

XXIV. O POWSTAWANIU ŻYŁ PODCZAS WYPEŁWU CIECZY.

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności w Krakowie. T. XLIV. Serja A. 1904; str. 144–157).

I.

Jednem z najpowszedniejszych a przecież jeszcze niedostatecznie wyświetlonych zjawisk hydromechaniki jest tworzenie się żył wodnych (Wasserstrahl, veine d'eau, water jet) występujące zwykle, gdy woda z dostateczną prędkością przepływa przez wąski otwór.

Że ciecz, wypływająca przez otwór w dnie naczynia, skupia się, tworząc promień mniej lub bardziej walcowaty, zamiast rozpylić się na wszystkie strony, można by sobie wytłómaczyć działaniem ciężkości i napięcia włoskowatego, jeżeli zewnątrz znajduje się powietrze; siły te mogą przecież wywoływać rozdzielanie się żyły na szereg kropli.

Ale wiadomo, że zupełnie podobne zjawisko można też zauważyć, używając cieczy zabarwionej, jeżeli zewnętrzna część przestrzeni jest zapełniona cieczą; to samo odnosi się do przypadku analogicznego aeromechaniki (słup dymu uchodzącego z komina, struga pary z wypustu parowego), gdzie wspomniane czynniki żadnej roli nie odgrywają.

Zdawałoby się, że klasyczna „idealna” hydrodynamika nie daje możliwości wytłómaczenia tego zjawiska, ponieważ według niej rozkład prądu cieczy musiałby być analogicznym do rozkładu prądu elektrycznego, który właśnie przeciwnie cechuje dążność do wypełnienia liniami prądu całej przestrzeni konduktora. Tymczasem Helmholtz¹⁾ zauważył, w czym leży różnica obu przypadków. W hydromechanice musi być jeszcze spełniony warunek, że ciśnienie

nie nigdzie nie może spaść poniżej wartości zera, do czego niema analogii w elektryczności; zamiast przekroczyć tę granicę, ciecz musi się rozzerwać i powstanie powierzchnia nieciągłości (Diskontinuitätsfläche).

Ponieważ ciśnienie hydrodynamiczne zmniejsza się z wzrostem prędkości według wzoru:

$$(1) \quad p = p_0 - \rho \frac{v^2}{2},$$

a prędkość v przy każdej krawędzi, matematycznie ostrej, musiałaby osiągnąć wartość nieskończoną, przeto każda taka krawędź musi wytworzyć wspomnianą powierzchnię. W powyższym przykładzie trzeba sobie wyobrazić, według Helmholtza, że woda rozrywa się przy krawędzi otworu, a powierzchnia, w której ciśnienie jest zero, oddzielając wodę szybko się poruszającą od zewnętrznej nieruchomej wody (totes Wasser), tworzy zjawisko, które właśnie określaliśmy nazwą żyły wodnej.

Teoria ta w przypadku ruchu dwuwymiarowego daje sposobność do bardzo zycznego użytkowania funkcji argumentów zespolonych; dzięki temu powstał szereg poszukiwań teoretycznych szczególnych kształtów takich żył, tworzących nowy dział hydromechaniki, pod względem matematycznym bardzo interesujący¹⁾.

Zdaje się jednak, że nie wykonano dotychczas żadnych doświadczeń w celu sprawdzenia podstaw owej teorii. A trzeba zauważyć, że nie została ona ogólnie uznana; zwłaszcza Lord Kelvin²⁾ stanowczo oświadcza się przeciwko przyjęciu powierzchni nieciągłości.

Istotnie przyjęcie takiej powierzchni, gdzie stykają się dwie części cieczy o różnych (stałych) prędkościach, może być usprawiedliwione wobec cieczy idealnych ale w żadnym razie nie może być stosowane do rzeczywistych cieczy, obdarzonych lepkością, gdzie tarcie musiałoby wywołać nieskończenie wielkie naprężenie styczne w owych miejscach i musiałoby natychmiast wyrównać owe różnice prędkości³⁾.

¹⁾ Kirchhoff, Crelle J. 70 (1869). Abhdlg. p. 416; Rayleigh, Phil. Mag. 5 p. 430 (1876); Michell, Phil. Trans. 1890; Réthy, Beibl. 1895 p. 679; Bohyleff etc.

²⁾ Nature 50 p. 524–597 (1894).

³⁾ Patrz np. Lamb, Hydrodynamics p. 541.

¹⁾ Berl. Ber. 1868, p. 215, Ges. Abhdlg. I. p. 146.

Pojęcie takich powierzchni może być niekiedy użyteczną fikcją matematyczną, ale trzeba zawsze zbadać, czy wnioski, na jej podstawie wysnute, nie mają także tylko wartości fikcyjnej.

Nasuwa się przytem poważna wątpliwość, czy taki ruch, gdyby był nawet możliwy, mógłby być trwałym (stabil), ale tej kwestji obecnie nie będziemy roztrząsali, ponieważ i tak jeszcze doświadczenia nas do niej doprowadzą. Zauważyć jednak trzeba, że użycie równań cieczy idealnych w tych przypadkach dlatego przedewszystkiem nie może być dozwolone, ponieważ takie ciecz ślizgałyby się wzdłuż ścian bez tarcia, podczas gdy rzeczywiste ciecz nieruchomo do nich przylegają, a więc też niema przyczyny, czemuby ciśnienie przy krawędziach miało spadać aż do zera.

Z drugiej strony, jak to na innym miejscu zauważyłem ¹⁾, z samych równań hydrodynamiki — ale oczywiście tylko uwzględniając lepkość — wynika już zasadnicza właściwość omawianych tu zjawisk, t. j. asymetria linii prądu (w szczególności zmniejszenie ich rozbieżności) względem ściany tworzącej przegrodę, w której znajduje się otwór przepływu.

Dopóki ruch ²⁾ jest dostatecznie powolny, tak że drugie potęgi prędkości pominąć można w porównaniu do pierwszych, równania ruchu:

$$(2) \quad \rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \text{ i t. d.}$$

pozostają niezmienione przez podstawienie — u , — v , — w , $a - p$, w miejsce u, v, w, p ; linie prądu zatem nie zmieniają swego kształtu (tylko kierunek) przy odwróceniu spadku ciśnienia, czyli muszą być symetryczne z obu stron otworu, jeżeli ściany są symetryczne.

W miarę jednak jak prędkość wzrasta i wyrażenia bezwładnościowe się uwydatniają, możliwość tego podstawienia znika i ruch staje się asymetryczny. Łatwo też dojść do wniosku, rozważając wpływ tych dwóch czynników, że skutkiem dodatkowych wyrażań bezwładnościowych będzie właśnie taka zmiana ruchu, jaka uwydatnia się w żyłach wodnych.

Ażeby więc rozstrzygnąć, czy według naszego przypuszczenia

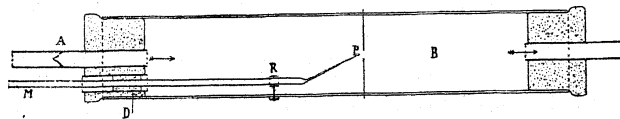
¹⁾ Rozpr. Akad. Umiejęt. 48 p. 77 (1903).

tworzenie się żył polega na współdziałaniu bezwładności i lepkości, czy też w myśl teorii Helmholtza na rozdzielaniu się cieczy i na powstawaniu powierzchni nieciągłości, przedsięwziąłem szereg doświadczeń poniżej opisanych.

II.

Metoda doświadczalna polegała na znanym sposobie ¹⁾ wpuszczania barwnika w pewnym punkcie do cieczy przepływającej, wskutek czego odpowiednia linja prądu występuje jako barwna struga i może być wygodnie obserwowana i odrysowana.

Jako najprostszy i najlepiej dający się określić przypadek został obrany wypływ przez mały otwór w bardzo cienkiej płaskiej ścianie. Ściana była reprezentowana przez sztywną blaszkę miedzianą (grubości 0.095 mm), tworzącą przegrodę między dwiema częściami rury szklanej (o średnicy 45 mm), których końce zostały na płasko oszlifowane i do blaszki szczelnie przykitowane. Otwór na środku blaszki, przez który ciecz miała przepływać, miał kształt koła o średnicy 2.45 mm, a krawędzie jego były nieco zaokrąglone.



Ryc. 1.

Przeciwnie końce rur szklanych zamknięto korkami, przez które przeprowadzone były rurki służące do przyływu i odpływu cieczy. Ponieważ okazało się, że prędkości wymagane są bardzo małe, użyłem do hamowania ruchu rurki kształtu A, z wewnątrz wlotowym końcem o wąskim otworze, co się okazało bardzo dogodnym. Prędkość ruchu cieczy regulowano przez nastawienie zbiornika, z którego wypływała do przyrządu, w odpowiedniej wysokości; mierzono ją, licząc liczbę kropli uchodzących z rurki odpływowej w danym czasie i redukując to na miarę bezwzględnej zapomocą osobnego oznaczenia przeciętnego ciężaru kropli.

¹⁾ Oberbeck, Wied. Ann. 2 p. 1 (1877); Reynolds, Phil. Trans. 1883; Marey, Journ. Phys. 1 p. 192 (1902) i inni.

Do wprowadzania barwnika służyła rurka *M*, zaopatrzona przy końcu długim, nadzwyczaj cienkim włosiem i prowadzona zapomocą pierścienia *R* i dławika *D* w ten sposób, że koniec *P*, przez który barwnik wypływał, można było przysunąć lub odsunąć od przegrody, a równocześnie, obracając rurkę koło swej osi, zbliżyć lub oddalić od otworu w bocznym kierunku.

Mały zbiornik barwnika był umieszczony na nieco wyższym poziomie; ciśnienie hydrostatyczne wyciskało zawartość jego w bardzo drobnych ilościach tak, żeby mowy być nie mogło o zakłóceniu linii prądu. Jako barwnika używałem nieco rozrzedzonego atramentu niebieskiego (blaue Metalltinte, Günther u. Wagner) poprzednio starannie przefiltrowanego, którego gęstość oznaczona została na 1-00085 w 17° C, a z tą liczbą została zrównana gęstość wody przepływającej przez dodanie drobnej ilości (0-12%) soli.

Przyrząd tak zestawiono, że punkt *P* i środek otworu były w jednym poziomie; wskutek tego struga barwna, sięgająca od *P* przez otwór do naczynia *B*, znajdowała się w płaszczyźnie poziomej i w takiej samej pozycji okazywał się jej obraz na papierze leżącym na stole, wytworzony przez promienie światła pionowo spadające i odbijające się od zwierciadła poniżej skośnie nastawionego i przyzmatu zupełnie odbijającego.

Wpływ zakłócający przypadkowych prądów konwekcyjnych, do góry lub na dół skierowanych, w takim ustawieniu oczywiście najmniej występuje, a może być także w każdej chwili skontrolowany przez sprawdzenie, o ile struga barwna występuje z płaszczyzny poziomej.

Te prądy, powstające wskutek zmienności temperatury otoczenia, sprawiają wiele wogóle kłopotu w tych doświadczeniach, jeżeli prędkość przepływu jest bardzo mała. Dlatego okazało się także koniecznem, w celu ustalenia temperatury, otoczyć przyrząd płaszczem wodnym, tj. szerszą rurą, którą się za każdym razem tą samą cieczą napełniało, co wewnętrzne naczynie. Zresztą trudności te znacznie się zmniejszają, gdy używamy cieczy o większej lepkości, zwłaszcza że wtedy, jak to później zobaczymy, należy caeteris paribus używać większych prędkości przepływu.

Oprócz tych ostrożności, co do zmienności temperatury, należało zwracać uwagę na absolutną czystość używanych cieczy, gdyż najdrobniejszy pyłek wystarczał do zatkania rurki *P* lub otworu *A*. Przy poniżej opisanych doświadczeniach pod zmniejszaniem ciśnienia

niem należało dbać o staranne uszczelnienie wszystkich przewodów i przyrządu samego.

III.

Wyniki tych doświadczeń są streszczone w następującem zestawieniu:

1) Wyraźne tworzenie się żył wpływu, t. j. zmniejszenie rozbieżności strug wypływowych, występuje już przy nadzwyczaj małej prędkości (w wodzie prędkość przeciętna w otworze $0.5 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$).

Bezpośrednia obserwacja wykazywała, że prędkość ¹⁾ na osi żyły jest stosunkowo większa, a na zewnątrz ku ścianom naczynia maleje, podczas gdy Helmholtza teoria żąda przeciwnie największej prędkości na powierzchni żyły, i to prędkości przynajmniej czter-nastu metrów na sekundę, ażeby ciśnienie atmosferyczne mogło zostać przewyżnione.

2) Wspomniane wyżej obliczenia Helmholtza i innych badaczy odnoszą się tylko do założenia najprostszego: nieskończenie cienkich ścian i matematycznie ostrych krawędzi.

W rzeczywistości, wskutek zaokrąglenia krawędzi, musiałyby istnieć graniczna prędkość, poniżej której wypływ odbywałby się zupełnie normalnie (analogicznie do rozkładu prądu elektrycznego), a powyżej której musiałyby nastąpić zerwanie cieczy i zjawisko żyły.

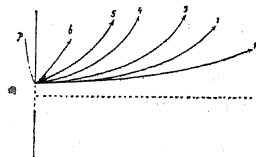
Tymczasem doświadczenia wykazały zupełnie ciągłą zmianę w kształcie linii prądu, gdy prędkość przepływu wzrastała. Uwydatnia to rycina 2, wyobrażająca linię prądu, wychodzącą z punktu *P* położonego z boku przed otworem, przy rozmaitej prędkości wypływu, mianowicie:

1) 0-90, 2) 0-80, 3) 0-71, 4) 0-55, 5) 0-43, 6) $0-24 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$.

Uderzająca jest zależność kształtu części poza otworem leżącej od miary prędkości, podczas gdy zmiany przedniej części tak były drobne, że nie mogły być uwydatnione w rysunku. Zgodnie z uwa-

¹⁾ Można oceniać prędkości w różnych punktach według cienkości strugi barwnej albo też obserwując ruch szeregu obłoczków barwnych, wytwarzających się wskutek lekkich wstrząszeń naczynia.

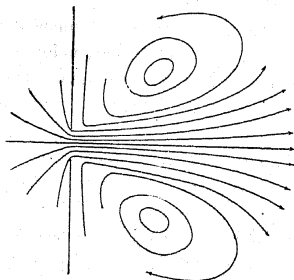
gami naszymi co do wpływu lepkości i bezwładności asymetria uwydatnia się coraz bardziej przy rosnącej prędkości, podczas gdy kształt strugi odpowiadającej najmniejszej prędkości mało tylko odbiega od symetrii.



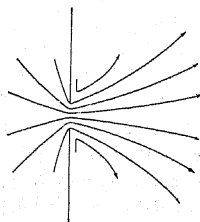
Ryc. 2.

To stopniowe zanikanie symetrii linii prądu i stopniowe skrzywianie się strug wypływających w żyłę, w miarę rosnącej prędkości, jeszcze wyraźniej występuje w rycinach 3, 4, 5, 6 odpowiadających prędkościom: 0.90, 0.45, 0.23, 0.14 $\frac{cm}{sek}$.

Są one wynikiem szeregu rysunków, z których każdy otrzy-



Ryc. 3.



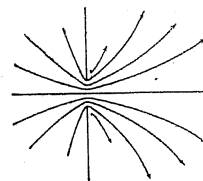
Ryc. 4.

many został przez superpozycję strug wytworzonych przy pewnej prędkości, wskutek przesuwania punktu P.

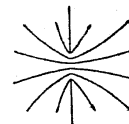
Zauważyć należy zwłaszcza tworzenie się pierścieni wirowych poza otworem, uwydatniające się dobrze w ryc. 3, które obserwowałem, odwracając kierunek przepływu tak, że punkt wypływu P znajdował się po stronie żyły wypływu.

Daje to możliwość ścisłego określenia pojęcia powierzchni żyły: mianowicie nazywamy tak powierzchnię, która, wychodząc z krawędzi otworu, oddziela linie prądu pochodzące z przedniej części przestrzeni od zamkniętych, wirowych linii, należących do tylnej części. Oczywiście jest rzeczą, że ciecz otaczająca uczestniczy w ruchu żyły, choć w słabszym stopniu; nie wskazuje nieciągłości prędkości. Przy mniejszej prędkości wiry te szybko się zmniejszają wraz z asymetrią obrazu; w ryc. 5 jeszcze wyraźnie widać zbieżność bocznych linii prądu tuż poza otworem, ale wobec prędkości 0.14 $\frac{cm}{sek}$, ryc. 6, która już ledwie wykazuje ślady asymetrii, wirów spostrzec nie było można.

3) Ponieważ według Helmholtza krytyczna prędkość, przy której nastąpić musi rozerwanie, jest określona przez warunek, że



Ryc. 5.



Ryc. 6.

ciśnienie u krawędzi otworu spada do zera, zatem, jeśli oznaczmy przez p_0 ciśnienie w naczyniu przed otworem wypływowym:

$$(3) \quad v = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}$$

zjawisko żył musiałyby oczywiście wystąpić przy tem mniejszej prędkości, im mniejsze jest ciśnienie wewnętrzne p_0 .

Ażeby zbadać prawdziwość tego wniosku, połączyłem zbiornik, z którego ciecz wypływała, naczynie, do którego spływała, jakoteż naczynie, z którego uchodził barwnik, rurami wiodącymi do flaszki, z której powietrze można było wypompować zapomocą pompy wodotryskowej¹⁾.

¹⁾ Z powodu wydobywania się baniek powietrza z wody pod niskim ciśnieniem lepiej jest używać wody przegotowanej.

Tym sposobem, nie zmieniając ciśnień względnych, a zatem prędkości prądu, mogłem obniżyć dowolnie bezwzględną ciśnień. Doświadczenia w różnych warunkach powtarzane, przy których ciśnienie p_0 spadało od 75 cm do 7 cm rtęci, żadnej nie wykazały różnicy w kształcie linii prądu, co stanowiło dowód, że teoria Helmholtza do tych zjawisk nie może być zastosowana.

4) W teorii Helmholtza jedynie gęstość cieczy wchodzi w rachubę, o ile ona wpływa (według (1)) na wielkość ciśnienia hydrodynamicznego; lepkość cieczy jest zupełnie obojętna. Według naszego przypuszczenia jednak właśnie stosunek gęstości do lepkości, t. zw. ruchliwość cieczy jest miarodajna. Znając mianowicie specjalne rozwiązanie równań (2) cieczy o współczynnikach μ_1, ρ_1 , możemy je także spełnić, używając cieczy μ_2, ρ_2 , jeżeli dobierzemy $u_2 = u_1 \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}$ i t. d., $\Delta p_2 = \frac{\mu_2^2 \rho_1}{\mu_1^2 \rho_2} \Delta p_1$, $t_2 = t_1 \frac{\mu_1 \rho_2}{\mu_2 \rho_1}$; będzie to ruch „dynamicznie podobny“¹⁾.

Jeżeli zatem nasze tłumaczenie zjawiska żył, opierające się wyłącznie na owych równaniach, jest prawdziwe, to kształt linii prądu musi zależeć od lepkości, ale musi pozostać niezmienny, jeżeli, używając cieczy mniej ruchliwej, zwiększymy prędkość prądu w odwrotnym stosunku ruchliwości, do czego znów potrzeba zmiany ciśnienia w stosunku $\frac{\mu_2^2 \rho_1}{\mu_1^2 \rho_2}$.

Rzeczywiście, sprawdziłem tę regułę, używając oprócz wody roztworów gliceryny o dwójakim stężeniu (mniej więcej 37·5% i 45·8%) i barwników odpowiednio gliceryną zaprawionych, aż do osiągnięcia równej gęstości.

Względne współczynniki lepkości w temperaturze pokojowej 19·5°, mierzone zapomocą zwykłej metody rurek włoskowatych i z nich obliczone współczynniki podobieństwa $\alpha = \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}$ były następujące:

Gliceryna I; gęstość 1·094; lepkość względna 3·38; $\alpha = 2·894$.
Gliceryna II; gęstość 1·116; lepkość względna 5·02; $\alpha = 4·20$.

Doświadczenia wykonane z temi cieczami okazały taką zgodność, że systemy krzywych otrzymane przy odpowiednich [według (4)] prędkościach można było superponować. Tak np. ryc. 3 otrzy-

¹⁾ Patrz Smoluchowski: O metodzie podobieństwa dyn. etc. Prace mat.-fiz. XV, p. 115 (1904).

mana została w wodzie przy prędkości $0·90 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$, a także w glicerynie I przy prędkości $2·58 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$, t. j. 2·87 razy większej, co zupełnie zgadza się ze współczynnikiem podobieństwa $\alpha = 2·895$; podczas gdy prędkość $0·90 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ (uwzględniając różnicę gęstości 0·86), któraby według warunku Helmholtza powinna być odpowiednią wobec gliceryny I, wytwarza odmienny obraz, odpowiadający średniemu przypadkowi między ryc. 4 i ryc. 5.

Tak samo stwierdzono identyczność ryc. 4, otrzymanej przy odpowiednich prędkościach we wszystkich trzech cieczach.

Przy wyrysowaniu ryc. 6 już a priori zrobiłem użytek z tego podobieństwa dynamicznego, używając obrazu, otrzymanego przy odpowiedniej prędkości w glicerynie II, ponieważ w wodzie czystej przypadkowe prądy konwekcyjne tak bardzo odczuć się dawały przy tym powolnym ruchu, że tylko początkowe i środkowe części linii nadawały się do wyrysowania.

Nawiasem zauważę, że wyniki niniejsze zdają się być wogóle pierwszym doświadczalnym potwierdzeniem geometrycznej identyczności ruchów dynamicznie podobnych.

Przybliżone pomiary ciśnienia zgadzały się także z warunkiem (4); nie wchodzimy tutaj w te szczegóły, ponieważ nie należą do właściwego tematu.

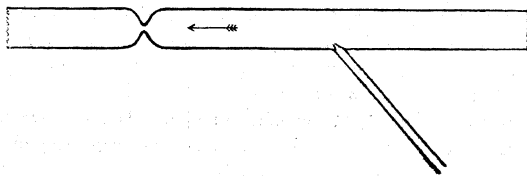
IV.

Podczas gdy doświadczenia powyższe niewątpliwie dowodzą, że przyczyną tworzenia się żył wypływu w powyższych przypadkach jest współdziałanie bezwładności i lepkości, przecież zdaje się z drugiej strony być rzeczą pewną, że zasadnicza myśl Helmholtza: zmniejszanie się ciśnienia w otworze i możliwość rozerwania się cieczy przy dostatecznym podwyższeniu prędkości, nie jest bezpodstawna; wszak tym sposobem tłumaczymy sobie np. działanie pompy wodotryskowej. Dlatego pożądanym było uzupełnienie doświadczeń przez zbadanie zjawisk zachodzących przy znacznie większych prędkościach, gdzie oczekiwać można było spełnienia wyłożonych przewidywań.

Ponieważ do takich doświadczeń aparat powyżej opisany nie nadawał się, zbudowałem przyrząd bardzo prosty i wytrzymały

(ryc. 7): rurkę szklaną (średnicy 8.4 mm) zwężylem w jednym miejscu tak, że pozostał tylko wąski kanał, o ile możliwości regularny [którego rozmiary w przekroju najwęższym, nieco eliptycznym, zmierzone po ukończeniu doświadczeń, po przecięciu rurki i stosownym oszlifowaniu wynosiły 0.93 mm i 1.00 mm], a do górnej części przylutowałem wąskie boczne połączenie służące do wypuszczenia barwnika lub połączenia z manometrem.

Przyrząd ten, do zbadania praw powolnego przepływu, został przedewszystkiem połączony, wspólnie z diafragmą, podobną do rurki A, ryc. 1, ze zbiornikiem nieco wyżej położonym. Strugi barwnika wypuszczonego wykazały wyraźne cechy żył wodnych już przy prędkości $6.1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ w zwężeniu (t. j. $0.082 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ w szerokiej części



Ryc. 7.

rurki). Podczas gdy przy prędkości $2.4 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ asymetria już znikła, z dru-

giej strony przy prędkości $8.3 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ powstała już żyła walcowata, na 3 cm długa, otoczona wirami i okazująca pewne zjawiska perjodycznych drgań. Wobec tak małych prędkości, a zwłaszcza wobec nieznacznej krzywizny ścian otworu nie może być mowy jeszcze o zjawiskach Helmholtza, a przecież powstają typowe „żyły“.

Przyrząd ten górnym końcem bezpośrednio został następnie przytwierdzony do wypustu wodociągowego, a dolny koniec połączono z dużą fiaszką, w której pompa wodotryskowa mogła obniżać ciśnienie i która równocześnie służyła do mierzenia prędkości przepływu wody. Przed doświadczeniem cała rurka została wypełniona wodą. Skoro wówczas kurek wodociągu został otwarty, okazało się rzeczywiście, przy pewnej prędkości zjawisko przewidywane: rozrywanie się żyły wodnej, czy też odrywanie się jej od

otaczającej wody, tuż za zwężeniem, widoczne wskutek odbicia się światła od powierzchni wewnątrz powstających.

Ale nie jest to bynajmniej zjawisko ciągle lecz perjodyczne, czego dowodzi równocześnie powstający brzęczący odgłos; okiem nieuzbrojonym widać także częste przerwy zjawiska, a zawsze okazuje się wielka nieregularność w jego występowaniu. Przy odpowiednim regulowaniu dopływu z wodociągu można było oznaczyć przybliżenie prędkość, przy której ono występowało, na $24 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ w przekroju, podczas gdy warunek (3) wymagałby prędkości 26 lub $14.4 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$, zależnie od tego czy za p_0 (t. j. za ciśnienie panujące w nieruchomej części cieczy) podstawimy jego wartość powyżej lub poniżej zwężenia.

Gdy zmniejszałem ciśnienie poniżej zwężenia do 35.5 cm , za pomocą pompy wodnej, rozrywanie okazywało się już przy prędkości $14 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$; gdy obniżenie postąpiło do 25.5 cm , już przy $12 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$, podczas gdy z poprzedniego rachunku wypadałyby liczby 19 lub 9.7 i 14 lub $8.2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

Równocześnie zmienia się wygląd zjawiska: przy zwykłym ciśnieniu atmosferycznym woda uchodząca, zupełnie przezroczysta aż do osiągnięcia krytycznej prędkości, przybiera wygląd mętny po jej przekroczeniu, co pochodzi z wydzielania się drobnych bąbków powietrza; przy niskim ciśnieniu powstają duże bąbki, w gwałtowny sposób, jak gdyby woda się gotowała.

Możnaby przypuścić, że prędkość owa będzie „krytyczną“ także w innym sensie, mianowicie, że prędkość po przekroczeniu granicy będzie niezależna od ciśnienia poniżej zwężenia, ponieważ poza otworem i tak zawsze to samo ciśnienie zero panować powinno.

Tymczasem doświadczenie nie potwierdziło tego przypuszczenia; przeciwnie, wykazało zawsze wzrost prędkości ruchu wskutek zwiększenia ciśnienia górnego lub zmniejszenia ciśnienia dolnego.

Tłumaczy się to zapewne temi samymi przyczynami, którym przypisać należy różnicę obliczonych i znalezionych krytycznych prędkości: charakterem niestalonym, drgającym całego zjawiska i lepkością cieczy, która pogardza wszelkimi obliczeniami opartymi na abstrakcji cieczy idealnych.

V.

Ostateczne konkluzje, wynikające z tych doświadczeń, streścimy jeszcze w kilku słowach:

Zjawisko Helmholtza, t. j. rozrywanie się cieczy uchodzącej z ciasnego otworu, może rzeczywiście wystąpić, jeżeli prędkość jej jest bardzo znaczna (przeszło dwadzieścia metrów na sekundę w naszych doświadczeniach, ale jest to drugorzędne zjawisko, nie mające nic do czynienia z powstawaniem żył wypływu, które występuje już przy prędkościach kilkaset razy mniejszych.

Doświadczenia te zresztą oczywiście nie popierają wcale hipotezy powstawania powierzchni nieciągłości (w znaczeniu Helmholtza), którą uważam za niedopuszczalną z powodów teoretycznych, poprzednio wyliczonych.

Teoria Helmholtza jest teoretycznie bardzo interesującą, ponieważ wskazuje możliwość powstawania żył wypływu w cieczach idealnych, ale zastosowanie jej do cieczy rzeczywistych, nawet przy owych prędkościach, nie jest usprawiedliwione; wynika to z faktu, że ów ruch wcale nie jest ustalony lecz perjodyczny¹⁾ i że obliczone prędkości krytyczne nie zgadzają się z pomiarami bezpośrednimi.

Sądzę, że jest to przypadek analogiczny do oporu ciał poruszanych w cieczy, gdzie rachunki, oparte na doskonałości cieczy i nie uwzględniające rozpraszania energii ani przylegania do ścian, do zupełnie mylnych prowadzą wniosków.

Co do powstawania „żył wypływu“, doświadczenia wykazały, że stosują się do nich prawa podobieństwa dynamicznego, co jest ważnym argumentem, przemawiającym za naszym zdaniem, że zjawiska te są objęte zwykłymi równaniami cieczy lepkich i że tłumaczą się wpływem bezwładności cieczy, uwydatniającym się coraz więcej, w miarę powiększania prędkości, obok wpływu lepkości.

Na podstawie tych prawideł można wnioskować z ryc. 3, 4, 5, 6 o zachowaniu się rozmaitych cieczy, o dowolnej gęstości i lepkości; możemy też przepowiedzieć wpływ rozmiarów otworu, mianowicie: prędkości odpowiednie muszą być odwrotnie proporcjonalne

¹⁾ Fakt ten jest w związku z ruchami burzliwymi (turbulents) i z powstawaniem tonów w puszczkach.

do rozmiarów otworu, zatem „żyła“ tem łatwiej powstanie, im większy otwór¹⁾.

Objaśnienie całej kwestji oczywiście nie może być jeszcze uważane za zupełne, dopóki obliczenie kształtu strug nie zostanie wykonane na podstawie naszej teorii; jest to zadanie, do którego jeszcze zamierzam powrócić w przyszłości.

¹⁾ Grubość ścian i kształt naczynia aż do pewnej granicy będą zapewne obojętne w tych zjawiskach.