

auch nach dieser Theorie alle Folgerungen, die ich loc. cit. an die Form dieser Gleichung geknüpft habe, gültig.

Die numerischen Koeffizienten würden uns erst interessieren, wenn die Größe von β selbst in Betracht käme.

Es scheint mir ziemlich merkwürdig, daß zufolge den in den ersten zwei Abschnitten angeführten Zahlen der Koeffizient γ , also auch β , relativ wenig von der Natur des festen Körpers abhängt, mit welchem das Gas in Berührung steht.

Freilich weiß man nicht, inwieweit die Oberfläche desselben durch Oxydschichten, Wasserhaut, absorbierte Gasschichten etc. modifiziert sein mag; letztere würden vielleicht sogar eine gewisse Abhängigkeit von β von dem Gasdruck hervorrufen können; aus einem reichhaltigeren Versuchsmaterial werden sich, umgekehrt, Folgerungen bezüglich jener Verhältnisse ableiten lassen.

XIV. O ATMOSFERZE ZIEMI I PLANET.

(Księga pamiątkowa wydana przez Uniwersytet lwowski ku uczczeniu 500-letniego jubileuszu Uniwersytetu Jagiellońskiego r. 1900; str. 1—28).

Mało zagadnień fizycznych dało powód do powstania tak wielu i tak ze sobą sprzecznych teorii jak pytanie, do jakiej wysokości sięga nasza atmosfera i jakie zjawiska zachodzą w jej górnych warstwach. Odnosi się to nie tylko do spostrzeżeń i obliczeń opartych na różnych niezależnych metodach, jak n. p. na pomiarze wysokości, w której meteory zaczynają się rozżarzać, lub w której pokazuje się jeszcze zorza północna, albo wysokości, które jeszcze wywierają wpływ na zjawisko zmiernych etc., ale także do rozważań ściśle teoretycznych, opartych na zasadach hydromechaniki i termodynamiki.

Sądząc, że pochodzi to z niesłusznej jednostronności dawniejszych teorii tego rodzaju, zamierzam w niniejszej pracy zwrócić uwagę na niektóre okoliczności zwykle nie dosyć uwzględniane, nie ograniczając się jednak do podania zarysu ogólnej teorii, lecz roztrząsając równocześnie dawniejsze badania na tem polu.

I.

Równowaga gazu o stałej temperaturze wymagałaby, żeby rozciągał się aż do nieskończoności, ponieważ nie podlega siłom wiskowatości.

Wstawiając do równania hydrostatyki $\int \frac{dp}{\rho} = U$ potencjał grawitacji

$$U = \frac{ga^2}{r} \text{ i uwzględniając równanie}$$

(1)

$$p = R\theta\rho$$

otrzymałoby się rozwiązanie

$$(2) \quad p = p_0 e^{-\frac{ga}{R\theta_0} \left(1 - \frac{a}{r}\right)},$$

które w zastosowaniu do gęstości powietrza na ziemi dałoby jako gęstość atmosfery w nieskończoności $\rho_\infty = \rho_0 \cdot 10^{-856}$. Naturalnie, że i masa całkowita atmosfery byłaby nieskończoną (Mascart C. R. 114).

Przy tem nie uwzględniliśmy jednak sił powstających wskutek obrotu ziemi i obniżenia temperatury przy wzniesieniu się o odległość $(r - a)$ nad powierzchnią ziemi, a właśnie wskutek tych dwu wpływów, według zdania wielu fizyków, miałyby nastąpić ograniczenie naszej atmosfery w skończonej wysokości.

Według Melanderhjelm'a i Laplace'a odległość, w której siła odśrodkowa równa się ciężkości, stanowiłaby granicę atmosfery. Otrzymałoby się według tego jako kształt atmosfery kulę

$$r = \sqrt{\frac{ga^2}{\omega^2}} = 42.000 \text{ km.}, \text{ gdy stawia się warunek, aby składowe siły w kierunku siły odśrodkowej się znosiły, zaś powierzchnię } r^2 = \frac{ga^2}{\omega^2 \cos^2 \varphi}, \text{ jeżeli żąda się równowagi sił działających w kierunku promienia ziemi.}$$

W obu przypadkach pozostaje jednak naturalnie składowa powodująca ruch prostopadły do tych kierunków, więc w rzeczywistości nie będzie mogła istnieć równowaga. Przeoczenie tych sił z jednej strony, a nieuwzględnienie ciśnień, powstających w atmosferze (jako ciele gazowem) z drugiej strony stanowi zasadniczy błąd tych obliczeń.

Przyjmując założenie Laplace'a, trzeba by wyrazić je w równaniach hydrostatycznych, jak to uczynił F. Neumann (Einleitung i. d. theor. Ph., p. 170). Ponieważ siłę odśrodkową można zastąpić potencjałem $\frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2}$, będziemy mieli:

$$\int \frac{dp}{\rho} = \frac{ga^2}{r} + \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2}$$

a wstawiając stałe:

$$(3) \quad p = p_0 e^{-\frac{1}{R\theta} \left[ga \left(1 - \frac{a}{r}\right) - \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2} \right]}$$

Powierzchnie równego ciśnienia, określone przez równanie:

$\frac{ga^2}{r} + \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{2} = \text{const.}$ mają kształt podobny do elipsoid dla małych r , aż do powierzchni, której promień równikowy ma wartość

przedtem znaną $r_a = \sqrt{\frac{a^2 g}{\omega^2}} = 42.000 \text{ km.}$, a promień biegunowy $r_b = \frac{2}{3} r_a = 28.000 \text{ km.}$ Dla większych zaś r powstają dwa

systemy powierzchni sięgających w nieskończoność, z których jeden system leżący w kierunku równika odpowiadałby znów ciśnieniom zwiększającym się; trzeba więc przyjąć ową powierzchnię jako granicę atmosfery.

Auerbach (Winkelmann, Handbuch d. Physik) niesłuszny czyni zarzut tej metodzie; pokazuje, że z owego wzoru dla $r = a$ wynika ciśnienie 4 razy większe dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$ t. j. na równiku niż

dla $\varphi = 0$ t. j. na biegunie, podczas gdy w rzeczywistości różnice są tylko małe i z tego wnioskuje, że założenie, iż cała masa atmosfery uczestniczy w obrocie ziemi, nie jest uzasadnione.

Tymczasem trzeba uwzględnić, że w rzeczywistości nie mierzymy ciśnienia na równiku w odległości a od środka ziemi, lecz w odległości o 21 km. większej (wskutek spłaszczenia ziemi). W ogóle nie może zachodzić taka sprzeczność w rachunkach, opartych na równaniach hydrostatycznych, ponieważ z nich wypływa, iż powierzchnia oddzielająca dwie ciecie (tutaj wodę od powietrza) jest powierzchnią stałego ciśnienia.

Trzeba jednak uczynić tej teorii zarzuty innego rodzaju:

1) W owej powierzchni granicznej ($r_a = 42.000 \text{ km.}$) nie będzie jeszcze panowało ciśnienie $p = 0$. Wprawdzie będzie ono tylko 10^{-175} częścią ciśnienia p_0 , ale i to musiałoby być równoważone przez ciśnienie jakiejś zewnętrznej atmosfery, która byłaby nieruchoma; wtedy jednak wskutek tarcia o nią musiałby nastąpić całkiem inny rozkład chyżości, mianowicie zmniejszenie chyżości obrotowej w miarę oddalenia od ziemi, jak się to później opisze.

2) Temperatura została przyjęta jako wszędzie ta sama; tymczasem zmienność jej o wiele ważniejszą rolę odgrywa, niż owa siła odśrodkowa i wskutek niej według teorii, które teraz poznamy, musiałoby nastąpić ograniczenie atmosfery już w wysokościach, gdzie jeszcze wpływ owej siły jest zupełnie nieznaczny.

II.

W r. 1819 G. Schmidt, w rozprawie ogłoszonej w Gilberta *Annalen*, pierwszy zwrócił uwagę na to, że temperatura stanowi najważniejszy czynnik w grę tutaj wchodzący; i to jest uwaga słuszna, chociaż sposób, w jaki na tej podstawie oblicza „granicę atmosfery”, nie wytrzymuje krytyki dzisiejszej.

Przedewszystkiem już dwa hypotetyczne założenia co do zmienności temperatury, których on używa, t. j. $\theta = \theta_0 - \alpha x$ lub $x = a \log \left(\frac{C}{c + \theta} \right)$, gdzie x oznacza wysokość nad powierzchnią ziemi, są ekstrapolacjami bez żadnego praktycznego lub teoretycznego uzasadnienia, więc i rezultaty $h = 6.6$ mil. geogr., wynikające z pierwszego założenia lub $h = 27.6$ mil. geogr. z drugiego, są bez wartości.

Pierwszą racjonalną metodę obliczeń tego rodzaju tworzy znana teoria adiabatycznej równowagi Lorda Kelvina (W. Thomsona), według której oziębianie się powietrza wznoszącego się do góry jest spowodowane jedynie przez pracę, którą ono musi wykonać, rozprężając się pod mniejszym ciśnieniem.

Dogodność tej teorii polega szczególnie na tem, że rozmieszczenie temperatury czyni ona niezależnem od kierunku i od chyżości ruchów zachodzących w powietrzu, ponieważ zawsze pozostawia ważnem równanie adiabatyczne:

$$(4) \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Zastosujmy te założenia do układu dwu ciał n. p. ziemi (m , a) i księżycy (m_1 , a_1). Potencjał ich $U = \frac{ga^2}{r} + \frac{g_1 a_1^2}{r_1} = ga^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{m_1}{mr_1} \right)$ będzie równy $\int \frac{dp}{\rho}$, z czego wynika:

$$(5) \quad \frac{\theta}{\theta_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \frac{k-1}{k} \frac{ga}{R\theta} \left[1 - \frac{a}{r} + \frac{m_1 a}{m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1} \right) \right].$$

Ograniczając się zaś do małych odległości $x = r - a$ od powierzchni ziemi, otrzymujemy:

$$(6) \quad \frac{\theta}{\theta_0} = 1 - \frac{k-1}{k} \frac{gx}{R\theta_0}.$$

Niestety jednak ten prosty sposób obliczenia rozmieszczenia ciśnienia i temperatury na różnych planetach nie da się utrzymać, ponieważ przybiera jeszcze dodatkowy warunek, że temperatura θ nie może być niższa od zera; żeby zaś to bezwzględne zero temperatury dopiero w nieskończonej odległości zostało osiągnięte, musiałaby panować na ziemi temperatura 64.000° ; w rzeczywistości jednak, przyjmując $\theta_0 = 273$, widzimy, że gaz będzie miał tę temperaturę 0° już w wysokości 271 km. nad powierzchnią ziemi.

W tej wysokości zatem, według teorii Kelvina, musiałaby się kończyć nasza atmosfera, bo w większej wysokości temperatura musiałaby spaść poniżej -273°C . On sam jednak mówi: „zawsze zdawało mi się rzeczą nadzwyczaj nieprawdopodobną, aby wogóle istniała granica naszej atmosfery, a z pewnością nie może ona leżeć w tak małej wysokości”.

Nadto nowsze spostrzeżenia wykazały, że jeszcze w wysokościach powyżej 200 km. atmosfera jest w stanie rozżarzać meteoryty, rozpraszać światło etc.

Przyczyny tej sprzeczności szukać należy według Kelvina w odstępstwie gazów od praw gazów idealnych i we wpływie promieniowania, o czem dalej będzie mowa.

A pod innym względem rachunek stanowczo nie zgadza się z doświadczeniem a mianowicie co do wartości spadku temperatury $\frac{d\theta}{dx} = -\frac{k-1}{k} \frac{g}{R}$, co dla poziomu ziemi daje zmianę temperatury 1° na 100 m. wysokości, podczas gdy z ogromnej ilości spostrzeżeń czynionych na górach i w balonach jako przeciętne zmniejszenie temperatury wypadła 0.58° na 100 m. wysokości.

To tłumaczy Kelvin, rozwijając myśl rzuconą przez Joule'a, tem, że powietrze zawierające parę wodną przy rozprężaniu w mniejszym stopniu się oziębia, ponieważ wskutek kondensacji wody powstaje ciepło; rachunek odpowiednio zmieniony daje w istocie 0.66° na 100 m. w temperaturze $\theta_0 = 0$, a 0.54° w temperaturze $\theta_0 = 10^\circ$.

Mimo to nie zdaje mi się to tłumaczenie przekonywującym, bo wymagałoby ono, żeby się ciągle w całej masie powietrza odbywało skraplanie pary wodnej, (bo wpływ jej okazuje się dopiero przy skropleniu), więc żeby panowała mgła od powierzchni ziemi aż do wielkich wysokości atmosfery; inaczej, t. j. jeżeli niebo jest czyste, lub nawet, gdy są pojedyncze warstwy chmur, nie można

stosować tego tłumaczenia, a przecież i wtedy zmienność pozostaje taka sama.

Jako przykład przytaczam:

Spostrzeżenia dokonane w Alpach, Ameryce, Indji	pro 100 m.
przy pomocy balonu (sonde) francuskiego	
(Assmann Fortschr. d. Ph.)	20/10 1895 0.52 "
wysłanego aż do wysokości 14.000 m.	22/3 1896 0.54 "
i balonu André'ego w minimum barom.	26/2 1894 0.76 "
" " w maximum "	9/8 1893 0.63 "

Gdyby się nawet, oprócz pomiarów balonowych, nie uwzględniało innych i gdyby się wykluczyło dawniejsze spostrzeżenia Glaishera jako niedokładne z powodu ówczesnego jeszcze bardzo prymitywnego sposobu mierzenia temperatury, to przecież powyższym nowszym pomiarom, do których możnaby dodać jeszcze wiele innych, nie zarzucić nie można.

Wykazały one także, nawiasem mówiąc, zupełną niezgodność z nimi wzoru $\theta = m + \frac{\theta_0 - np}{p_0}$, który Mendelejew wywodził

jako empiryczny rezultat ze spostrzeżeń Glaishera. Spad temperatury nie zmniejsza się, jak wynikałoby z tego wzoru, lecz przeciwnie zdaje się nawet być trochę większy w wysokościach powyżej 7.000 m. Naturalnie także rezultatowi Angota (C. R. 118, p. 218, 282), który na podstawie tego wzoru wyrachował temperaturę — 42° C. jako temperaturę granicy atmosfery (t. j. dla $p = 0$) nie można przypisać żadnego znaczenia, jak tylko to, że ten wzór jest fałszywy i że wogóle trzeba unikać takich ekstrapolacji empirycznych.

Te fakta więc nie zdają się przemawiać na korzyść teorii kondensacyjnej Joule-Kelvina; myślę, że niezgodność ich z teorią czysto adiabaticzną należy przypisać w większej części wpływowi promieniowania i to nie tylko promieniowania słońca ale także promieniowania wzajemnego ziemi i części gazu między sobą.

Teoretycznie jednak tego udowodnić nie możemy, ponieważ o najważniejszej w grę wchodzącej wielkości t. j. o współczynniku absorpcji powietrza dla promieni ciepłych wysyłanych przez ciała w zwykłej temperaturze i poniżej zera nie mamy nawet przybliżonego wyobrażenia.

Przyjmując z E. Frostem (Wied. Beibl. 19, p. 92), że atmosfera nasza pochłania 28% promieni słońca pionowo padających

(25% według Pouilleta), można obliczyć współczynnik absorpcji α dla nich jako $\alpha = 0.00033$ (C. G. S.), z czego dalej wypływa, że prąd powietrza wznoszący się z szybkością 0.5 cm/sek właśnie tyle ogrzewałby się wskutek promieniowania słonecznego ile traci ciepła wskutek rozszerzania się; ale dla promieni o długości fal większych niż $\lambda = 5\mu$, które tutaj w grę wchodzą, absorbują gdzie całkiem inną, zapewne o wiele większą.

Jeżeli jednak wytłumaczyć potrafimy różnicę między teorią a doświadczeniem co do wielkości spadku temperatury wspólnym wpływem skroplenia wody i promieniowania ciepła, to nie zmieni się przecież ten wynik, że atmosfera musiałaby być ograniczona w niewielkiej wysokości, bo skraplanie wody tylko w najniższych warstwach w rachubę wchodzi, gdzie ciśnienie pary wodnej jest znaczniejsze, a ogrzaniu wskutek promieniowania przez ziemię i słońce musi odpowiadać równe oziębianie wskutek wysyłania promieni w przestrzeń niebieską, więc ono samo przez się nie wiele zmieni temperaturę w wyższych warstwach.

Aby się o tem przekonać, wystarczy wziąć pod uwagę następujący przykład, w którym uwzględniamy ogrzewający a całkiem zaniedbujemy chłodzący wpływ promieniowania. Niech się wznosi stały prąd powietrza o chyżości u_0 w poziomie zero; powietrze to ogrzewa się wskutek absorpcji jakichkolwiek promieni, proporcjonalnej do gęstości powietrza, tak że ΔS oznacza ilość ciepła w mierze mechanicznej, wytworzonego podczas jednej sekundy w jednostce masy.

Oznaczając chyżość przez u , otrzymujemy równanie ciągłości:

$$(7) \quad \rho u = \rho_0 u_0 = b$$

$$(8) \quad \text{równanie sił: } \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = -g$$

i równanie określające wymianę ciepła, utworzone w podobny sposób jak późniejsze równania (18):

$$(9) \quad \frac{c}{A} \rho u \frac{d\theta}{dx} + p \frac{du}{dx} = S\rho.$$

Uwzględniając (7), (8), (9) i (1) otrzymujemy:

$$(10) \quad \left(\frac{c}{A} + R \right) \frac{d\theta}{dx} = \frac{S\rho}{b} - g$$

a rugując wielkości ρ zapomocą równania (1) dochodzi się do równania dla θ :

$$R \left(R + \frac{c}{A} \right) \left[\theta \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 \right] + g \left(2R + \frac{c}{A} \right) \frac{d\theta}{dx} + g^2 = 0,$$

które można całkować; wprowadzając stosunek ciepła właściwego zapomocą równania $R + \frac{c}{A} = \frac{Rk}{k-1}$, gdzie $k = 1.4$, będziemy mieli:

$$(11) \quad \theta \frac{d\theta}{dx} + \theta g \frac{2k-1}{Rk} + x g^2 \frac{k-1}{R^2 k} = n.$$

Aby usunąć stałą n wprowadzimy nową współrzędną:

$y = x - \frac{R^2 k n}{g^2 (k-1)}$ lub w skróceniu: $y = x + \beta$, przez co to równanie staje się jednorodnym, tak że można je całkować.

Rezultat jest:

$$\left[\theta + \frac{gy}{R} \right] \left[\theta + \frac{k-1}{k} \frac{gy}{R} \right]^{-\frac{k-1}{k}} = \text{const.}$$

Wskazuje to, tak samo jak już równanie (11), że θ będzie równe zero, gdy $y = 0$ a więc w odległości $x = \frac{R^2 k n}{g^2 (k-1)}$, to jest wskutek równań (10) i (11):

$$x = \frac{k}{k-1} \frac{\theta_0 R}{g} + \frac{Sp_0}{bg^2}.$$

Więc także w tym przypadku, gdzie ogrzewający wpływ promieniowania tak dalece został przesadzony, poziom krytyczny, gdzie temperatura jest zero, musiałby wprawdzie leżeć wyżej, ale zawsze w skończonej, a nawet stosunkowo niewielkiej odległości od ziemi.

Pozostaje nam jeszcze do rozważenia, czy odstępstwa od prawa idealnych gazów (1) nie spowodują zasadniczej zmiany co do granicy atmosfery. Pod tym względem zasługuje na uwagę teoria Rittera (Wiedem. Ann. 5, p. 405), która odnosi się do pary nasyconej i skraplającej się, n. p. do atmosfery składającej się wyłącznie z pary wodnej. Że tu spadek temperatury będzie znacznie mniejszy niż w tamtym przypadku, wynika już z tego, co przedtem o wpływie kondensacji wody powiedziałem.

Używając równania określającego przemianę adiabatyczną systemu, składającego się z cieczy i z pary w stosunku u do $(1-u)$:

$$\frac{u r}{\theta} - \frac{u_0 r_0}{\theta_0} = c \log \frac{\theta_0}{\theta} \text{ i równania Clapeyrona:}$$

$$\frac{r}{\theta} = A u \frac{dp}{d\theta}$$

otrzymuje się:

$$A u \frac{dp}{d\theta} = \frac{u_0 r_0}{\theta_0} + c \log \frac{\theta_0}{\theta}, \text{ a wstawiając } v dp = \frac{dp}{\rho} = -g dx:$$

$$A g dx = - \left[\frac{u_0 r_0}{\theta_0} + c \log \theta_0 \right] d\theta + c \log \theta d\theta,$$

wreszcie, całkując względem θ od θ_0 do 0: $A g H = c \theta_0 + r_0 u_0$.

Wstawiając w ten rezultat wartości c i r odnoszące się do pary wodnej, Ritter otrzymuje jako wysokość naszej atmosfery, gdyby ona się składała wyłącznie z pary wodnej: $H = 349$ km., więc liczbę znacznie większą niż ta, która wypływa z teorii Kelvina. Ritter sądzi, że także tlen i azot naszej atmosfery w wyższych warstwach w stanie częściowego skroplenia znajdować się muszą i że jej wysokość z tego powodu nie wiele od tamtej liczby różnić się może. Teoria Rittera jest konsekwentnem wykończeniem teorii adiabatycznej Kelvina, ponieważ według tejże także punkt skroplenia powietrza gdzieś musiałby być osiągnięty i wtedy istotnie musiałyby zachodzić podobne zjawiska.

Trochę problematycznym jednak wydaje się zastosowanie jej do atmosfery ziemi; przedewszystkiem punkt skroplenia powietrza leży w znacznie niższej temperaturze, aniżeli Ritter zapewne przypuszczał; przy ciśnieniu 760 mm. odpowiada on temperaturze -181°C według Olszewskiego.

Jeżeli teraz przyjmiemy jako empirycznie daną temperaturę -65°C , niezależoną przez liczne „balony-sondy“, jako panującą w wysokości 14.000 m, jeżeli w większych wysokościach przyjmujemy już tylko prawo adiabatyczne (6), to widzimy, że przy ciśnieniu 4 mm temperatura będzie jeszcze wynosiła -191°C , więc punkt skroplenia musi leżeć w jeszcze większej wysokości. Dopiero stamtąd mógłby się rozpocząć ów spadek zwolniony temperatury według Rittera.

Dat odpowiednich dla tlenu i azotu nie znamy, więc nie można

ocenić, o ile porównanie z parą wodną jest uzasadnione; ale całemu rachunkowi można uczynić ten zarzut, że opiera się on na założeniu, iż gaz owe części skroplone całkiem ze sobą unosi.

Nie można tego porównać z unoszeniem kropelek wody w mgłę, bo to odbywa się przy gęstości powietrza odpowiadającej 760 mm., a tam mamy gęstości odpowiadające ciśnieniom niżej 4 mm. aż do zera; w mgłę procentowa zawartość części ciekłych jest bardzo mała, tam musiałaby ona przechodzić wszystkie wartości od 0 aż do 100%.

Przedewszystkiem jednak atmosfera skraplająca się tak, jak Ritter utrzymuje, musiałaby tworzyć ciągle obłoki na całym niebie, co się oczywiście nie sprawdza. Wrócimy jeszcze później do tego punktu, tymczasem wystarczy zaznaczyć, że i według tej teorii atmosfera miałaby skończoną wysokość, bardzo małą nawet w porównaniu z promieniem ziemi.

Możnaby jednak jeszcze mieć pewne wątpliwości co do równania (8), którego używa się w tej teorii Kelvina. Ponieważ mamy tu do czynienia nie z równowagą lecz z ruchem, trzeba by jeszcze uwzględnić energję kinetyczną, używając oprócz równania adiabatyicznego (4) nie równania hydrostatycznego lecz równania zupełnego:

$$(12). \quad u \frac{du}{dx} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - g = - \frac{k}{k-1} R \frac{d\theta}{dx} - g.$$

Całkując to i uwzględniając znów owo równanie (4) i równanie ciągłości (7) otrzymujemy:

$$\frac{u_0^2}{2} \left[-1 + \left(\frac{\theta_0}{\theta} \right)^{\frac{2}{k-1}} \right] = \frac{k}{k-1} R (\theta_0 - \theta) - gx.$$

Teraz więc temperatura jeszcze szybciej spada przy wznoszeniu się (ponieważ $\frac{du}{dx}$ dodatnie) aniżeli w (6), ale x nie może przekroczyć pewnej granicy, gdzie θ osiąga najmniejszą, ale zawsze dodatnią temperaturę $\theta = \theta_0 \left[\frac{u_0^2}{kR\theta_0} \right]^{\frac{k-1}{2}}$ bliską bezwzględnej zera ¹⁾.

¹⁾ Naturalnie w rzeczywistości ruch nie musi być stale jednowymiarowym w kierunku x , więc u mogłoby się dowolnie zmniejszać tak, że θ może się dowolnie zbliżyć do zera.

Jest to ciekawy przykład ruchu, który poza pewną granicą nie może być ustalonym lecz musi być zmiennym, zapewne periodycznym i uwydatnia to jeszcze jaskrawiej ograniczenie atmosfery do skończonej wysokości, wymagane przy założeniu stanu adiatycznego według równania (4).

III.

Do zupełnie przeciwnych rezultatów dochodzi się zapomocą prostych mechanicznych rozważań, na podstawie teorii kinetycznej gazów. Jeżeli jakaś cząsteczka gazu obdarzona jest chyżością większą od pewnej chyżości krytycznej $V = \sqrt{2ga}$ t. j. około 11 km. na sekundę, to ona oddali się po krzywej hyperbolicznej od ziemi w nieskończoną dal, jeżeli nie nastąpi spotkanie z innymi cząsteczkami. Ponieważ jednak w gazie znajdują się ciągle cząsteczki obdarzone wszystkimi chyżościami od 0 do ∞ , a również ich swobodna droga ma wszystkie wartości między 0 i ∞ , to zawsze ziemia będzie w ten sposób traciła pewien procent cząsteczek, chociaż bardzo mały; zatem w przestrzeni niebieskiej będzie się musiała również znajdować pewna ilość, chociaż bardzo mała gazu, t. j. przynajmniej owe „stracone cząsteczki“, tem więcej, że trzeba przypuścić istnienie pewnego rodzaju równowagi między ilością cząsteczek, które atmosfera traci i temi, które z zewnątrz wlatują w jej zakres przyciągania, więc które ona zyskuje; inaczej straciłaby ziemia w krótkim czasie całą swą atmosferę. A to stosuje się nie tylko do atmosfery nieruchomej, lecz także do atmosfery, w której jakiegokolwiek ruchu się odbywają, szczegół, który później okaże się ważnym.

Zgadza się to zupełnie ze zdaniem Rudzkiego wypowiedzianem w rozprawie „O przedelach atmosfery“ (*Zapiski mat. nowoross. obszcz.*, Odessa 15, (1893) p. 71). Także J. Stoney w rozprawie „Of Atmospheres on Planets and Satellites“ (*Sci. Transact. Roy. Soc. Dublin VI.* (1897) p. 305) dochodzi do wniosku, że części atmosfery ziemskiej wciąż się ulatniają w przestrzeń nieskończoną, nie wyciąga jednak tej logicznej konsekwencji, że zatem również tam poza ziemią atmosfera pewnej gęstości istnieć musi. Roztrząsanie jego teorii, mojem zdaniem zawierającej kilka zasadniczych błędów, pozostawiam do rozdziału VI. o dyfuzji.

Nasuwa się więc pytanie, czy teoria kinetyczna gazów może

dać w tym przypadku wyniki sprzeczne z obliczeniami opartymi na równaniach hydro- i termodynamiki.

Z góry można oświadczyć, że jest to rzeczą niemożliwą, ponieważ Maxwell i Boltzmann właśnie te równania wyprowadzili z teorii gazów, a dowód równania zasadniczego Boltzmann'a, służącego za punkt wyjścia tych rozważań:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \frac{\partial f}{\partial x} + \eta \frac{\partial f}{\partial y} + \zeta \frac{\partial f}{\partial z} + X \frac{\partial f}{\partial \xi} + Y \frac{\partial f}{\partial \eta} + Z \frac{\partial f}{\partial \zeta} = \\ = \iiint (f'f'_1 - ff_1) g d\omega d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2$$

(Boltzmann, Gastheorie I. p. 114) wymaga tylko, żeby siły XYZ nie zmieniały się znacznie w obrębie wielkości cząsteczek gazu, co naturalnie jest spełnione.

Musił więc jakiś czynnik zostać pominięty w rozważaniach dawniejszych (rozdziału I. i II.), który implícite zawarty jest w teorii kinetycznej i ten musimy się starać odnaleźć.

Obraz mechaniczny gazu, jako systemu kinetycznego, pod tym jednak względem jest doskonalszy od równań adiabatycznych, które tam przyjmowaliśmy, że zawiera już równocześnie mechanizm przewodzenia ciepła i tarcia wewnętrznego, więc trzeba będzie jeszcze rozważyć, jakie zmiany zachodzą wskutek wpływu tych czynników.

Przedewszystkiem ów rozkład wcale nie jest stanem równowagi według teorii kinetycznej, bo w atmosferze odbywa się ciągłe przewodzenie ciepła, dążące do przywrócenia rozkładu izotermicznego.

Na tę okoliczność kładę szczególny nacisk, bo bardzo rozpowszechnione jest mniemanie, jakoby z teorii kinetycznej wynikał rozkład temperatury identyczny z owym rozkładem adiabatycznym, podczas gdy ona, tak samo jak teoria zwykła, uwzględniająca przewodzenie ciepła, wskazuje na rozkład izotermiczny jako na jedyny ustalony rozkład gazu nieruchomego. Wynika to z owego równania Boltzmann'a (porówn. Boltzmann, Gastheorie I. p. 134).

Może jednak nie będzie rzeczą zbyteczną zwrócić uwagę na błąd, jaki popełniają ci, którzy z teorii gazów wnioskuje, że temperatura musi się zmniejszać z wysokością, jak n. p. Möller (Met. Zs. 10, 1893)

Wywody ich brzmią w ten sposób. Niech będzie dany układ izotermiczny; w stanie równowagi musi przechodzić przez pewną płaszczyznę poziomą równa ilość cząsteczek z góry na dół, jak z dołu do góry. U cząsteczek z góry na dół się poruszających powiększy

się jednak chyżość wskutek działania ciężkości a u tych, które lecą do góry, zmniejszy się. Zatem energia kinetyczna t. j. temperatura na dole powiększy się, a w górze zmniejszy.

Błąd polega na tem, że nie uwzględniono kształtu drogi i nierównomierności gęstości i chyżości. Prawda, że cząsteczki wychodzące z dwu względem pewnej płaszczyzny symetrycznie położonych elementów dv_1 i dv_2 z równymi chyżościami i w symetrycznych kierunkach niejednokowo się zachowują, mianowicie cząsteczki wychodzące z górnego elementu dv_1 , przekraczając ową płaszczyznę, większą będą miały energię, aniżeli cząsteczki pochodzące z dv_2 .

Ale z powodu skrzywienia drogi także wogóle liczba cząsteczek z góry przybywających powiększyłaby się, gdyby gęstość w górze nie była w odpowiedni sposób zmniejszona. To o co chodzi, jest jednak średnia wartość energii, która nie potrzebuje być większa u cząsteczek pierwszego rodzaju, bo między niemi są zawarte wszystkie chyżości od 0 do ∞ , a właśnie liczba owych powolniejszych cząsteczek, któreby bez działania ciężkości owej płaszczyzny wcale nie dosięgły, szczególnie się powiększy, ponieważ u nich krzywizna drogi będzie większa tak, że przeciętna wartość energii większą być nie potrzebuje.

Więc owe prymitywne rozważanie nie jest wystarczające, a chcąc wykonać ściśle obliczenie, uwzględniające czynniki dopiero co wymienione oraz różne wartości drogi swobodnej etc., dochodzi się właśnie do owych równań Boltzmann'a, według których zwykły izotermiczny rozkład jest stanem utraconym, więc pod tym względem nie istnieje żadna sprzeczność między teorią kinetyczną a zwykłymi równaniami hydrostatyki przy uwzględnieniu przewodzenia ciepła.

Taki rozkład izotermiczny jest jednak tylko wtedy możliwy, jeżeli gaz jest nieruchomy, więc w atmosferze o jego istnieniu mowy być nie może. Aby przecież przewodzenie ciepła wziąć w rachubę także w teorii Kelvina, trzeba by zastąpić wielkość ΔSp w równaniu (9) i (10) przez wyrażenie $\frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{d\theta}{dx} \right)$, gdzie współczynnik przewodnictwa α można uważać za przybliżenie proporcjonalny do temperatury $\alpha = \varepsilon \theta$; więc równania będą:

$$(13) \quad \frac{bc}{A} \frac{d\theta}{dx} + p \frac{d\mu}{dx} = \varepsilon \frac{d}{dx} \left(\theta \frac{d\theta}{dx} \right)$$

i z tego tak samo jak tam wynika:

$$\left(\frac{c}{A} + R\right) \frac{d\theta}{dx} = -g + \frac{\varepsilon}{b} \frac{d}{dx} \left(\theta \frac{d\theta}{dx} \right),$$

a całkując i wstawiając wartość dla $\left(\frac{c}{A} + R\right)$:

$$\varepsilon \theta \frac{d\theta}{dx} - \frac{Rk}{k-1} \theta - gx = \text{const.}$$

To jest równanie tej samej formy jak (11) i w podobny sposób także można okazać, co już samo przez się jest zrozumiałe, że zboczenia od rozkładu adiabatycznego pozostaną zupełnie nieznaczące, jak długo chyżość prądu nie jest o wiele mniejsza od 10^{-12} i że nie zmieniają zasadniczo rezultaty co do wysokości atmosfery dawniej osiągnięte.

IV.

Pozostaje jeszcze tarcie wewnętrzne gazu. Pod tym względem zdaje się panować mniemanie, że ono nie wywiera wpływu dostrzegalnego na zjawiska atmosferyczne od czasu, gdy Helmholtz wykazał jak nadzwyczajnie mały jest opór ruchu poziomego górnych warstw atmosfery, powstający wskutek tarcia wewnętrznego.

Tutaj jednak, jak się pokaże, rzecz się ma zupełnie inaczej, bo tu wchodzi w rachubę inny rodzaj tarcia: tarcie warstw równoległych poruszających się nie w kierunku stycznym do kuli ziemskiej lecz w kierunku normalnym, mianowicie także tarcie występujące przy rozprężaniu się gazów, które zwykle nie bywa uwzględniane.

Pewna komplikacja powstaje wskutek tego, że nie możemy uważać współczynnika tarcia μ za wielkość stałą, jak się to czyni w hydrodynamice, tylko za funkcję miejsca, ponieważ wielkość jego zależy od temperatury.

$$(14) \quad \text{Z równań: } \rho \frac{Du}{Dt} = \rho X + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{xz}}{\partial z},$$

$$\text{gdzie } \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

$$(15) \quad p_{xx} = -p - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$p_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ etc. (zobacz n. p. Lamb Hydrodynamics p. 512),
wynikają wtedy równania

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{4}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right] + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left[\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \\ (16) \quad + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \end{aligned}$$

i podobne dla osi Y i Z.

Zwykle równania Stokesa otrzymuje się, kładąc pochodne $\frac{d\mu}{dx}$ etc. równe zero. Najważniejsze jednak jest teraz równanie określające zjawiska termiczne zachodzące wskutek ruchu, którego wywód tu w krótkości naszkicuję, chociaż podobne rachunki znajdują się już u Stokesa i Natansona.

Zmiana energii całkowitej t. j. energii cieplnej i potencjalnej każdej części cieczy (lub gazu) musi się równać pracy, wykonanej przez ciśnienia działające na powierzchnię tej części cieczy.

Oznaczając więc element masy = ρdv przez dm , otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \iiint \left[\frac{c}{A} \theta + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + U \right] dm = \\ (17) \quad \left[(p_{xx} \cos nx + p_{xy} \cos ny + p_{xz} \cos nz) u + (\dots) v + \right. \\ \left. + (\dots) w \right] dS \end{aligned}$$

przyczem całki odnoszą się do powierzchni poruszającej się razem z cieczą.

Przemieniając całkę powierzchniową w całkę objętościową, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} = \iiint \left[\frac{\partial}{\partial x} (p_{xx} u + p_{xy} v + p_{xz} w) + \frac{\partial}{\partial y} (p_{xy} u + p_{yy} v + p_{yz} w) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} (\dots) \right] dx dy dz \end{aligned}$$

a wykonywając różniczkowanie i uwzględniając równania (14):

$$= \iiint \left[u \frac{Du}{Dt} + v \frac{Dv}{Dt} + w \frac{Dw}{Dt} - (uX + vY + wZ) \right] dm + \\ + \iiint \left[p_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + p_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + p_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + p_{xy} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \dots \right] dx dy dz.$$

Po wykonaniu operacji $\frac{D}{Dt}$ w równaniu (17) zniosą się wyrażenia odnoszące się do sił i jeżeli zastosujemy całki do dowolnie małych elementów cieczy, pozostanie wreszcie równanie:

$$\frac{c}{A} \rho \frac{D\theta}{Dt} + W = 0,$$

gdzie W oznacza wyrażenie między nawiasami w ostatniej całce.

Wstawiając wartości p_{xx} etc. z równań (15), otrzymujemy wreszcie równanie:

$$\frac{c}{A} \rho \frac{D\theta}{Dt} + p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 2\mu \left[-\frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

Lewa strona równania odnosi się do energii odwracalnej, prawa strona jest funkcją „dyssypacyjną“, która u Stokesa i Natana służy do określenia energii rozpraszanej przy ruchu cieczy.

Zdaje się jednak, że funkcja ta nie została dotąd użyta w zadaniach hydromechanicznych i że to stanowi pierwszy przykład, w którym uwzględnienie jej okazuje się stanowczo potrzebne dla mechaniki ruchu.

Zastosujemy teraz te równania do przypadku idealnego t. j. do ruchu ustalonego prądu gazu w kierunku promienia ziemi przy uwzględnieniu grawitacji.

Chyżość oznaczamy przez σ , a współczynnik tarcia przyjmiemy jako proporcjonalny do temperatury: $\mu = \gamma\theta$. Wtedy zapomocą równania ciągłości otrzymujemy związek:

$$(19) \quad \rho \sigma r^2 = \text{const} = b.$$

Równania ruchu upraszczają się znacznie wskutek symetrii kulistej:

$$(20) \quad \sigma \frac{d\sigma}{dr} = -\frac{ga^2}{r^2} - R \frac{d\theta}{dr} + \frac{4\gamma}{3b} \frac{d}{dr} \left[\theta \sigma r^2 \left(\frac{d\sigma}{dr} - \frac{\sigma}{r} \right) \right]$$

a równanie termiczne:

$$(21) \quad \frac{c}{A} \frac{d\theta}{dr} + \frac{R\theta}{\sigma} \left[\frac{d\sigma}{dr} + \frac{2\sigma}{r} \right] = \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta r^2 \left[\frac{d\sigma}{dr} - \frac{\sigma}{r} \right]^2.$$

W przybliżeniu, do którego się tutaj ograniczymy, możemy 1) uważać ciężar jako stały, 2. pominąć wpływ energii kinetycznej $\sigma \frac{d\sigma}{dr}$ i tak samo także 3) krzywiznę ziemi, wstawiając $r = a + z$,

$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{a} = 0$; jeszcze wygodniej jest zastosować wprost równania (16)

i (18) do ruchu jednowymiarowego w kierunku x :

$$(22) \quad \rho u = b \\ 0 = -g - R \frac{d\theta}{dx} + \frac{R\theta}{u} \frac{du}{dx} + \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \frac{d}{dx} \left[\theta \frac{du}{dx} \right]$$

$$(23) \quad \frac{c}{A} \frac{d\theta}{dx} + \frac{R\theta}{u} \frac{du}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta \left(\frac{du}{dx} \right)^2.$$

Odejmuje dolne równanie od górnego, otrzymamy na miejsce tegoż:

$$(24) \quad 0 = -g - \left(R + \frac{c}{A} \right) \frac{d\theta}{dx} + \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \frac{d}{dx} \left[\theta \frac{du}{dx} \right].$$

A to równanie można całkować; oznaczając stałą przez m , otrzymujemy:

$$(25) \quad 0 = m - gx - \left(R + \frac{c}{A} \right) \theta + \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta u \frac{du}{dx},$$

które wraz z równaniem (23) jest podstawą dalszych rozważań.

Także równanie (20) można w ten sam sposób całkować, ale dalsze wywody w tamtej formie byłyby już znacznie utrudnione.

Chcąc całkować ten system równań (23), (25), trzeba by wprzód wyrugować jedną ze zmiennych n. p. u , co można wykonać w następujący sposób:

Z równania (25) otrzymuje się $\frac{d(u^2)}{dx}$ a z równania (23) można wyrazić u^2 jako funkcję $\frac{d(u^2)}{dx}$; różniczkując u^2 raz względem x

i wstawiając za $\frac{d(u^2)}{dx}$ wartość znaną z (25), otrzymamy wreszcie równanie:

$$\frac{2c}{A} \left[R + \frac{c}{A} + \frac{m - gx}{0} \right] = \frac{d}{dx} \left[\frac{\left[R + \frac{c}{A} + \frac{m - gx}{0} \right] \left[\frac{c}{A} + \frac{m}{0} \frac{gx}{0} \right]}{\frac{1}{0} \frac{d\theta}{dx}} \right]$$

które już tylko zawiera zmienne θ , x . Ale aby to równanie rozwiązać, trzeba by w końcu uciec się do rozwinięcia w szereg. Zdaje mi się jednak, że nie warto przytaczać tutaj tych skomplikowanych rachunków, a to z tej przyczyny, że i tak nie będziemy mogli użyć ich do rozwiązania ilościowo dokładnego naszego zadania geofizycznego z powodu nieoznaczoności stałych, które w nie trzeba by wstawić.

Nie wystarczy bowiem podanie temperatury na powierzchni ziemi i chyżości prądu powietrza wznoszącego się, o której zresztą tylko bardzo niedokładne mamy wiadomości, ale trzeba będzie oznaczyć jeszcze trzecią stałą n. p. wielkość $\frac{du}{dx}$ w poziomie zero. Z tem jednak zaudało wiele hypotetycznych warunków weszłoby w nasze rezultaty, aby im można przypisać ilościową dokładność.

To, że tu potrzebujemy trzech stałych przy całkowaniu, nie jest właściwością tego przykładu, lecz odnosi się wogóle do ruchu jednowymiarowego gazu z tarciami, a że n. p. prawo Poiseuille'a, określające przepływ gazów przez cienkie rurki, zawiera tylko dwa warunki końcowe, polega tylko na przecieciu pewnych czynników, o czem przy innej sposobności obszerniej zamierzam pomówić.

Do wyników jakościowych, które dla naszych celów wystarczają, dojdziemy jednak o wiele łatwiej przez roztrząśnienie samych równań różniczkowych.

Przedewszystkiem interesuje nas przy tem stan rzeczy w obrębie poziomu zero i poziomu $x = \frac{k}{k-1} \frac{R\theta_0}{g}$, gdzie według teorii adyabatycznej temperatura, obniżająca się proporcjonalnie do x , spada do zera.

Wpływ tarcia naturalnie dopiero w bliskości tego poziomu krytycznego będzie większy z powodu znacznego powiększenia chyżości u , podczas gdy w dolnych warstwach pozostanie bardzo mały.

Na dole $\frac{d\theta}{dx}$ jest ujemne, zatem według (23): $\frac{du}{dx} > 0$. Dalej $\frac{du}{dx}$ nie może stać się ujemnem, bo wymagałoby to według (23), żeby istniał punkt, gdzie $\frac{du}{dx} = \frac{d\theta}{dx} = 0$, a w takim punkcie według równania (24) musiałby zajść stosunek: $\frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta u \frac{d^2u}{dx^2} = g$, co właśnie znaczy, że tam $\frac{du}{dx}$ wzrasta, więc nie może się stać ujemnem.

Zatem chyżość u będzie się powiększała w miarę wzniesienia, a temperatura według równania (25) wciąż będzie wyższa, aniżeli w odpowiednim przypadku, gdy niema tarcia; różnica ta wzrasta z wysokością.

Jeżeli wreszcie u będzie tak wielkie, że $\frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \frac{du}{dx} = \frac{R}{u}$, to z równania (23) wypływa, że tam $\frac{d\theta}{dx}$ będzie równe zero, a poza tym punktem temperatura będzie znów wzrastała, tak że w poziomie krytycznym tj. w $x = \frac{k}{k-1} \frac{R\theta_0}{g}$ (zaniedbując bardzo małą dodatkową stałą) będziemy mieli według (25):

$$\left(R + \frac{c}{A} \right) = \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} u \frac{du}{dx}$$

$$\text{a więc } \left(R + \frac{c}{A} \right) \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \left(\frac{du}{dx} \right)^2 = \frac{c}{A} \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dx} + \frac{R}{u} \frac{du}{dx};$$

zatem $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$; temperatura więc wzrasta, ponieważ prawa strona jest wielkością dodatnią.

Wyobraźmy sobie ruch gazu idealnego według prawa adyabatycznego (6), niech jednak w pewnym momencie nagle powstanie tarcie, jak w zwykłym powietrzu. Wpływ tegoż będzie się okazywał w ilości energii straconej, t. j. w ilości ciepła przez nie wytworzonego (podczas drogi 1 cm., w jednym gramie powietrza):

$$C = \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta' \left(\frac{du'}{dx} \right)^2,$$

która równa się wielkości:

$$-\frac{du}{dt} = -\frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} u' \frac{d}{dx} \left(\theta' \frac{du'}{dx} \right) = \frac{4}{3} \mu_0 k^2 g^2 \frac{\mu_0 \rho_0}{p_0^2} \left(\frac{\theta_0}{\theta} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}.$$

W następującej tabliczce zestawilem dla kilku chyżości początkowych u_0 (w poziomie ziemi) te ilości a także zmienność temperatury $\frac{D\theta}{Dx}$ (w stopniach na 100 m.), która nastąpi według równania

$$\frac{D\theta}{Dx} = \frac{A}{c} \left[C - \frac{p}{u\rho} \frac{du}{dx} \right].$$

I.

$$-\frac{du}{dt} =$$

$\theta_0 =$	23°	3°	2°	1° (abs.)
$u_0 = 1$	$1.7 \cdot 10^{-6}$	0.35	5.0	25.3
$u_0 = 10$	$1.7 \cdot 10^{-5}$	3.5	50	2530
$u_0 = 100$	$1.7 \cdot 10^{-4}$	35	500	25300
$u_0 = 500$	$8.5 \cdot 10^{-4}$	175	2500	126500

II.

$$\frac{D\theta}{Dx} =$$

$\theta_0 =$	23°	3°	2°	1°
$u_0 = 1$	-1.01	-1.01	-1.00	-0.65
$u_0 = 10$	-1.01	-1.00	-0.94	+2.65
$u_0 = 100$	-1.01	-0.96	-0.29	+35.6
$u_0 = 500$	-1.01	-0.76	+2.61	+182.2

Dla zwykłej temperatury ($0^\circ \text{C} = 273$ abs.) tj. w poziomie ziemi, wpływ tarcia hamujący ruchy pionowe byłby $\frac{du}{dt} = -0.6 \cdot 10^{-13} u$, podczas gdy pod tamtymi warunkami osiągałby bardzo duże wartości, jak pokazuje tabliczka I¹⁾.

¹⁾ Te liczby powinny być jeszcze znacznie powiększone ze względu na to, że współczynnik tarcia w rzeczywistości nie jest proporcjonalny do temperatury, jak tu przyjmowaliśmy, tylko do potęgi 0.7 (w przybliżeniu).

Porównać to należy z rezultatem Helmholtza (l. cit.), według którego chyżość ruchu poziomego atmosfery dopiero w przeciągu 42.747 lat zmniejszyłaby się do połowy wskutek tarcia, z czego wypływa $\frac{du}{dt} = -0.75 \cdot 10^{-13} u$.

Różnica zaś zasadnicza między wpływami ogrzewającymi, o których wyżej się mówiło, (kondensacją, promieniowaniem, przewodzeniem ciepła) a tarcielem polega na tem, że ogrzanie tam tylko zmniejszało spad temperatury, podczas gdy tutaj musiałoby zmienić znak wielkości $\frac{d\theta}{dx}$ (tabl. II) począwszy od pewnego punktu i wznagałoby się w nieskończoność przy zbliżaniu do poziomu krytycznego t. j. dla $\theta = 0^\circ$ abs.

Rozumie się, że to obliczenie dotyczy tylko pierwszego momentu, t. j. posiada wartość, jak długo zboczenie od stanu adiabatyicznego i równania (6) jest małe, ale daje przecież dobre wyobrażenie o wznagającym się nadzwyczajnie wpływie tarcia w większej wysokości.

Dla prądu powietrza spływającego na dół trzeba by zastąpić równania (25) i (24) przez:

$$0 = m - gx - \left(R + \frac{c}{A} \right) \theta - \frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta u \frac{du}{dx}$$

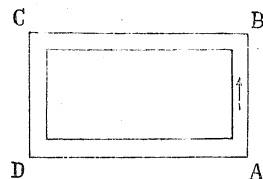
$$\frac{c}{A} \frac{d\theta}{dx} + \frac{R\theta}{u} \frac{du}{dx} = -\frac{4}{3} \frac{\gamma}{b} \theta \left(\frac{du}{dx} \right)^2,$$

z czego możnaby podobnie wnioski wyciągnąć jak przedtem, ale tutaj temperatura będzie się szybciej obniżać niż w przypadku idealnie adiabatyicznym. To jest całkiem naturalne, ponieważ przez tarcie wytwarza się ciepło, a więc w wysokości powietrze musiałoby mieć niższą temperaturę, ażeby, doszedłszy do ziemi, nie było cieplejsze (niż w idealnym przypadku).

Rozważając teraz, jakie są źródła energii ruchu atmosferycznego i dokąd ciepło wytworzone uchodzi, możemy sobie przedstawić mechanizm ruchu atmosferycznego zapomocą następującego schematycznego obrazu (zawierającego tylko jedną zmienną niezależną x):

Powietrze ogrzane przez zewnętrzne źródła ciepła (promienie słońca, ciepło ziemi) podczas swego biegu od D do A, wznosi się na drzewo od A do B, rozprężając się równocześnie, przyczem wskutek tarcia wytwarza się ciepło zmniejszające ochłodzenie, które na-

stępuje wskutek rozprężenia adiabatyicznego; na drodze od B do C ochładza się powietrze przez promieniowanie na zewnątrz, tak że w punkcie C osiąga najniższą temperaturę; ta jednak wskutek tarcia i adiabatyicznego ciśnienia podnosi się znów na drodze od C do D, tak że powietrze tam przybywa w tym samym stanie, jak wyszło.



Ilość ciepła stracona podczas drogi od B do C musi się równać pracy tarcia we wszystkich galeziach mianowicie AB i CD i ilości ciepła pochłoniętego na drodze od D do A.

Pokazałoby się, gdybyśmy to zadanie rozwiązali, że chyżość prądu powietrza, która będzie oznaczona przez podanie tej wielkości ciepła, zależałaby (według owych tabliczek) w nadzwyczajnej mierze od wysokości AB i CD, tak że byłaby ona już bardzo mała w pobliżu „poziomu krytycznego“.

W rzeczywistości takie ruchy (i także wspomniana wymiana ciepła) następują równocześnie w różnych poziomach, więc zadanie jest przynajmniej dwuwymiarowe; do tego jeszcze dołączają się komplikacje wskutek obrotu ziemi, wilgoci etc.

Aby można otrzymać przynajmniej przybliżone rezultaty ilościowe, trzeba by mieć jakieś wyobrażenie o współczynnikach absorpcji, o czym przedtem wspominałem.

Tyle możemy jednak powiedzieć, że ruchy po największej części ograniczać się będą do dolnych warstw atmosfery t. j. poniżej 20—30 km; tam tarcie będzie wywierało tylko bardzo mały wpływ, zatem będzie uzasadnione postępowanie dotychczasowej meteorologii dynamicznej, która go nie uwzględnia. W górnych warstwach jednak będzie ono odgrywało pierwszorzędny wpływ na ruchy pionowe, a zatem także na ruchy poziome, powstające wskutek tamtych, hamując ich chyżość (tak, że może także przewodzenie ciepła jeszcze w wielkich wysokościach wejdzie w rachubę) i ogrzewając powietrze.

Oczywiście upada więc argument tych, którzy chcą dowodzić ograniczenia atmosfery według teorii adiabatyicznej Kelvina.

Przeciwnie, dochodzimy tym sposobem do tego samego wniosku, który wypływa z kinetycznej teorii gazów t. j., że cała przestrzeń międzyplanetarna napełniona jest gazem nadzwyczajnie rozrzedzo-

nym i o temperaturze bliskiej — 273°, który zgęszcza się w bliskości planet; wysokość obliczona według teorii adiabatyicznej jest tylko miarą grubości warstwy, wśród której zachodzą silne prądy konwekcyjne, niehamowane tarcie wewnątrz.

Rozmieszczenie ciśnień i gęstości atmosfery zależy nie tylko od siły ciężkości i od zewnętrznych źródeł ciepła lecz także (jak wskazuje zależność cyfr w tabliczkach I i II od u_0) od gwałtowności prądów konwekcyjnych, wiatrów, zatem od nierównomierności temperatury, powodujących takie prądy.

V.

Także wywody innych fizyków, roztrząsane w pierwszej części, nie tworzą argumentów przeciwko tej teorii.

Przedewszystkiem upadają teorie opierające się na sile odśrodkowej spowodowanej obrotem ziemi, bo wskutek tarcia rozkład chyżości w taki sposób się zmieni, że chyżość obrotowa będzie się zmniejszać w miarę oddalania się od ziemi.

Rudzki (loc. cit.) wyrachował rozmieszczenie chyżości w tym przypadku pod warunkiem, że współczynnik tarcia pozostaje stały (i że można pominąć wielkości niższego rzędu). Jako rezultat obliczenia otrzymuje się, że chyżość obrotowa w odległości r od środka ziemi równa jest: $\omega = \frac{a^3}{r^2} \omega_0$ (por. n. p. Lamb Hydrodynamics, p. 524), zatem także siła odśrodkowa zmniejsza się z rosnącym r .

Wstawiając wartości dla chyżości obrotowej ziemi ω_0 i promienia a , znajdziemy, że dopiero w odległości $6\frac{1}{2}$ km. chyżość prądu powietrza względem powierzchni ziemi wynosiłaby 1 m/sek.

Możemy jeszcze wyrazić moment tarcia hamujący obrót ziemi według wzoru $M = 8\pi\mu r^2 \omega_0$ (Lamb); okazuje się, że w przeciągu jednego roku zmieni on długość dnia tylko o 10^{-17} części sekundy, więc ten wpływ pozostanie całkiem niedostrzegalny. Jeszcze znacznie zmniejszą się te liczby, jeżeli się uwzględni zależność współczynnika tarcia od temperatury tak, że w każdym razie dolne warstwy atmosfery t. j. aż do wysokości kilkunastu kilometrów prawie całkowicie w obrocie ziemi uczestniczą i dopiero w większych wysokościach może się uwidatnić prąd skierowany ze wschodu na zachód.

Obrót ziemi wywoła wskutek tarcia także prąd powietrza wzo-

szący się od równika a spływający znów ku biegunom ziemi, ale oczywiście z przyczyn właśnie wyłuszczonej wpływ ten musi być nadzwyczajnie mały.

Z drugiej strony ruch postępowy ziemi w ośrodku lepkim musi wywołać zwiększenie ciśnienia na przedniej stronie t. j. tam, gdzie słońce wschodzi, a zmniejszenie na odwrotnej stronie, ale i co do tego można wyrachować, posługując się z Rudzkim wzorem

$$\text{Oberbecka (Crelle LXXXI, p. 62, 1876)} \quad p = p_0 + \frac{3}{2} \frac{\mu u}{a} \cos \varphi$$

że ono dla naszych instrumentów pozostanie całkiem niedostrzegalne i że także jego wpływ hamujący ruch ziemi w spostrzeżeniach astronomicznych stwierdzić się nie da, zwłaszcza jeżeli się jeszcze uwzględni ściśłość gazu i zależność współczynnika tarcia od temperatury.

Nasza teoria tłumaczy też, czemu atmosfera nie kończy się w obłokach skroplonego powietrza, co byłoby nieuniknioną konsekwencją teorii adiabatycznych. W tych wielkich wysokościach, gdzie skroplenie mogłoby nastąpić, wpływ tarcia będzie już bardzo znaczny, więc temperatura stosunkowo wyższa, a ruch zwolniony.

Zanadto wiele nieznanych warunków wchodzi tutaj w grę, aby móc stanowczo rozstrzygnąć, czy wogóle punkt skroplenia będzie osiągnięty lub nie, ale jeżeli będzie, to w każdym razie dopiero w znaczuie większej wysokości, niż według tamtej teorii, a wskutek silnych ruchów przy tem powstających i powodujących ogrzanie, skroplenie musiałoby być bardzo małe.

Nasuwa się jednak myśl, czy nie możnaby powstaniem takich obłoków skroplonego powietrza (albo „Schneewolken Aggregatzustand“ Rittersa) wytłumaczyć niektórych zjawisk zagadkowych, jakimi są n. p. owe obłoczki świejące (leuchtende Nachtwolken), których wysokość obliczono na jakie 100 km.

Obrachowałem z dat Regnaulta formułkę dla ciśnienia pary nasyconej wodnej przy niskiej temperaturze w ten sam sposób, jak to Hertz uczynił dla pary rtęci: $p = k_1 \theta^{\frac{1-\frac{c}{R}}{R}} e^{-\frac{k_2}{\theta}}$, gdzie $\log k_1 = 6.1935$, $\log k_2 = 3.72947$, s = ciepło właściwe lodu = 0.502 c = ciepło właściwe pary = 0.3637, z której otrzymujemy następujące ciśnienia:

$\theta = 0^\circ$	-20°	-60°	-80°	-100° C.
$p = 4.6$	0.91	0.015	0.00078	0.000036 mm. etc.

W owych wysokościach musi panować temperatura jeszcze bez porównania niższa, więc trudno przypuścić, żeby tak małe ilości wody mogły jeszcze tworzyć obłoki, wobec czego powyższa hipoteza może nie będzie się wydawała tak dalece nieprawdopodobną (naturalnie, jeżeli dajemy wiarę obliczeniom wysokości tych chmur).

Jeszcze to przypuszczenie możnaby wziąć pod uwagę, że ciała, wpadające pod wpływem przyciągania słońca w nasz system słoneczny, na przedniej stronie będzie otoczone gazem zgęszczonym, a w tyle gazem rozrzedzonym i przez to ochłodzonym; jeżeli teraz gaz już bliski jest punktu skroplenia, to może w tyle powstać obłoczek gazu skroplonego nakształt ogona komety.

Nie podaję tego jako nową hipotezę co do natury komet, bo za mało jeszcze da się powiedzieć o jej możliwości albo prawdopodobieństwie, chciałbym jedynie zaznaczyć, że te kwestje przypuszczalnie z różnemi zjawiskami astronomicznemi, kometami, mgławicami etc. mogą być w związku ¹⁾.

Jako argument przeciwko istnieniu atmosfery niebieskiej przytaczają niektórzy brak albo raczej ogromną rzadkość atmosfery na księżycu. Tymczasem, stosując równania izotermiczne (2) do układu dwóch kul o masach m i μ , a promieniach a i α , otrzymany jako gęstość atmosfery na księżycu:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{g\alpha}{R\theta} \left[1 - \frac{R^2}{m\alpha}\right]} = \rho_0 \cdot 10^{-30},$$

a stosując równanie adiabatyczne (5):

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{\mu\alpha}{m\alpha}\right)^{\frac{1}{k-1}} = 0.00045 \rho_0 \text{ i zarazem jako temperaturę:}$$

$$\theta = \theta_0 \left(\frac{\mu\alpha}{m\alpha}\right) = 12.5^\circ \text{ abs.} = -260.5^\circ \text{ C.}$$

Nie potrzeba chyba wykazywać, czemu rezultatom tym nie można przypisywać wartości pod względem ilościowym, ale przecież pokazują one, że raczej trzeba by się dziwić, gdyby istniała na

¹⁾ Sądząc, że, przez dalsze wypracowanie teorii w IV i VI rozdziale zaznaczonych, dojść można także do ciekawych wniosków o atmosferze na innych planetach.

księżycu atmosfera o gęstości przewyższającej 0.001 do 0.003 ρ_0 , a to są wartości, które astronomowie dopuszczają jako możliwe.

Co do argumentów na korzyść istnienia ośrodka międzyplanetarnego powołuje się zresztą na interesujący artykuł Berbericha w Naturwiss. Rundschau (XIV. 1899, p. 365, 377).

VI.

Pozostaje jeszcze rozpatrzenie zmian, które w powyższych rezultatach zająć muszą z tego powodu, że powietrze nie jest gazem jednolitym.

Gdyby nie istniały prądy wciąż je mieszające, musiałyby się ono według prawa Daltona ułożyć tak, że zosobna

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{dp_1}{dr} = -g, \quad \frac{1}{\rho_2} \frac{dp_2}{dr} = -g,$$

zatem:

$$(28) \quad p_1 = p_{10} e^{-\frac{g}{R_1 \theta} \left(1 - \frac{a}{r}\right)}, \quad p_2 = p_{20} e^{-\frac{g}{R_2 \theta} \left(1 - \frac{a}{r}\right)},$$

a więc skład powietrza byłby:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} e^{\frac{g}{\theta} \left(1 - \frac{a}{r}\right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}.$$

Podaję kilka wartości tego stosunku, obliczonych przez Hanna:

$x =$	0	10000	20000	40000 m.
$\frac{\rho_1}{\rho_2} =$	21.00	18.35	15.92	11.54
	78.96	81.63	84.07	88.46

Naturalnie prądy konwekcyjne rzecz całkiem zmieniają; jeżeli się chce uwzględnić ich wpływ, trzeba by, postępując racjonalnie, zastosować równania dyfuzji¹⁾ Maxwell-Boltzmann'a (n. p. Gasth. I., p. 197), których specjalnym przypadkiem są równania używane przez Stefana:

$$(29) \quad \begin{cases} \rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \rho_1 X - a \rho_1 \rho_2 (u_1 - u_2) \\ \rho_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} = -\frac{\partial p_2}{\partial x} + \rho_2 X - a \rho_1 \rho_2 (u_2 - u_1) \end{cases}$$

¹⁾ Nie uwzględniamy tutaj tymczasowo tarcia i t. d. Dyfuzja będzie wierzała, choć nieznacznie, wpływ ogrzewający.

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 u_1) + \frac{\partial p_1}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 u_2) + \frac{\partial p_2}{\partial t} = 0,$$

gdzie stała dyfuzji D ze współczynnikiem a jest w następującym związku:

$$a = \frac{R_1 R_2 \theta^2}{(p_1 + p_2) D}.$$

Tu jednak przy ustalonym ruchu jednowymiarowym wchodzi znów dwie stałe, z których tylko jedną, n. p. chyżość prądu $\frac{\rho_{10} u_{10} + \rho_{20} u_{20}}{\rho_{10} + \rho_{20}}$ można by podać, podczas gdy o drugiej, n. p. różnicy chyżości $u_{10} - u_{20}$ nie wiemy.

Aby jednak mieć wyobrażenie o rzędzie wielkości tutaj w grę wchodzących, pomyślimy sobie powietrze tak rozmieszane, że tlen i azot są zawarte wszędzie w tym samym stosunku. Chyżość ($u_1 - u_2$), która teraz powstanie a która dąży do przywrócenia stanu stałego (28), można wyrachować z tych równań (29), pomijając oczywiście $\frac{du}{dt}$ (o czym Boltzmann loc. cit.) i zakładając ważność równania (2), ponieważ zmian temperatury nie uwzględniamy.

Otrzymuje się:

$$u_1 - u_2 = \frac{(R_2 - R_1) \rho_{10} \rho_{20} g e^{-\frac{g}{\theta}}}{(R_1 \rho_{10} + R_2 \rho_{20}) a \rho_1 \rho_2}$$

a więc dla powietrza w poziomie $x = 0$: $u_1 - u_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ cm/sek; zatem chyżość względna azotu i tlenu byłaby nadzwyczajnie mała w porównaniu do chyżości wiatru.

W dolnych warstwach atmosfery zatem, gdzie ruchy odbywają się z wielką gwałtownością, różnice, w składzie atmosfery zachodzące, wskutek działania dyfuzji będą całkiem nieznaczne. Dopiero w wielkich wysokościach, gdzie powietrze z powodu tarcia prawie pozostaje nieruchome, okaże się taki wpływ sortujący, uagromadzając gazy cięższe (A , O_2) w dolnych warstwach tak, że składniki lżejsze (N_2 , He , H_2) przeważać będą w miarę oddalania się od ziemi. Współczynnik dyfuzji jest proporcjonalny do kwadratu temperatury, a odwrotnie do ciśnienia; więc zapewne w wielkich wysokościach wskutek tego drugiego czynnika będzie wzrastał.

Ta nadzwyczajna powolność zjawisk dyfuzji tlomaczy dostatecznie, dlaczego nie zdołano jeszcze doświadczalnie oznaczyć zmian w składzie powietrza w warstwach atmosfery aż dotąd nam dostępnych, czego można się może spodziewać według cyfr podanych przy (28).

Nawet powietrze zaczerpnięte przez „ballon sonde“ w wysokości 15.000 m. miało skład prawie zupełnie normalny. Zawierało według Hergesella (Fortschr. d. Ph. 53. 1897, p. 192. II): 78.27 N_2 , 20.79 O_2 , 0.94 A , podczas gdy jego skład normalny jest: 78.06 N_2 , 21.00 O_2 , 0.94 A .

Należałoby się spodziewać, że wpływy te prędzej się odbiją w zawartości gazów ciężkich: $A = 40$, $N_2 = 80$, $X_2 = 128$ i bardzo lekkich $H_2 = 2$, aniżeli w stosunku tlenu do azotu, mało się różniących co do ciężaru atomowego, więc i wielkości R i podlegających zmianom nieregularnym wskutek życia organicznego.

Zapewne zresztą także opady, wskutek różnej zdolności absorbcyjnej wody, wywierają pewien wpływ mający regularność, który co prawda w wielkich wysokościach będzie nieznaczny.

Możeby różnice w składzie powietrza prędzej dały się wykryć w prądach cyklonowych i antycyklonowych (na równiku a biegunie?); w pierwszych miałyby przeważać cięższe pierwiastki, w drugich lżejsze, a różnica składu byłaby miarą wysokości, z której powietrze pochodzi i miarą chylności prądów.

Ze wszystkiego tego wynika, że teoretyczne obliczenie składu atmosfery w różnych wysokościach jest zagadnieniem właściwie dynamicznem, które w pierwszym rzędzie zależy od cyrkulacji atmosfery, więc od kwestji rozpatrywanej w rozdziałach IV i V; że więc nie można myśleć o dojściu do wyników ilościowych drogą teoretyczną, jak długo nie znamy dokładnie całego mechanizmu ruchów atmosferycznych i to nie tylko w dolnych warstwach atmosfery, któremi się aż dotąd zawsze zajmowano, ale i w górnych, tych, które tworzą ośrodek międzyplanetarny („Himmelsluft“ Förstera).

Wobec tego dziwnem się wydaje, że G. J. Stoney w rozprawie już wspomnianej, która jako rzekomy wynik teorii kinetycznej gazów nabrała wielkiego rozgłosu, miał dojść do rezultatów wielkiej doniosłości; z tego powodu musimy się jeszcze nad jego teorią zastanowić.

Stoney opiera się na tem, że ciało obdarzone chylnością wię-

kszą niż 11 km/sek oddali się od ziemi w nieskończoność, że więc cząsteczki gazów poruszające się z tą chylnością będą dla naszej atmosfery stracone.

Przyjmując jako granicę atmosfery wysokość 200 km. a jako temperaturę tam panującą — 66° C., oblicza stosunki średnich chylności cząsteczek różnych gazów w tej temperaturze, w stosunku do owej chylności krytycznej. Dalej wnioskuje tak: doświadczenie uczy, że ziemia traci hel i wodór, bo nie znajdujemy ich w atmosferze, mimo, że są wydzielone przez źródła i przez wulkany podmorskie, a nie traci azotu i tlenu, więc oczywiście w helu dostateczna ilość cząsteczek osiąga ową chylność krytyczną, w azocie zaś nie.

Jeżeli więc średnia chylność cząsteczek w jakimś gazie jest 9-tą częścią chylności krytycznej (jak pod owymi założeniami w helu), to gaz zostanie stracony, jeżeli 20-tą częścią, jak w azocie, to ubytek spostrzec się nie da.

Potem oblicza Stoney odpowiednio chylności krytyczne dla różnych planet i na tej podstawie wnioskuje, jakie gazy ich atmosfera może zawierać, a jakich nie.

Przedewszystkiem nie można się zgodzić na założenia co do granicy atmosfery. Przyjęcie tak wysokiej temperatury jak — 66° C jest wprost niedorzeczne; już w przeciągu jednej sekundy połowa cząsteczek leżących w tej warstwie i tak samo naturalnie „granicą“ sama musiałaby się oddalić o dalszych kilkaset metrów. Wogóle nie tylko te cząsteczki trzeba by uwzględnić, które mają chylność większą niż 11 km/sek (hyperboliczne), lecz także owe z mniejszemi chylnościami, które będą opisywały elipsy, jak długo nie nastąpi spotkanie z innemi cząsteczkami. A tu spostrzegamy znów zasadniczy błąd tamtych obliczeń: wszak i przestrzeń poza obrębem naszej ziemi będzie napełniona gazem, choć o nadzwyczajnie małej gęstości, ponieważ cząsteczki tamże uciekają.

Więc i spotkania następować będą i będzie istniała jakaś średnia długość drogi swobodnej, więc wogóle nie będzie żadnej zasadniczej różnicy między tem, co nazywa Stoney atmosferą ziemi i przestrzenią zewnętrzną; owa chylność krytyczna nie będzie grała żadnej wybitniejszej roli, bo będzie się odbywała ciągła wymiana cząsteczek gazowych tak, szybszych jak i powolniejszych, między różnemi częściami atmosfery niebieskiej, której małą, zgęszczoną część nazywamy „atmosferą ziemi“.

Że ona może także powiększać się, przyciągając „obce“ cząsteczki wskutek atrakcji ziemi, tego Stoney wcale nie uwzględniła, obliczając tylko ilość tych, które ona może stracić.

A co do helu i wodoru, czy mamy choćby przybliżone wyobrażenie, jaka jest ilość tych gazów wydzielana przez owe źródła i wulkany podmorskie (?), a ile wskutek absorpcji może wsiąkać w wodę morską, jaka wreszcie jest faktyczna zawartość ich w atmosferze, ażeby można osądzić, czy i w jakiej ilości te gazy naszą atmosferę opuszczają? Co nas uprawnia do twierdzenia, że azot i tlen nie zostają stracone w znacznych ilościach? Czemu wtedy tak mała jest zawartość gazów: neonu i xenonu?

Jeszcze jeden ważny szczegół. Obliczenia Stoney'a odnoszą się do atmosfery nieruchomej; rezultat jego, że ciała o małej masie, n. p. księżyc, nie będą mogły zatrzymywać pierwiastków lżejszych, które jednak na ciałach o wielkiej masie nagromadzać się będą, będzie wtedy wprost fałszywy.

Do gazów w stanie równowagi odnoszą się prawa (28), które w zastosowaniu do systemu ciał wskazują, że właśnie przeciwnie: gdzie jest mniejsze ciśnienie, t. j. na powierzchni planet mniejszych, księżyc a etc. i szczególnie w przestrzeni międzyplanetarnej, tam większa będzie zawartość pierwiastków lżejszych, wodoru i helu etc.

Oczywiście jednak, według tego, co wyżej widzieliśmy, ilościowych rezultatów z tamtych równań otrzymać nie możemy, ponieważ te stosunki zaudadto się zmieniają wskutek krążenia atmosfery, a już całkiem nie można takich rozumowań zastosować do słońca, gdzie pierwszą rolę odgrywa ogromne promieniowanie.

Chcąc zastąpić nieuzasadnione założenia doświadczalne Stoney'a teoretycznem obliczeniem ilości cząsteczek „straconych“, trzeba by uwzględnić nie tylko rozkład ich chyżości, ale także i częstotliwość spotkań, rozkład temperatury i prądy konwekcyjne, a czyniąc to, doszłoby się właśnie do zastosowania ogólnych równań hydromechaniki i dyfuzji wywiedzionych przez Maxwella z kinetycznej teorii gazów do układu, w którym działa grawitacja t. j. do takich rozważań, jakimi zajmowaliśmy się w rozdziale IV i (29), i które, jak sądzę, tworzą jedyny racjonalny sposób osiągnięcia dokładniejszych rezultatów. drogą teoretyczną.

Prawda, że zwykłe równania hydromechaniki nie są zupełnie ściśle wyrażeniem teorii kinetycznej, że n. p. pewne zmiany na-

stać muszą, jeżeli się nie ograniczamy do przyjęcia zmian w stanie gazu proporcjonalnych w obrębie λ , lecz jeżeli się uwzględnia także wyższe potęgi wielkości λ etc., ale nie sprostowałoby się błędu zapomocą rachunków tego rodzaju jak owe Stoney'a, tylko trzeba by zbadać, jakie poprawki należy poczynić w samych równaniach hydromechanicznych.