ed.*].

berechnen, was folgende Werte ergibt: $h = 0{\cdot}45\ \mu$, $0{\cdot}21\ \mu$, $0{\cdot}077\ \mu$. Die Übereinstimmung ist überraschend gut, besser als in Anbetracht der bei diesen ziemlich rohen Versuchen möglichen Fehlerquellen zu erwarten wäre.

Man kann somit diese Faltungen auch umgekehrt als Mittel zur Dickenmessung von Plättchen benützen, wenigstens bis zu Dicken von der Größenordnung 77 $\mu\mu$. Offenbar muß es eine untere Grenze für die Gültigkeit der Formel (1) geben, da eine Schichte von einzelnen Molekülen wohl kaum Erscheinungen aufweisen könnte, die der Biegungselastizität entsprechen; doch wo jene untere Grenze liegt, das läßt sich derzeit noch nicht entscheiden. Bemerken möchte ich diesbezüglich, daß die kleinsten Faltenlängen, die ich an Schellackschichten beobachtet habe, und zwar außerhalb der dunklen Zone, an Stellen, die durch ihre Färbung von der reinen Quecksilberfläche kaum zu unterscheiden waren, ungefähr $\lambda = 0{\cdot}01$ mm betrugen. Wäre die Formel (1) noch in jenem Gebiete gültig, so würde daraus als Grenzdicke einer Biegungselastizität aufweisenden festen Schichte $h = 1{\cdot}4\ \mu\mu$ folgen, was eine Schätzung des Wirkungsradius der Molekularkräfte ermöglichen würde; doch hebe ich nochmals hervor, daß ein solcher Schluß derzeit unberechtigt wäre. Diesbezüglich gedenke ich übrigens, noch weitere Untersuchungen anzustellen.

Zum Schlusse sei noch ein Einwand erwähnt, den man gegen die Anwendung der Theorie auf die Fälle einer sehr kleinen Faltenlänge erheben könnte. Es werden hiebei nämlich Kapillar Spannungen ins Spiel kommen, welche in der ursprünglichen Theorie nicht berücksichtigt waren.

Berechnen wir das resultierende Drehungsmoment, welches diese Kräfte auf das von $\xi = 0$ bis $\xi = x$ reichende Stück der Platte ausüben. Wird die Kapillaritätskonstante für die Grenzfläche der Flüssigkeit und Platte mit α bezeichnet, so ist der normale Kapillaritätsdruck $\frac{\alpha}{R}$, was angenähert $= \alpha \frac{d^2y}{d\xi^2}$ gesetzt werden kann, und das resultierende Moment wird:

$$-\int_0^x \alpha \frac{d^2y}{d\xi^2}(x-\xi)\,d\xi.$$

Dies ist der Ausdruck, welcher auf der linken Seite der Gleichung (2) a. a. O. zuzusetzen wäre. Nun sieht man aber, daß die-

selbe durch zweimaliges Differenzieren in $-\alpha\frac{d^2y}{dx^2}$ übergeht, was sich mit dem Gliede $P\frac{d^2y}{dx^2}$ in Gleichung (3) a. a. O. verbindet. Somit hat die Kapillarspannung keinen Einfluß auf die Faltenlänge, sondern nur auf den Wert des zur Faltung erforderlichen Horizontaldruckes P, welcher um den Betrag α zu vermehren ist.

V. KILKA UWAG O FIZYCZNYCH PODSTAWACH TEORYJ GÓROTWÓRCZYCH.

Kosmos, czasopismo polskiego Towarzystwa przyrodników im. Kopernika, tom XXXIV, str. 547—579. 1909.

W artykule niniejszym chciałbym, zachęcony przez prof. Zubera, poddać krytycznej analizie kilka nowszych prac z zakresu tektoniki, wyróżniających się od zwykłych prac geologicznych użyciem metody spekulatywnego, dedukcyjnego rozumowania, które uprawnia nas do zaliczenia ich raczej do zakresu geofizyki; przy tej sposobności chciałbym zwrócić uwagę na niektóre nowsze badania fizyczne, wiążące się ściśle z podstawowemi problematami tam poruszonemi.

Punkt wyjścia stanowi rozprawa Dr. O. Ampferera „Über das Bewegungsbild von Faltengebirgen“ [Jahrbuch d. Geol. Reichsanstalt, Wien (1906) **56**, 539—622], w której autor zapomocą dedukcji teoretyczno-fizycznej wyprowadza dalekie wnioski co do mechanizmu zjawisk górotwórczych, dające się streścić w zbiciu kontrakcyjnej teorji tworzenia się gór, oraz w postawieniu własnej teorji górotwórczej. Z pracą tą ogłoszoną w poważnej publikacji należy się zaznajomić, choć z góry zaznaczam, że wyniki jej uważam za zupełnie błędne, gdyż rozumowania autora nietylko grzeszą zupełnym brakiem ścisłości matematycznej, niezbędnej w tego rodzaju spekulacjach (w całej pracy, na 82 stronach, niema ani jednego wzoru matematycznego), ale w znacznej części stoją w sprzeczności z elementarnemi zasadami fizyki, a w szczególności teorji wytrzymałości. Przejdźmy do jej zanalizowania.

Autor wychodzi z rozważania wytrzymałości skał i tu czyni pewne uwagi, zawierające myśl słuszną, choć w niezupełnie poprawnej formie wyrażoną. Chodzi o zasadę, znaną w fizyce pod nazwą