

Wasserstoffs zurückgeführt und hatte eine kinetische Interpretation jener Koeffizienten skizziert, deren Grundgedanke mit der jetzigen, allerdings strengeren und viel weiter im Detail ausgebauten Berechnungsweise Baule's verwandt ist.

Vielleicht mag Hr. Baule eine Stelle meiner späteren Arbeit¹⁾ mißverstanden haben, wo von den Zahlenwerten jener Konstanten für thermische und mechanische Vorgänge die Rede ist; doch habe ich ebendasselbst im nächsten Absatz p. 993 ganz ausdrücklich erklärt, daß jene zwei Größen (die Werte von f für Gleitung und Temperatursprung) „gewiß einigermaßen verwandt aber durchaus nicht identisch sind“, und habe deswegen vor der Knudsen'schen Bezeichnungsweise der thermisch vollkommen ausgleichenden Körper als „rauhe Körper“ gewarnt. Auch basieren die Rechnungen der folgenden Abschnitte (l. c.) auf der Voraussetzung (vgl. Anmerkung), daß die Wände zwar als vollkommen diffus reflektierend, aber durchaus nicht vollkommen thermisch ausgleichend angesehen werden können. Auf denselben Unterschied habe ich ebenfalls ausdrücklich an einem anderen Orte²⁾ hingewiesen.

Die Ansicht, daß die beiden Ausgleichskoeffizienten identisch seien und daß $\delta/\gamma = 8/15$ sein müsse, ist allerdings im Jahre 1913 von Timiriazeff verfochten worden, welcher sich auf einige Resultate meiner Arbeiten beruft, doch habe ich mich derselben niemals angeschlossen und bin für deren Entstehung nicht verantwortlich. Vielleicht hätte ich allerdings schon damals ausdrücklich dagegen protestieren sollen, nun aber möchte ich nicht ein zweites Mal verschulden, daß man mir gegenüber den Grundsatz anwende „qui tacet consentire videtur“.

In den Berechnungen Hrn. Baule's erblicke ich somit nicht eine Widerlegung meiner Anschauungen, sondern eine Bestätigung und einen weiteren Ausbau derselben. Sie bilden gewiß einen Fortschritt in der theoretischen Erkenntnis jener Erscheinungen und es ist überraschend, daß auch die experimentelle Vergleichung trotz mancher schwer definierbarer Fehlerquellen, wie Rauhigkeit der Oberfläche, Verunreinigung derselben, Oxydschichten u. dgl., so gut stimmt.

¹⁾ M. Smoluchowski, Ann. d. Phys. 35, p. 992, 1911. [Mémoire XV, p. 155 du présent Volume. Ed.].

²⁾ M. Smoluchowski, Phil. Mag. 21, p. 14, 1911. [Mémoire XIII, p. 134 du présent Volume. Ed.].

XVII. O ODDZIAŁYWANIU WZAJEMNEM KUL PORUSZAJĄCYCH SIĘ W OŚRODKU LEPKIM.

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Polskiej Akademii Umiejętności w Krakowie, Serja A, tom LI, str. 3—5. 1911.

Zadanie hydrodynamiczne Sir G. G. Stokesa, polegające na obliczeniu prędkości kuli sztywnej, poruszającej się pod wpływem siły stałej w nieskończenie rozległym ośrodku lepkiem, nabyło wielkiego znaczenia wskutek swych zastosowań w różnych działach fizyki. Wymienimy między innymi: obliczenie naboju elektronowego na podstawie pomiarów szybkości opadania mgły (metody J. J. Thomsona i H. A. Wilsona), teorię ruchu jonów gazowych, teorię elektrolizy, teorię ruchów Browna oraz dyfuzji roztworów koloidalnych.

Zadanie owo zostało prawidłowo rozwiązane przez Stokesa (w założeniu, że ruch odbywa się tak powoli, iż wpływ bezwładności cieczy może być pominięty) a wynik stosowano we wszystkich pomienionych przypadkach, przyjmując mileżąco założenie, że to, co stosuje się do jednej kuli w ośrodku nieskończonym, pozostanie przybliżenie ważne, gdy chodzi o całe zbiorowisko kul. Tymczasem można łatwo dowieść, że tak nie jest.

Chcąc postępować metodycznie, rozpoczynamy od rozważenia wzajemnego wpływu dwóch kul, poruszających się w ośrodku lepkiem; do rozwiązania tego zadania użyć można metody stopniowych przybliżeń, analogicznej do metod odbicia, któremi posługujemy się w teorii potencjału, w akustyce i t. d. Superponując kolejno rozkłady prądu, tak dobrane, że warunek nieruchomości cieczy względem ściany stałej zostaje spełniony z coraz większą dokładnością naprzemian na obu kulach i posługując się w tym celu rozwiązaniem równań hydrodynamicznych w formie podanej przez Lamba,

dochodzimy do wniosku, że dwie kule, poruszające się równoległe do siebie z tą samą prędkością c , doznają obie oporu zmniejszonego [w przybliżeniu *przyp. wyd.*] o wielkość

$$\frac{1}{2} \frac{ab\pi\mu c}{R},$$

gdzie a , b oznaczają promienie kul, R ich odległość, μ współczynnik lepkości ośrodka; oprócz tego obie podlegają sile (działającej w kierunku łącznicy od tylnej kuli ku przedniej) której wartość [w przybliżeniu *przyp. wyd.*] jest

$$\frac{1}{2} \frac{ab\pi x}{R^2} \mu c,$$

gdzie x oznacza rzut łącznicy na kierunek ruchu; siła ta może również przyczynić się do przyspieszenia ruchu oraz może wywołać przesunięcie poprzeczne.

Analogiczną metodę rachunku można stosować do zbiorowiska n takich kul, lecz wówczas otrzymujemy wyniki w formie szeregów zbieżnych tylko w razie, gdy spełniony jest warunek

$$\frac{an}{S} < 1,$$

gdzie S jest wielkością porównywalną z rozmiarami całego zbiorowiska kul; wzór Stokesa stosuje się w przybliżeniu tylko wówczas, gdy owo wyrażenie jest małym ułamkiem.

Do tego samego wyniku dochodzi się także zapomocą prostego bezpośredniego rozważania. Wyobraźmy sobie chmurę kształtu kulistego, o promieniu S , zawierającą n kropelek kulistych (o promieniu a , gęstości σ). Według Stokesa nabędzie ona jako całość, wskutek ciężaru kropelek, prędkości

$$\frac{1}{3} \frac{na^3 \sigma g}{\mu S};$$

lecz tylko wówczas, gdy wielkość ta jest mała w porównaniu do prędkości kropelek względem gazu otaczającego t. j. w porównaniu do

$$\frac{1}{3} \frac{a^2 \sigma g}{\mu},$$

tylko wówczas prawo Stokesa będzie przybliżenie ważne; warunek stąd wynikający jest identyczny z poprzednio wywiedzionym.

Stąd wynika wogóle, że prędkość opadania zbiorowiska kul zależy nie tylko od ich wielkości i odstępów, lecz także od rozmiarów i kształtu całego zbiorowiska i że będzie różna w różnych częściach takiego zbiorowiska. Prądy konwekcyjne, występujące w gęstych chmurach i pokrywające zupełnie zjawisko regularnego opadania według prawa Stokesa, łatwo można zauważyć, np. przy zjawiskach szlamowania proszków w cieczach.

Rozważania powyższe dotyczą się bezpośrednio tylko chmur, swobodnie unoszących się w przestrzeni wypełnionej przez gaz; w mgłach zamkniętych w naczyniach skłonność do powstawania prądów, zakłócających prawo Stokesa, będzie niewątpliwie mniejsza; zdaje się jednak, że bezkrytyczne stosowanie owego wzoru w tych przypadkach może również pociągać za sobą znaczne błędy, co należy mieć na uwadze, zwłaszcza wobec wspomnianych poprzednio metod obliczania naboju elektronowego oraz innych zjawisk przewodzenia elektryczności w gazach. W każdym razie obliczenie poprawki wzoru Stokesa, wykonane przez Cunninghama, jest wadliwe, gdyż opiera się ono na milcząco przyjętym założeniu, według którego wszystkie kule poruszają się w sposób zupełnie identyczny; założenie to w ogólności nie jest uzasadnione, w pewnych zaś przypadkach jest wręcz błędne, jak to powyżej widzieliśmy.