o $2k+1$ zmiennych, możemy przedstawić w jednym wzorze. Niech μ i r oznaczają najwyższy stopień nierównych zeru minorów wyznaczników Δ_1 i Δ; w pierwszym z rozważanych przypadków $\mu = \nu = 2k$, więc tu liczba λ warunków jest:

$$\lambda = \frac{(p-\nu)(p-\mu+1)}{1 \cdot 2};$$

w drugim zaś przypadku $\mu=2k+2$, $\nu=2k$ i $p-2k-1=p-\mu+1$, więc znowu:

$$\lambda = \frac{(p-\nu)(p-\mu+1)}{1 \cdot 2}.$$

Najmniejsza przeto liczba warunków potrzebnych na to, by dane wyrażenie różniczkowe o p zmiennych niezależnych sprowadzało się do postaci kanonicznej o ϱ zmiennych niezależnych, jest:

$$\lambda = \frac{(p-\nu)(p-\mu+1)}{1 \cdot 2},$$

gdzie $\nu=\mu=\varrho$ dla ϱ parzystego; $\nu=\varrho-1$, $\mu=\varrho+1$ dla ϱ nieparzystego.

Paryż, w lipcu, 1897 r.

TEORYA MOLEKULARNA PRZEWODNIKÓW ELEKTRYCZNYCH, PÓŁPRZEWODNIKÓW I DIELEKTRYKÓW.

NAPISAŁ

L. SILBERSTEIN.

W dwóch ostatnich zeszytach czasopisma „Elektrochemische Zeitschrift“ starałem się [1]) wykazać trudności, jakie napotykamy, jeżeli chcemy zgodnie ze zwykłą teoryą wyobrazić sobie prąd elektryczny, określony przez wzór

(a) $\qquad i = \lambda E \qquad$ (λ=spółcz. „przewodnictwa“, E=siła elektr.),

wewnątrz substancyi drutu „przewodzącego“. Trudności te są bezpośrednim wynikiem założenia ciągłości przestrzennej substancyi „przewodzącej“, która przynajmniej implicite tkwi w odnośnych wzorach matematycznych każdej teoryi prądów elektrycznych.

Czytelnicy mogą bez trudności poznać zasady mojej teoryi z rozprawy, ogłoszonej w wymienionem wyżej czasopiśmie; sądzę przeto, że zbytecznem byłoby powtarzać w tem miejscu cały szereg roztrząsań, które naprowadziły mnie na myśl zbudowania teoryi molekularnej tak zwanych „przewodników“ elektrycznych. Po ogłoszeniu wzmiankowanej rozprawy przekonałem się jednak, wbrew moim oczekiwaniom, że teorya ta daje się w bardzo prosty sposób zastosować nietylko do przewodników I klasy, jakiemi np. są metale, lecz również do dielektryków, jak szkło, gutaperka, benzol i t. d.

[1]) W artykule p. t. „Ein discontinuierliches Bild des sogen. elektr. Leitungsstromes“.

i do pół-przewodników, jak alkohol, anilina i t. p. Z tego powodu sądzę, że zebranie oddzielnych szkiców moich i dodanych następnie zastosowań i uogólnień w jedną całość nie jest bezcelowem, lubo „całość“ ta sprawia na mnie raczej wrażenie obrazu lub modelu (Modell-Mechanismus), niż prawdziwego opisu wewnętrznej maszyneryi odnośnych zjawisk elektrycznych i magnetycznych.

Przedewszystkiem zakładam istnienie dwóch gatunków materyi (z których jedna, jak zobaczymy później, nie jest może wcale „materyą“, lecz składa się z elementów próżnej przestrzeni; nazywajmy ją jednak, dla krótkości, materyą, tymczasowo przynajmniej), mianowicie:

I. **Założenie.** Istnieje eter świetlny, jako ośrodek ciągły, bezwładny, elastyczny i doskonale dielektryczny (w Faraday'owskiem znaczeniu wyrazów), który posiada własność przenoszenia zaburzeń elektromagnetycznych z prędkością zupełnie określoną $V = 1/A$. Dodatkowo zakładam, że istnieje pewne maximum siły elektrycznej (E_m), po przekroczeniu, którego energia elektromagnetyczna ulega (w danej części eteru) rozproszeniu na skutek zerwania ciągłości eteru, czyli — że tak powiem — „gwałtownego wyładowania“; po każdej takiej katastrofie eter odzyskuje jednak znowu wszystkie swoje własności.

II. **Założenie.** Istnieją (w ośrodku I) cząstki „substancyi“ doskonale adielektrycznej [1]), t. j. dla linij elektrycznych doskonale nieprzenikliwej; w stanie równowagi linie siły elektrycznej są normalne do powierzchni tych cząstek, w ogólnym przypadku zaś kończą się na powierzchni tych cząstek i tworzą z odnośnemi normalnemi kąty różne od zera.

Następnie zakładam dla eteru, i tylko dla eteru, dla wszelkich punktów (x_1, x_2, x_3) i dla każdej chwili czasu (t) z wyjątkiem tych chwil, podczas których zachodzą wyładowania (vide I) prawdziwość równań różniczkowych Maxwella:

$$\text{III.} \qquad A\,\frac{\partial E_i}{\partial t} = \frac{\partial H_j}{\partial x_k} - \frac{\partial H_k}{\partial x_j},$$

$$\text{IV.} \qquad A\,\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{\partial E_k}{\partial x_j} - \frac{\partial E_j}{\partial x_k},$$

$$i, j, k = 1, 2, 3;\ 2, 3, 1;\ 3, 1, 2.$$

[1]) O. Heaviside nazwałby ją „a perfect obstructor“.

E_i, H_i ($i = 1, 2, 3$) oznaczają składowe prostokątne siły elektrycznej E, względnie siły magnetycznej H, w punkcie x_1, x_2, x_3, w chwili t.

Dalej, zakładam dla każdego punktu w eterze swobodnym (a więc z wyjątkiem punktów, leżących tuż przy powierzchni bryły adielektrycznej) równania:

$$\text{V.} \qquad \sum_1^3{}_i \frac{\partial E_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\text{VI.} \qquad \sum_1^3{}_i \frac{\partial H_i}{\partial x_i} = 0.$$

Równania te orzekają, że gęstość „przestrzenna“ (space-density) tak zwanych „ładunków“ elektrycznych i magnetycznych wszędzie równa się zeru.

Uwaga. Nie bacząc na to, możemy jednak mówić o ładunkach powierzchniowych, rozmieszczonych na powierzchni, na której linie siły mają swe punkty początkowe lub końcowe. Pojęcie to ładunku jest atoli w teoryi naszej zupełnie bezużytecznem.

W substancyi adielektrycznej mamy dla wszelkich wartości x_i i t:

$$\text{VII. (wł. II).} \qquad E_i = 0, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Gęstość energii elektrycznej w punkcie x_1, x_2, x_3 jest równą:

$$\text{VIII.} \qquad T = \frac{1}{8\pi} \sum_1^3{}_i E_i^2,$$

zaś gęstość energii magnetycznej:

$$\text{IX.} \qquad U = \frac{1}{8\pi} \sum_1^3{}_i H_i^2.$$

W adielektryku mamy zawsze $T = 0$, według VIII i VII; oprócz tego musi być dla każdego punktu wewnątrz substancyi adielektrycznej

$$U = \text{const.} \quad (\text{ze względu na } t),$$

albowiem z IV wynika, że zmiany (czasowe) sił magnetycznych byłyby połączone z wytwarzaniem się energii elektrycznej w cząstkach adielektrycznych, gdybyśmy dla cząstek tych chcieli założyć równanie podobne. Możemy tedy, ze względu na niezmienność U, założyć, że w adielektryku nietylko $T = 0$, lecz także $U = 0$.

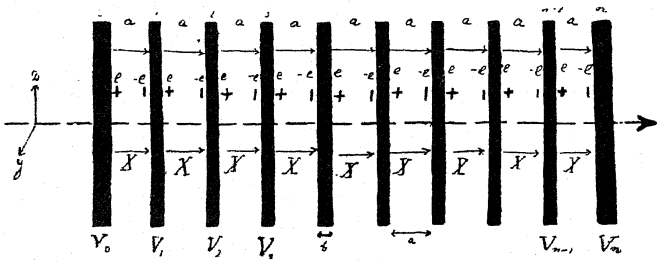
Energia elektryczna i magnetyczna może więc istnieć i rozpraszać się li tylko w eterze (nigdy zaś w cząstkach adielektrycznych) wskutek nieodwracalności procesów wyładowania lub swobodnego promieniowania (fale elektromagnetyczne) w przestrzeń.

Podczas wyładowania wszystkie równania powyższe, dotyczące eteru, tracą dla punktów niezbyt od miejsca katastrofy odległych swą ważność, ilości E_i, H_i — swe znaczenie.

I do IX włącznie zawierają wszystkie założenia mojej teoryi.

Załóżmy, że jakakolwiek bryła tak zwanej materyi grubszej (w przeciwstawieniu do czystego eteru) składa się z agregatu cząstek adielektrycznych, rozmieszczonych w eterze doskonale dielektrycznym (patrz I).

W celu interpretacyi tak zwanego „spółczynnika dielektrycznego" K i „przewodnictwa" elektrycznego λ, rozważamy, zamiast skomplikowanego agregatu cząstek adielektrycznych, układ płaskich płyt adielektrycznych równoległych do siebie (Fig.), otoczonych eterem. Rezultat otrzymany, dla takiego układu daje się bowiem natychmiast uogólnić do jakichkolwiek



agregatów trójwymiarowych. Niechaj będzie przekrój każdej płyty równy Q cm.², grubość b, odległość każdej pary płyt a. Rozważajmy $n+1$ takich płyt $0, 1, 2, \ldots, n$; jeżeli dwa ich pozostałe wymiary (t. j. oprócz grubości) są bardzo wielkie w porównaniu z odległością a płyt sąsiednich, mamy zagadnienie elektryczne jednowymiarowe. Energia elektryczna T_d doprowadzona całemu układowi (z zewnątrz), rozmieszcza się w każdym przedziale, wypełnionym eterem, tak iż linie siły są prostopadłe do powierzchni płyt, czyli równoległe do osi (X) układu. Przypuśćmy, że każdy przedział otrzymuje n-tą część całej energii, t. j. $\frac{1}{n} T_d$ jednostek. Według V mamy

$$\frac{\partial E_d}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

a więc $E_d =$ const., dla każdego przedziału (znaczek d w E_d i T_d wskazuje na teoryę nieciągłą [discontinuierlich] w przeciwstawieniu do zwykłej teoryi ciągłej, w której odnośne ilości będziemy oznaczali przez znaczek c; w (1) E_d jest siłą elektryczną w kierunku (X) osi układu płyt i eteru); ponieważ jednak energia w każdym przedziale i objętość każdego przedziału są równe, stała w równaniu $E_d =$ const. ma jednę i tę samą wartość dla wszystkich przedziałów; możemy ją więc krótko przez E_d oznaczyć, opuszczając znaczki $\overline{01}$, $\overline{12}$, ..., $\overline{(n-1)\,n}$, odpowiadające poszczególnym przedziałom. Wewnątrz każdej płyty $T = 0$; możemy więc energię elektryczną naszego układu wyrazić za pomocą wzoru:

$$T_d = \frac{1}{8\pi} Q\, n\, a\, E_d^2. \tag{2}$$

Ilość tę utożsamiamy z energią elektryczną T_c, którą zawierałby kondensator o płytach 0 i n, między któremi przestrzeń byłaby wypełniona wrzekomo ciągłym dielektrykiem (materyą grubszą) o spółczynniku dielektrycznym K; ponieważ, jak wiadomo, ze zwykłej teoryi

$$T_c = \frac{K}{8\pi} Q\, l\, E_c^2 = \frac{K}{8\pi} Q\, n\, (a+b)\, E_d^2\,, \tag{3}$$

(gdzie l jest odległością płyt 0 i n), przeto założenie

$$T_c = T_d \tag{4}$$

prowadzi do wniosku:

$$K\,(a+b)\, E_c^2 = a\, E_d^2\,. \tag{5}$$

Kładąc

$$\frac{b}{a} = s, \tag{6}$$

mamy:

$$K\,(1+s)\, E_c^2 = E_d^2\,. \tag{7}$$

Lecz E_c jest przeciętną (przestrzenną) ilości E_d; tę tylko przeciętną w doświadczeniach obserwujemy; a jest bowiem odległością międzymolekularną. Ponieważ E_d w płytach równa się zeru, mamy:

$$E_c = \frac{a\, E_d}{a+b} = \frac{E_d}{1+s}\,. \tag{8}$$

Równanie (7) daje więc, jako interpretacyę spółczynnika dielektrycznego, K wzór:

A. $$K = 1 + s = 1 + \frac{b}{a}.$$

Uogólniając rezultat zdobyty na układzie jednowymiarowym do dowolnych agregatów cząstek adielektrycznych, w których grupy dwuwymiarowe tych cząstek, które mają równe lub najbardziej do siebie zbliżone wartości potencyałów elektrycznych, obejmują rolę płyt w układzie na figurze, otrzymujemy następujące twierdzenie:

A. Spółczynnik dielektryczny K jakiegokolwiek gatunku materyi grubszej równa się jedności więcej $\frac{b}{a}$, gdzie b jest średnicą, a zaś odległością cząstek adielektrycznych (molekuł), tworzących materyę grubszą.

Izotropowemu i jednorodnemu rozmieszczeniu cząstek izotropowo ukształtowanych (kul) odpowiada spółczynnik K, niezależny od kierunku siły elektrycznej ani od miejsca wewnątrz rozważanej bryły materyi grubszej. Anizotropia cząstek lub ich rozmieszczenia przestrzennego, względnie niejednorodność rozmieszczenia sprawiają anizotropię (w szczególnym wypadku krystaliczną trójosiowość), względnie niejednorodność rozważanej materyi grubszej, co się tyczy wartości spółczynnika K.

Oto jest pierwsze twierdzenie główne **A** naszej teoryi molekularnej.

Również łatwo otrzymujemy drugie twierdzenie główne, dotyczące tak zwanego „przewodnictwa" elektrycznego λ, które przysługuje li tylko materyi grubszej (lecz nie czystemu eterowi).

Wyobraźmy sobie mianowicie, że rozważany wyżej układ wyładowuje się, w chwili gdy siła elektryczna osiąga wartość największą (vide I) E_d, że więc wskutek tego rozproszy się energia elektryczna

$$T_d = \frac{1}{8\pi} Q n a E_d^2.$$

Po tem pierwszem wyładowaniu doprowadźmy układowi znowu tę samą energię T_d, tak aby każdy przedział wypełniony eterem otrzymał $\frac{1}{n} T_d$ jednostek energii. Otrzymamy drugie wyładowanie, i t. d. Jeżeli odległości a są dostatecznie małe, będziemy mieli, w miarę doprowadzania energii z zewnątrz, wyładowania układu bardzo szybko po sobie następujące, powiedzmy $\frac{1}{\tau}$ wyładowań na sekundę, tak iż każdy proces trwa τ sekund.

Jeżeli τ jest w porównaniu z okresami, które w pracowniach dają się zmierzyć, czasem bardzo krótkim, całość zjawiska wywiera na nas wrażenie ciągłości (w czasie) i możemy, z odpowiedniem przybliżeniem, powiedzieć, że w bryle wrzekomo jednorodnej materyi grubszej (fig.) o przekroju Q i długości l, rozprasza się w ciągu sekundy energia elektryczna

(9) $$F_d = \frac{1}{8\pi} \frac{Q n a}{\tau} E_d^2.$$

Tę energię rozpraszaną identyfikuję z tak zwanem ciepłem Joule'a:

(10) $$F_c = \lambda E_c^2 Q l = \lambda E_c^2 Q n (a+b).$$

Kładąc tedy istotnie

(11) $$F_c = F_d,$$

t. j. zakładając, że:

ciepło Joule'a jest tylko energią elektryczną, rozpraszaną między cząstkami adielektrycznemi wskutek często po sobie następujących wyładowań,

otrzymujemy:

(12) $$\frac{1}{8\pi} \cdot \frac{1}{\tau} E_d^2 = \lambda E_c^2 \frac{a+b}{a},$$

czyli według (6) i (8):

B. $$\lambda = \frac{1}{8\pi} \frac{1+s}{\tau}.$$

Uogólniając znowu, jak w przypadku **A**, otrzymujemy następujące drugie twierdzenie główne:

B. Spółczynnik „przewodnictwa" elektrycznego λ dla jakiejkolwiek bryły materyi grubszej równa się

$$\lambda = \frac{1}{8\pi} \frac{1+s}{\tau}$$

gdzie s jest stosunkiem średnicy do odległości wzajemnej cząstek (molekuł) adielektrycznych, tworzących rozważaną bryłę, τ zaś okresem wyładowań energii elektrycznej, nagromadzonej w eterze, otaczającym te cząstki.

Wszystkie uwagi, dotyczące K (patrz **A**) stosują się do λ, jako ilości określonej, zarówno przez τ jak i przez $s = \frac{b}{a}$.

Wnioski, wysnute z twierdzeń A, B.

Wniosek I. Nadając ilościom s i τ, we wzorach **A** i **B**, wszelkie możliwe wartości, otrzymujemy pod względem własności przewodnictwa λ i współczynnika dielektrycznego K, wszystkie znane nam z doświadczenia gatunki materyi grubszej.

Uwaga. Tak zwane przewodniki II klasy, czyli elektrolity, nie są wprawdzie objęte wzorami **A**, **B**; nie usuwają się one jednak z obszaru przedłożonej teoryi; aby je tą teoryą objąć, wystarcza do rozważań powyższych dodać ruch cząstek materyi grubszej (konwekcya). Zbytecznem byłoby tedy traktować elektrolity osobno.

Wniosek II. Ponieważ ilość s, jako stosunek średnicy cząstek adielektrycznych do ich wzajemnej odległości; nie może mieć wartości mniejszej od zera, przeto z **A** wynika, że nie może istnieć materya grubsza (jako agregat cząstek adielektrycznych, rozmieszczonych w eterze) o spółczynniku $K < 1$, t. j. mniejszym niż dla eteru swobodnego. Wniosek ten zgadza się, jak wiadomo, z doświadczeniem.

Wniosek III. W miarę, jak s rośnie w sposób ciągły od 0 do ∞ i τ maleje od ∞ do 0, otrzymujemy wszelkie możliwe gatunki materyi grubszej o stopniowo coraz to większych wartościach K i λ, począwszy od $K = 1$, $\lambda = 0$ aż do $K = \infty$, $\lambda = \infty$. Stąd wynika, że niema ostrych granic między t. zw. doskonałemi dielektrykami, półprzewodnikami i przewodnikami, jak dobrze wiadomo z doświadczeń.

Uwaga. Dla $s = 0$ mamy czysty eter i $K = 1$, jak być powinno, zgodnie z określeniem pojęcia „spółczynnika dielektrycznego K.“ Dla $s = \infty$ mielibyśmy $K = \infty$, $\lambda = \infty$, t. j ciało bez oporu elektrycznego, wyposażone oprócz tego własnością zawierania, w skończonej objętości i przy skończenie wielkiej wartości siły elektrycznej E, nieskończenie wielkiej energii elektrycznej. Wniosek ten jest jednak tylko na pierwszy rzut oka słusznym. Albowiem „$s = \infty$“ nie wyraża nic innego jak tylko to, że oddzielne cząstki adielektryczne zlewają się w jednę (molarną) bryłę adielektryczną, w której siły elektryczne (vide II) wogóle istnieć nie mogą; dla $s = \infty$ pojęcia λ i K tracą więc najzupełniej swe znaczenie; „$s = \infty$“ oznacza po prostu molarnie wielką lukę w eterze, przynajmniej ze względu na zjawiska elektromagnetyczne.

Wniosek IV. Z równania **A** wynika

$$\frac{b}{a} = s = K - 1 .$$

Dla tych więc np. gatunków materyi grubszej, dla których $K - 1$ jest ilością bardzo małą w porównaniu z jednością, musi też być stosunek (s) średnicy molekuł do wzajemnej ich odległości bardzo małym w porównaniu z jednością, i odwrotnie. Wniosek ten sprawdza się, przynajmniej jakościowo, bardzo dobrze dla wszystkich ciał gazowych.

Znając wartość $K - 1$, mamy też, według **A**, wielkość stosunku średnicy molekuł do ich wzajemnej (przeciętnej) odległości. Tak np. dla wodoru, bezwodnika kwasu węglowego i metanu mamy:

$$s = K - 1 = 0.000026; \quad 0.00096; \quad 0.00195,$$

przy zwykłej temperaturze i zwykłem ciśnieniu; dla benzolu zaś np. przy 100° C. mamy $s = K - 1 = 0.0027$. Liczby te są, szczególniej dla 3-ch poprzednio wymienionych ciał, istotnie bardzo małe, zgodnie z wymaganiami kinetycznej teoryi gazów „doskonałych“.

Oprócz tego wniosek IV znajduje potwierdzenie w prawidłowości odkrytej przez pana R. Langa (Wied. Ann., t. LVI, str. 534; 1895); zauważył on mianowicie, że iloraz

$$\frac{K - 1}{\sigma},$$

gdzie σ jest liczbą atomów, zawartych w molekule, ma dla wszystkich zbadanych gazów wartość w przybliżeniu jednę i tę samą, mianowicie:

$$\frac{K - 1}{\sigma} = 123.10^{-6} .$$

Zboczenia od tego wzoru możnaby wytłómaczyć za pomocą wzoru **A**, bacząc na to, że średnice molekuł b są tylko w bardzo grubem przybliżeniu proporcyonalne do liczby atomów σ, zawartych w jednej molekule i że odległość molekuł, t. j. a, jest według prawa Avogadra dla różnych gazów, przy tem samem ciśnieniu i temperaturze, o tyle tylko równa, o ile różnice objętości samych molekuł różnych gazów mogą być w rachunku zaniechane, że więc s tylko w bardzo grubem przybliżeniu jest do σ proporcyonalnem.

Wniosek V. Jeżeli, dla jednego i tegoż samego dielektryka, s maleje, spółczynnik K musi maleć, według wzoru **A**. Gazy rozrzedzone np. powinnyby więc według tego wniosku posiadać spółczynnik dielektryczny mniejszy, niż gazy zgęszczone, co też jest zgodne z doświadczeniem.

Wniosek VI. (Ciała krystaliczne). Jeżeli ciało anizotropowe posiada w trzech kierunkach głównych trzy różne wartości K t. j. K_1, K_2, K_3, tak iż jest $K_1 > K_2 > K_3$, natenczas trzy odpowiednie wartości stosunku,

$s = \frac{b}{a}$, średnicy molekuł do ich wzajemnej odległości w tychże trzech kierunkach podobnież czynią zadość nierówności:

$$s_1 > s_2 > s_3.$$

Stąd możnaby, na podstawie znanych badań doświadczalnych Boltzmanna, wyciągnąć ciekawe wnioski, dotyczące budowy ciał krystalicznych pod względem elektrycznym.

(Porówn. zresztą uwagę ogólną, następującą bezpośrednio po twierdzeniu głównem **A**).

Wniosek VII. Jeżeli okres (peryod) wyładowań molekularnych (τ) w dielektryku przewodzącym (jak np. eter, alkohol, anilina) jest dany, jako pewien określony ułamek sekundy i jeżeli rozważamy szereg różnych substancyj, dla których τ ma tę właśnie przepisaną wartość, natenczas spółczynnik dielektryczny K nie jest od przewodnictwa λ niezależnym; obie ilości są raczej związane ze sobą równaniem, wynikającem z **A** i **B**, mianowicie:

$$\frac{K}{\lambda} = 8\pi\tau,$$

które już ilości s nie zawierą wyraźnie. Jeżeli więc okres τ jest przepisany (dla szeregu ciał) ilości K i λ zmieniają się proporcyonalnie do siebie, w miarę gdy przechodzimy od jednego ciała, należącego do tego szeregu, do następnych. Wogóle stosunek K i λ jest ilością charakterystyczną dla danej (lub danych) substancyi, niezależną od wyboru substancyi (powietrza np. lub eteru świetlnego), z którą daną substancyą porównywamy, krócej: K i λ nie jest „stałą gatunkową" lecz „wewnętrzną" („innere Constante des Körpers"), co też wynika ze zwykłej (ciągłej) teoryi pół-przewodników (porówn. pojęcie t. zw. „czasu relaksacyjnego").

Wrócimy jeszcze do tematu tego, w dalszym ciągu, przy innej sposobności.

Wniosek VIII. Jeżeli s maleje, t. j. jeżeli molekuły danej bryły materyi grubszej oddalają się od siebie, np. wskutek zwiększenia temperatury, τ jednocześnie rośnie, tak iż przewodnictwo λ, według wzoru **B**:

$$\lambda = \frac{1+s}{\tau}\,\frac{1}{8\pi}$$

maleje. Istotnie, dla wszystkich metali przewodnictwo λ maleje gdy temperatura rośnie.

Okres τ wyładowań międzymolekularnych zależy od $E, \dot{E}, \ddot{E}$ i t. d. i od odległości wzajemnej a molekuł, a więc caeteris paribus (t. j. gdy $E, \dot{E}, ..$ mają przepisane wartości), od a, czyli, ponieważ $b = as$ możemy uważać jako ilość stałą:

$$8\pi\tau = f(s),$$

tak iż mamy:

$$\lambda = \frac{1+s}{f(s)}.$$

Aby więc zbadać zależność zmian λ od zmian s, musielibyśmy znać kształt funkcyi f. Otóż kształtu funkcyi f nie znamy, wszelkie zaś hypotezy w tym kierunku byłyby na razie, zdaniem mojem, przedwczesne. Proces wyładowań międzymolekularnych jest bowiem zupełnie ciemnym i niezbadanym dotychczas. Musielibyśmy się na razie zadowolić rozwinięciem potęgowem:

$$\text{const. } f(s) = \sum_{i=1}^{i=\infty} c_i \frac{b^i}{s^i} = \sum_{i=1}^{i=\infty} c_i\, a^i$$

i wyznaczyć spółczynniki stałe c_i z dostatecznie wielkiego szeregu doświadczeń, dla których odnośne wartości λ i s byłyby wiadome.

Pojęcie t. zw. „prądu przewodzonego".

Siły elektryczne mogą istnieć tylko w eterze, nigdy w adielektryku, ładunki elektryczne (powierzchniowe, gęstość σ) mogą istnieć tylko na powierzchni cząstek adielektrycznych; gęstość ładunku elektrycznego określamy bowiem za pomocą wzoru:

$$\sigma = \frac{1}{4\pi} E_n,$$

gdzie E_n jest składową siły elektrycznej w kierunku normalnej n do danej powierzchni, w danym punkcie.

Stąd zaś wynika bezpośrednio, że w teoryi naszej możemy mówić li tylko o tak zwanych „prądach przesunięcia elektrycznego" („displacement-currents", Maxwell)[1]) w eterze, i że określenie t. zw. „prądu przewodzonego", jako ilości ładunku elektrycznego i, która w ciągu 1 sekundy prze-

[1]) $i = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial E}{\partial t}$.

płyna przez jednostkę powierzchni przekroju danej bryły „przewodzącej“, jest wprost sprzecznem z założeniami zasadniczemi powyższej teoryi.

Z tego powodu wprowadzamy następujące określenie prądu „przewodzącego“, zgodne z określeniem prądu przesunięcia, związanem z równaniami różniczkowemi III (porówn. wyżej).

Określenie I. Całkę liniową siły magnetycznej

$$\int H \,.\, dl,$$

wziętą wzdłuż obwodu nieskończenie małej (2-go rzędu) powierzchni, podzieloną przez $4\pi A$, nazywamy chwilową gęstością prądu, w danym punkcie, w kierunku normalnym do tej powierzchni. (Dla eteru swobodnego określenie to w każdym wypadku wystarcza). W szczególności zaś, dla t. zw. „przewodników“, t. j. substancyj o przewodnictwie λ, różnem od zera, nazywamy przeciętną gęstości chwilowej (dopiero co określonej) gęstością prądu „przewodzonego“ w danym kierunku i w danym punkcie:

$$i = \text{przec.}\ \frac{1}{4\pi A} \int H\, dl,$$

gdzie znak $\int$ ma znaczenie powyżej określone.

(Składowe i w kierunkach x_1, x_2, x_3 oznaczamy przez i_1, i_2, i_3).

Całkę powierzchniową ilości i, t. j.

$$I = \int i \,.\, d\omega,$$

rozpostartą na wszystkie elementy $d\omega$ przekroju danego przewodnika, nazywamy (całkowitem) natężeniem prądu „przewodzonego“.

Niech będzie oś układu jednowymiarowego (fig.) równoległą od osi x_1; stosując powyższe określenie do nieskończenie małego prostokąta o bokach dx_2, dx_3, mamy:

$$i = \frac{1}{4\pi A}\ \text{przec.} \left(\frac{\partial H_2}{\partial x_3} - \frac{\partial H_3}{\partial x_2}\right),$$

a więc, według równania III:

$$i = \frac{1}{4\pi A}\ \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau'} \frac{\partial E_d}{\partial t}\, dt\,,$$

gdzie $t = \tau'$ jest chwilą, w której siła elektryczna E_d osiąga wartość największą i w której rozpoczyna się wyładowanie, trwające aż do chwili $t = \tau$. W okresie czasu od $t = \tau'$ do $t = \tau$ [podobnie jak od $t = m\tau + \tau'$ do $t = (m+1)\,\tau$, gdzie m jest równe 0, 1, 2, 3 i t. d.], t. j. podczas gdy ciągłość eteru jest zerwaną, siły elektryczne i magnetyczne wogóle nie istnieją, przeto mamy:

$$i = \frac{1}{4\pi A}\ \frac{1}{\tau}\ E_{d\,(\text{max.})}\,.$$

Lecz $E_{d\,(\text{max.})} = c^2 \,.\, E\,(1+s)$, gdzie c^2 jest ilością większą od jedności:

$$c^2 > 1.$$

Mamy przeto, rozumiejąc przez E siłę elektryczną zwykłej (ciągłej) teoryi:

$$i = \frac{c^2}{4\pi A}\ \frac{1+s}{\tau} E,$$

t. j. na podstawie twierdzenia **B.** wniosek następujący:

Wniosek IX. Gęstość prądu elektrycznego „przewodzonego“ (i), wprowadzoną przez określenie magnetyczne (Okr. I) możemy wyrazić za pomocą wzoru:

$$i = \frac{2c^2}{A} \,.\, \lambda E,$$

t. j. jako ilość proporcyonalną do t. zw. „przewodnictwa“ elektrycznego i siły elektrycznej.

Ponieważ $\frac{1}{4\pi} E_{d\,(\text{max.})} = \sigma_{\text{max.}}$ = maksymalnej gęstości t. zw. ładunku elektrycznego powierzchniowego, przeto możemy wzorowi dla natężenia prądu nadać też kształt następujący:

$$i = \frac{1}{A}\ \frac{\sigma_{\text{max.}}}{\tau}\,.$$

Wniosek X. Natężenie prądu „przewodzonego“, wprowadzone przez określenie magnetyczne (Okr. I) jest proporcyonalne do szybkości przeciętej znikania ładunku elektrycznego z powierzchni cząstek adielektrycznych, tworzących materyę grubszą.

Według tego więc ładunki elektryczne nie „płyną“ np. wzdłuż drutu, lecz znikają (przez wyładowanie) na tych samych miejscach (powierzchniach cząstek materyi grubszej), na których powstają. Rezultat przeciętny

jest jednakowoż ilościowo zupełnie analogicznym do odnośnego rezultatu dawniejszej teoryi, w której natężenie prądu określono jako „ilość elektryczności przepływającej przez przekrój przewodnika“ w ciągu jednostki czasu.

Interpretacyę wszelkich innych pojęć (pomocniczych lub mających na celu skrócone wysłowienie odnośnych twierdzeń) zwykłej teoryi, która w rachunkach przynajmniej zakłada ciągłość przestrzenną materyi grubszej, można drogą powyżej wskazaną wyprowadzić bez trudności z założeń zasadniczych i twierdzeń głównych wyłożonej tu teoryi molekularnej.

O PRAWIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA BŁĘDU.

PRZEZ

WŁ. GOSIEWSKIEGO.

Traktując ten sam przedmiot w r, 1894 [1]), zdołałem uniknąć drugiej hypotezy Gaussa, czyli tak zwanego prawa średniej arytmetycznej; nie mogłem się tam jednak ustrzedz hypotezy pierwszej, mianowicie założenia, że prawdopodobieństwo błędu jest funkcyą tylko błędu.

W pracy niniejszej odrzucam obie hypotezy Gaussa, a wychodzę natomiast z zasady ogólnej, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu, przy dostrzeganiu pewnej niewiadomej, zależy od tej niewiadomej i błędu; jest to oraz funkcya przerywana. Zadanie polega na tem, aby dobrać funkcyę ciągłą dwóch zmiennych, któraby w odpowiednich punktach ową funkcyę przerywaną odtwarzała. Ale wtedy zadanie jest nieoznaczonem; oznaczonem należy je dopiero uczynić przez wybór funkcyi, najlepiej celowi odpowiadającej. W tem właśnie wyborze pomienionej funkcyi leży cała trudność zadania. Ośmielam się mniemać, że trudność tę pokonałem szczęśliwie.

---

[1]) Prace mat.-fiz., t. V, „O metodzie najmniejszych kwadratów“ str. 103—117.