

samem uzasadnieniem możemy ten współczynnik wprowadzić do naszych wzorów.

Łatwo zrozumieć, jak należałoby wykonać obliczenie całkiem ścisłe, bez żadnych uproszczeń, według naszej metody, ale wskutek trudności całkowania nie wydaje się ono zachęcające. Różnica wobec wyników § 5 występować musi w kształcie funkcji p_n dla małych liczb n ; wpływ kierunku prędkości początkowej musi się jednak szybko zacierać w kolejnych spotkaniach, tak że drogi zakreślone w grupach następujących po sobie, np. w dziesięciu spotkaniach, uważać można za zupełnie niezależne. Dla większych liczb n zatem kształt funkcji p_n pozostanie taki sam jak (28), tylko współczynnik β będzie nieco odmienny. Zdaje się, że w kinetycznej teorii cieczy wpływ trwałości ruchu (persistence) musi jeszcze bardziej występować, dla tego też dla cieczy wzór (34) może być użyty chyba do wskazania przybliżonego rzędu wielkości λ na podstawie współczynników dyfuzji.

XXVIII. SUR LE CHEMIN MOYEN PARCOURU PAR LES MOLÉCULES D'UN GAZ ET SUR SON RAPPORT AVEC LA THÉORIE DE LA DIFFUSION.

(Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles 1906, pp. 202 - 213.)

§ 1. Une des notions fondamentales de la théorie cinétique des gaz est le chemin libre moyen λ c'est-à-dire la valeur moyenne de la distance parcourue en ligne droite par une molécule dans l'intervalle entre deux chocs consécutifs. Cette notion est due à Clausius et est liée avec la théorie que Clausius a donnée et qui considère les molécules comme des sphères rigides. Maxwell, corrigeant le calcul de Clausius; a donné une formule exacte pour la détermination de cette grandeur en fonction des dimensions des molécules. Malgré de nombreuses tentatives, on n'a pas encore réussi à établir une relation exacte entre la quantité λ et les phénomènes de la viscosité, de la conductibilité thermique et de la diffusion. Par conséquent les valeurs de λ données ordinairement, déduites au moyen d'une théorie inexacte, ne peuvent être considérées que comme de vagues approximations.

Quoiqu'il en soit, les mouvements libres des molécules sont connus, au moins au point de vue qualitatif; mais il paraît qu'on n'a pas encore étudié¹⁾ les mouvements moléculaires résultant de la combinaison de plusieurs parcours libres, par l'action de chocs successifs; c'est un problème qui semble offrir un certain intérêt au point de vue théorique.

On peut attaquer ce problème par deux voies différentes: dans

¹⁾ [Au moment où il rédigeait ce Mémoire, l'auteur n'avait aucune connaissance des travaux effectués, sur des problèmes connexes, par Lord Rayleigh, Voir *Phil. Mag.* Vol. 10, p. 73. 1880; *Phil. Mag.* Vol. 47, p. 246. 1899; *Theory of Sound*, 2-nd Ed., § 42 a. 1894; *Scientific Papers*, Vol. I. p. 491; Vol. IV. p. 370; *Nature* Vol. 72. p. 318. 1906. Ed.]

le premier cas (a) c'est la distance droite entre le point de départ et le lieu définitif que la molécule atteint dans un certain temps, en poursuivant son chemin en zigzag, dans le second cas (b) c'est la distance atteinte après un certain nombre de collisions qu'il s'agit de calculer. Ces deux problèmes donnent naissance aux deux notions suivantes: a) à la notion du chemin moyen parcouru dans un certain temps b) à la notion de la distance moyenne parcourue jusqu'à la n -ième rencontre. Un cas particulier de la dernière notion serait (pour $n=1$) le chemin libre moyen.

La supériorité de la notion (a) sur celle (b) consiste en ce qu'elle n'est pas astreinte à l'hypothèse des sphères rigides. La distance parcourue dans un temps donné est une grandeur bien définie aussi dans le cas où des forces intermoléculaires quelconques (p. ex. $\frac{1}{r^5}$ d'après Maxwell) entraînent les molécules sur des chemins de courbure continue. Mais l'évaluation de cette grandeur (a) est plus difficile que celle de la quantité (b). Même pour un temps plus court que la durée moyenne du mouvement libre, il faudrait tenir compte d'une certaine probabilité d'un, de deux, de trois accrochages et de la possibilité de chemins en zigzag qui en résulteraient; ce qui provoque une extrême complication dans les calculs. Pour un temps comparativement long, au contraire, ces raisonnements deviennent plus simples parce qu'alors la valeur de (a) coïncide avec la valeur correspondante de (b). Cela résulte des lois fondamentales de la probabilité qui exigent dans notre cas que le nombre de collisions accidentelles n dans le temps t soit relativement d'autant plus rapproché du nombre moyen N , correspondant à ce temps, que celui-ci est plus grand. Par conséquent les deux fonctions, désignant le même chemin, l'une en fonction de t , l'autre en fonction de n , deviennent identiques dans ce cas limite.

§ 2. Ce qui précède peut être commenté par un calcul très simple, en faisant la supposition (que nous accepterons aussi en ce qui suit) que l'influence de la vitesse de la molécule sur λ puisse être négligée ou, ce qui revient au même, que les molécules aient toujours la même vitesse.

On sait que la probabilité d'un chemin x parcouru sans collision est alors:

$$(1) \quad p_0 = e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

la probabilité du mouvement libre pendant le temps t est donc

$$(2) \quad p_0 = e^{-\frac{ct}{\lambda}}$$

On obtient la probabilité d'un mouvement tel que la molécule subisse une collision dans le temps t en multipliant la probabilité d'une collision dans le temps $\theta \dots \theta + d\theta$, c'est-à-dire $\frac{c}{\lambda} e^{-\frac{c\theta}{\lambda}} d\theta$, par la probabilité d'un mouvement libre du moment θ jusqu'à t , c'est-à-dire par $e^{-\frac{c(t-\theta)}{\lambda}}$ et en intégrant cette expression d'après $d\theta$ entre les limites zéro et t

$$(3) \quad p_1 = \int_0^t \frac{c}{\lambda} e^{-\frac{c\theta}{\lambda}} d\theta e^{-\frac{c(t-\theta)}{\lambda}} = \frac{ct}{\lambda} e^{-\frac{ct}{\lambda}}$$

De manière analogue on obtient la probabilité de deux collisions pendant t :

$$p_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{ct}{\lambda}\right)^2 e^{-\frac{ct}{\lambda}},$$

en général, la probabilité de n collisions est:

$$(4) \quad p_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{ct}{\lambda}\right)^n e^{-\frac{ct}{\lambda}}$$

La somme des p est égale à l'unité: $\lim (p_1 + p_2 + \dots p_n) = 1$ puisqu'il est certain qu'il y aura un nombre quelconque de collisions (y compris zéro) pendant le temps t . Des considérations analogues

s'appliquent aux intégrales $\int_0^{\infty} \frac{c}{\lambda} p_n dt$.

En désignant la quantité $\frac{ct}{\lambda}$ qui représente le nombre normal de chocs dans le temps t par N et en développant $n!$ d'après la formule d'approximation bien connue, on peut transformer (4) en:

$$(5) \quad p_n = \frac{1}{\sqrt{2n\pi}} \left\{ \frac{N}{n} e^{1 - \frac{N}{n}} \right\}^n,$$

ce qui donne la loi approximative de la distribution des chocs:

$$(6) \quad p_n = \frac{1}{\sqrt{2N\pi}} e^{-\frac{nN}{2}}$$

on a posé ici $\frac{N}{n} = 1 + \delta$.

Il en résulte que la possibilité d'un écart δ à partir d'un nombre normal N de collisions est d'autant moindre que le nombre N est plus grand.

§ 3. Dans ce qui suit, nous examinerons surtout le cas limite d'une valeur considérable de N où les deux notions exposées plus haut se confondent. La question fondamentale peut être énoncée de la manière suivante. Observons les molécules se déplaçant par suite de leurs mouvements, apparemment irréguliers, en zigzag, et demandons-nous quelle est la probabilité de ce qu'une molécule atteigne dans un temps t un déplacement compris entre les coordonnées $x, y, z, x + dx, y + dy, z + dz$, par rapport à sa position initiale. Pour simplifier le calcul nous ferons la même supposition que ci-dessus: α) que λ soit une quantité constante et, en outre, β) que la probabilité de la naissance d'un mouvement par suite de chaque collision soit la même dans toutes les directions de l'espace.

La supposition β) n'est exacte que dans le cas où le centre de gravité des deux molécules est en repos; dans le cas contraire elle entraîne une certaine erreur que nous discuterons plus loin. C'est la même inexactitude à laquelle nous avons fait allusion au commencement du § 1 et qui se retrouve, sous une forme plus ou moins apparente, dans tous les calculs de la théorie ordinaire des sphères rigides¹⁾. C'est aussi ce que nos résultats auront de commun avec la théorie ordinaire: ils ne donneront pas de valeurs exactes mais seulement des indications qualitatives. Nous verrons cependant que certaines conclusions pourront tout de même être considérées comme exactes.

§ 4. Il sera utile de faire le calcul, d'abord en le simplifiant par la supposition que le chemin parcouru par chaque molécule soit toujours égal à λ . Dans ce cas, chaque collision peut avoir lieu avec la même probabilité en un point quelconque d'une sphère de rayon λ , construite autour du point où la collision antérieure a eu lieu. La probabilité de ce que le lieu de la première collision soit compris entre les abscisses $x \dots x + dx$ sera définie par le rapport entre l'aire de l'anneau correspondant et la surface totale de la sphère:

$$(7) \quad p_1(x) dx = \frac{dx}{2\lambda}.$$

¹⁾ Voir, p. ex., Boltzmann: Gastheorie I, p. 95.

La probabilité d'un premier choc en un point quelconque ξ , situé dans l'intervalle $x + \lambda, x - \lambda$, et d'un second choc en $x \dots x + dx$ est

$$(8) \quad p_2(x) dx = \frac{dx}{2\lambda} \int_{x-\lambda}^{x+\lambda} p_1(\xi) d\xi.$$

De même la probabilité d'un n -ième choc en $x \dots x + dx$ est

$$(9) \quad p_n(x) dx = \frac{dx}{2\lambda} \int_{x-\lambda}^{x+\lambda} p_{n-1}(\xi) d\xi.$$

L'évaluation des p successifs peut se faire aisément d'après cette formule, mais les résultats deviennent très compliqués pour des valeurs considérables de n à cause de la discontinuité de p_1 .

On évite cette difficulté en transformant la fonction p_1 au moyen de l'intégrale de Fourier:

$$(10) \quad p_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dq \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(\alpha) \cos q(x - \alpha) d\alpha = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin q\lambda}{q\lambda} \cos qx dq$$

d'où l'on tire

$$(11) \quad p_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin q\lambda}{q\lambda} \right)^n \cos qx dq.$$

Pour des nombres n grands ceci se transforme, en développant $\sin z/z$ et en négligeant les termes d'ordre supérieur, en l'expression suivante:

$$(12) \quad p_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{n(\lambda q)^2}{6}} \cos qx dq = \sqrt{\frac{3}{2\pi n}} \frac{e^{-\frac{3x^2}{2n\lambda^2}}}{\lambda}.$$

On a employé ici la formule

$$\int_0^{\infty} \cos az e^{-\beta z^2} dz = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} e^{-\frac{a^2}{4\beta}}.$$

Il en résulte la probabilité de ce que la molécule ait atteint un déplacement $x \dots x + dx$ en un temps t (égal à $n\lambda/c$):

$$(13) \quad p_n(x) dx = \sqrt{\frac{3}{2\pi c t \lambda}} e^{-\frac{3x^2}{2c^2 t}} dx.$$

On en déduit le chemin moyen parcouru dans ce temps, d'une façon analogue à (13):

$$(14) \quad \bar{r}_n = \sqrt{\frac{8n}{3\pi}} \lambda.$$

Remarquons que le carré moyen du chemin peut être calculé par une méthode directe très simple: le carré moyen de la distance r entre les points d'une sphère et un point donné est égal à la somme des carrés du rayon a de la sphère et de la distance b entre son centre et le point donné, puisque le dernier terme de l'expression $r^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$ a pour valeur moyenne zéro. Il en résulte que le carré moyen de la distance atteinte au moment du n -ième choc est égal à la somme des carrés des chemins libres précédents, c'est-à-dire:

$$(15) \quad \bar{r}_n^2 = \lambda^2 n;$$

cette expression est valable pour un n quelconque.

§ 5. Essayons maintenant d'effectuer le calcul avec plus d'exactitude, en supprimant la supposition du § 4. On sait que les molécules n'ont pas toutes le même libre parcours λ . La probabilité d'en trouver une qui se soit éloignée d'une distance ρ du point de départ sera $e^{-\frac{\rho}{\lambda}}$. Il y aura $e^{-\frac{\rho}{\lambda}} \frac{d\rho}{\lambda}$ chocs dans la couche sphérique d'épaisseur $d\rho$ dont une partie, définie par le rapport $\frac{2\pi\rho dx}{4\pi\rho^2} = \frac{dx}{2\rho}$ sera comprise entre les abscisses x et $x + dx$; ainsi la probabilité de ce qu'une collision ait lieu dans la distance $x \dots x + dx$ sera en somme:

$$(16) \quad p_1(x) dx = \int_{\rho=|x|}^{\infty} e^{-\frac{\rho}{\lambda}} \frac{d\rho dx}{2\lambda\rho} = \frac{dx}{2\lambda} \int_{|x|}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\rho}{\lambda}}}{\rho} d\rho,$$

où pour des abscisses négatives doit être prise la valeur absolue de x . La double valeur de l'intégrale de cette fonction entre les limites 0 et ∞ doit être égale à l'unité ce qui peut être vérifié aisément par intégration partielle. Nous savons par conséquent que $p_1(z) dz$ est la probabilité d'une première collision dans la couche $z \dots z + dz$, et que $p_1(x-z) dx$ est la probabilité d'une collision dans $x \dots x + dx$ pour une molécule qui est sortie de z .

La probabilité totale d'une première collision en un point quelconque et d'une deuxième dans $x \dots x + dx$ sera donc:

$$(17) \quad p_2(x) dx = dx \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(z) p_1(x-z) dz;$$

de manière analogue, la probabilité d'une troisième collision dans $x \dots x + dx$ est:

$$p_3(x) dx = dx \int_{-\infty}^{+\infty} p_2(z) p_1(x-z) dz$$

en général

$$(18) \quad p_n(x) dx = dx \int_{-\infty}^{+\infty} p_{n-1}(z) p_1(x-z) dz.$$

L'évaluation de ces expressions ne peut pas être faite immédiatement par la méthode du § 4 à cause de la forme plus compliquée de p_1 . Mais si on les transforme par intégration partielle:

$$\int p_{n-1}(z) p_1(x-z) dz = p_1(x-z) \int p_{n-1}(z) dz + \int dz p_1'(x-z) \int p_{n-1}(z) dz$$

et si l'on considère que p_1 disparaît pour $+\infty$ et $-\infty$, on obtient la formule

$$(19) \quad p_n(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} dy p_1'(y) \int_{-\infty}^{x-y} p_{n-1}(z) dz$$

où l'on a posé $x-z=y$; ceci se prête à la substitution de $p_1'(y)$ dérivé de (16):

$$(20) \quad p_1'(y) = - \frac{1}{2\lambda} \frac{e^{-\frac{|y|}{\lambda}}}{y},$$

dans laquelle l'exposant contient la valeur absolue de y . L'intégrale se divise en deux parties, entre les limites $-\infty$, 0 et 0, $+\infty$ qui peuvent être réunies si l'on substitue la variable, avec signe inverse, dans la première. Ainsi l'on obtient la forme voulue:

$$(21) \quad p_n(x) = - \frac{1}{2\lambda} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{y}{\lambda}}}{y} \left[\int_0^{x-y} - \int_0^{x+y} p_{n-1}(z) dz \right] dy.$$

Afin de pouvoir appliquer cette équation à l'évaluation successive des p , transformons p_1 dans (16) à l'aide de l'intégrale de Fourier (10):

$$p_1(z) = \frac{1}{2\lambda\pi} \int_0^{\infty} dq \int_{-\infty}^{+\infty} \cos q(z-\alpha) \int_{\rho}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\rho}{\lambda}}}{\rho} d\rho d\alpha = \\ = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^{\infty} dq \int_0^{\infty} [\cos q(z-\alpha) + \cos q(z+\alpha)] \int_{\alpha}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\rho}{\lambda}}}{\rho} d\rho d\alpha$$

ce qui donne par intégration partielle d'après a:

$$(22) \quad p_1(z) = \frac{1}{\pi\lambda} \int_0^{\infty} \frac{dq \cos qz}{q} \varphi(q),$$

où la fonction φ signifie:

$$(23) \quad \varphi(q) = \int_0^{\infty} \sin q\alpha \frac{e^{-\frac{\alpha}{\lambda}}}{\alpha} d\alpha.$$

En introduisant cette expression dans (21), on obtient:

$$p_2(x) = -\frac{1}{2\lambda^2\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{y}{\lambda}}}{y} dy \int_0^{\infty} \frac{dq}{q^2} \varphi(q) [\sin q(x-y) - \sin q(x+y)] = \\ (24) \quad = \frac{1}{\lambda^2\pi} \int_0^{\infty} dq \cos qx \left[\frac{\varphi(q)}{q} \right]^2,$$

et dans le cas général:

$$(25) \quad p_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\frac{\varphi(q)}{q\lambda} \right]^n \cos qx dq.$$

Cette équation se simplifie par le développement de $\sin qx$

$$(26) \quad \varphi(q) = q\lambda \left[1 - \frac{(q\lambda)^2}{3} + \frac{(q\lambda)^4}{5} - \dots \right] = \text{arteg}(q\lambda)$$

et par l'omission des termes d'ordre supérieur et devient analogue, pour de grands nombres n , à l'équation (12):

$$(27) \quad p_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{n\varphi^2(q)}{5}} \cos qx dq = \frac{1}{2\lambda} \sqrt{\frac{3}{\pi n}} e^{-\frac{3x^2}{4n\lambda^2}}.$$

La probabilité de ce qu'une molécule subisse un déplacement $x \dots x + dx$ dans le temps t (grand en comparaison avec le temps du mouvement libre) est donc:

$$(28) \quad p_n(x) dx = \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{\beta x^2}{t}} dx$$

où β signifie le coefficient $\sqrt{\frac{3t}{4n\lambda^2}} = \sqrt{\frac{3}{4c\lambda}}$. En général, la probabilité d'un déplacement caractérisé par les composantes x, y, z sera:

$$(29) \quad p_n(x, y, z) dx dy dz = \left[\frac{\beta}{\sqrt{\pi t}} \right]^3 e^{-\frac{\beta(x^2+y^2+z^2)}{t}} dx dy dz.$$

Le déplacement moyen en x (positif ou négatif) sera donc:

$$(30) \quad \bar{x} = \frac{1}{2\beta} \sqrt{\frac{t}{\pi}},$$

la distance moyenne radiale:

$$(31) \quad \bar{r} = \frac{2}{\beta} \sqrt{\frac{t}{\pi}} = \frac{4\lambda}{\sqrt{3\pi}} \sqrt{n} = 4 \sqrt{\frac{c\lambda t}{3\pi}},$$

et le carré moyen de la distance:

$$(32) \quad \bar{r}^2 = \frac{3t}{2\beta^2} = 2n\lambda^2.$$

§ 6. Le raisonnement reste le même, si les grandeurs λ, c, n se rapportent à une molécule qui se trouve mêlée à des molécules d'un gaz différent. La nature de ce gaz n'aura d'influence que sur la valeur de λ . Par conséquent nous pouvons appliquer nos résultats à la théorie de la diffusion d'un gaz dans un autre, dans le cas où la petitesse des différences de concentration permet de considérer λ comme constant.

Supposons que la concentration (c'est-à-dire le nombre relatif des molécules d'une espèce) soit déterminée en un certain moment initial par la fonction $f_0(x)$. Alors chaque couche dx du mélange peut être regardée comme une source d'où les molécules, en nombre proportionnel à $f_0(x) dx$, se dispersent d'après la loi (28). Donc, après un temps t , on aura, en un point X , la concentration:

$$(33) \quad f(X, t) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(x) e^{-\frac{\beta(X-x)^2}{t}} dx,$$

C'est précisément la formule que fournit la théorie classique de la diffusion comme solution particulière de l'équation différentielle de la diffusion dans les conditions initiales admises, si l'on pose pour coefficient de diffusion

$$(34) \quad D = \frac{1}{4\beta^2} = \frac{c\lambda}{3}.$$

Nous retrouvons ainsi dans (34) un résultat bien connu de la théorie cinétique des gaz¹⁾. Mais la méthode directe exposée plus haut est supérieure aux calculs usuels en ce qu'elle conduit à l'interprétation physique du résultat (33) qu'on obtient à l'ordinaire par des raisonnements mathématiques indirects, en suivant le détour qu'implique l'usage de l'équation différentielle de la diffusion.

Par des considérations tout-à-fait analogues on obtient, dans le cas de trois dimensions, la solution générale du problème de la diffusion dans des conditions initiales données, en partant de la formule (29). La concentration au point donné sera, au moment t :

$$(35) \quad f(t) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\beta}{\sqrt{t}} \right)^3 \int_0^{\infty} \psi(r) e^{-\frac{\beta^2 r^2}{t}} r^2 dr$$

où $\psi(r)$ est la valeur moyenne de la concentration initiale sur la surface d'une sphère de rayon r^2 .

§ 7. Remarquons que le calcul simplifié du § 4 donne un résultat analogue. avec cette différence seulement, que le coefficient de la diffusion aurait la moitié de la valeur déduite plus haut. Ceci est en accord avec le résultat qu'on déduit de la théorie ordinaire en tenant compte des mêmes hypothèses. Car parmi le nombre de molécules touchant un plan donné, seules les molécules comptent qui se trouvent en une couche λ , si λ est le chemin parcouru par chacune d'elles; la valeur moyenne de leur chemin jusqu'à l'intersection avec le plan ne sera que $\frac{1}{2} \lambda$, tandis qu'elle devrait être égale au chemin libre moyen λ d'après l'analyse exacte.

Nous avons dit que les résultats du § 5 ne sont non plus entièrement exacts, à cause de l'introduction des suppositions simplificatrices du § 3; ceci est un défaut commun à nos calculs et à la

théorie ordinaire de ces phénomènes. On a essayé, il est vrai, d'en dégager la théorie ordinaire, en tenant compte de ce que les chocs moléculaires tendent en moyenne à favoriser la direction du mouvement primitif (persistance de vitesse). M. Jeans²⁾ a trouvé, en effet, que la vitesse après une collision a, en moyenne, une composante dans la direction du mouvement primitif égale à 0.406 de la vitesse de celui-ci. Cependant il n'essaye pas de déduire l'effet exact de plusieurs chocs consécutifs; il se borne à un raisonnement approximatif. Il est probable que le résultat indiqué par M. Jeans qui se ramène à multiplier λ par le coefficient 1.684, est plus rapproché de la vérité que le calcul usuel et l'on pourrait introduire ce coefficient dans nos formules avec la même justification.

Il est facile de comprendre comment il faudrait conduire le calcul rigoureux sans simplifications en suivant notre méthode, mais les difficultés d'intégration que l'on rencontre paraissent presque insurmontables. La forme de l'équation (25) devrait subir une modification pour de petits nombres n ; mais l'influence de la vitesse primitive est vite effacée par les chocs consécutifs, en sorte que les chemins parcourus p. ex. pendant dix collisions peuvent être considérés comme tout-à-fait indépendants. Par conséquent, il ne faut changer dans (28), pour des nombres grands n , que le coefficient numérique de β .

Il est probable que la persistance des vitesses est plus considérable encore dans les liquides; c'est pourquoi la formule (34) ne pourrait être appliquée dans ce cas qu'à une évaluation assez vague de l'ordre de grandeur, ou plutôt de la limite supérieure de λ .

¹⁾ Phil. Mag. 8, p. 670 (1904).

¹⁾ Voir p. ex. Boltzmann: Gastheorie I. p. 90.

²⁾ Voir p. ex. Riemann-Weber: Partielle Differentialgleichungen 2. p. 126. On pourrait parvenir, évidemment, aux relations (28—32) par la méthode inverse, en partant de la théorie ordinaire de la diffusion.