

Wzory analogiczne z wzorem (6) na p dla każdej pary typów połączeń tego samego pierwiastku, przyczem zmieniają się tylko współczynniki liczbowe. Wzór (6) dotyczy jedynie połączeń R_2O i RO .

Woda utleniona zawiera 94,1176% tlenu, woda zaś, $H_2=O$, zawiera go 88 $\frac{8}{9}$ %, a więc dla wodoru $a=5,2288$. Podstawiając tę wartość we wzór (6) znajdziemy na masę atomową wodoru dwa pierwiastki, a mianowicie

$$p_1 = 64,5 + 63,5 = 128,$$

$$i \quad p_2 = 64,5 - 63,5 = 1.$$

z których tylko $p_2=1$ odpowiada rzeczywistości.

Wyrażenie (6) na p i inne analogiczne stają się daleko prostszymi, jeżeli masę atomową tlenu przyjmiemy za jednostkę. W tym celu dość jest w równaniu (1) zamiast $16n$ podstawić n , wskutek czego otrzymamy

$$a = x_2 - x_1 = 100 \frac{p}{2p^2 + 3p + 1} \quad (5')$$

Stosując ten wzór do wody i wody utlenionej z równania

$$5,2288 = 100 \frac{p}{2p^2 + 3p + 1},$$

otrzymamy dwa pierwiastki:

$$p_1 = 7,9992, \text{ nieodpowiadający rzeczywistości,}$$

$$i \quad p_2 = 0,06396 = \left(\text{około } \frac{1}{16}\right) \text{ odpowiadający wodorowi.}$$

Przytoczone sposoby obliczania mas atomowych, wyprowadzone z równania (5), nie zawierają w sobie nic nowego, bo do wyprowadzenia ich służyły te same zasady, jakie są podstawą zwykłych obliczeń tego rodzaju. W pewnych jednak razach pozwalają one bardziej bezpośrednio stosować dane, otrzymane wprost z doświadczenia.

Najważniejszym zdaje się być ten fakt, że dobre dane analityczne powinny sprawdzać wszystkie równania, t. j. powinny dawać koniecznie wspólnie krzywych na fig. 2 i 3 oraz opisanych wyżej prostych.

Zbytecznym byłoby dodawać, że w zupełnie analogiczny sposób dają się obliczyć i nakreślić krzywe dla połączeń chloru, bromu, jodu i innych pierwiastków.

Warszawa, w grudniu 1893.

KILKA UWAG O WYZNACZANIU CZASU I SZEROKOŚCI GEOGRAFICZNEJ ZA POMOCĄ LUNETY PRZEJŚCIOWEJ.

PODAJ

J A N Z A L E S K I.

1.

Teoria lunety przejściowej została po raz pierwszy całkowicie i dokładnie opracowana przez Fryderyka Wilhelma Bessela ¹⁾. Później o tym samym przedmiocie pisali Hansen, Tobias Mayer, J. F. Encke, W. J. Struve ²⁾. Najlepiej uporządkowana i ułożona została ta teoria w podręcznikach Chauvenet'a („Spherical and practical Astronomy“) i Brünnow'a (szczególniej w tłumaczeniu francuskim „Traité de l'astronomie pratique“).

Prowadząc przez dłuższy przeciąg czasu spostrzeżenia za pomocą lunety przejściowej ustawionej w płaszczyźnie południka i w pierwszej płaszczy-

¹⁾ Ogólna teoria w artykule: „Ueber den allgemeinen Gebrauch des Passageninstruments“ (Astr. Nachr. 1828 r.). Szczegółowo o wyznaczeniu szerokości geograficznej: „Ueber die Bestimmung der Polhöhe“ (Astr. Nachr. Nr 49). Do tego dotyczyć należy powszechnie znaną pracę, dotyczącą się spostrzeżeń dokonywanych w południku.

²⁾ Ogólną teorią wyznaczenia czasu wyklada Hansen w rozprawie: „Auflösung der Aufgabe: aus zwei ausser den Meridian beobachteten Sternen die Zeit zu finden“ (Astr. Nachr. 1831 r.). Dalszy ciąg tej rozprawy drukowany w temże piśmie w roku 1858, gdzie podany jest bardzo ciekawy sposób rugowania niewiadomych z równań przestępnych, sposób, który może być stosowanym do wyznaczenia czasu ze spostrzeżeń, dokonywanych w płaszczyźnie gwiazdy biegunowej. Trzeba jeszcze tutaj wspomnieć astronoma Pul-kowskiego Döllena, który wydał dwie broszury, dotyczące tej ostatniej właśnie kwestyi w latach 1863 i 1874: „Die Zeitbestimmung mittelst des tragbaren Durchgangsinstruments im Verticale des Polarsterns“.

O wyznaczeniu szerokości geograficznej pisał Hansen (Astr. Nachr. NNr 126, 141, 142 i 143), Encke — „Bemerkungen über des Durchgangsinstrument von Ost nach West“, (Berliner astronomisches Jahrbuch für 1843), Struve („Notice sur l'instrument des passages“ i „Coefficient constant dans l'aberration des étoiles fixes“, 1843).

źnie wierzchołkowej i stosując przy obliczaniu spostrzeżeń rozmaite sposoby i metody podane w zaznaczonych powyżej działach, doszedłem do następujących wniosków:

1) Przy wyznaczaniu czasu, kiedy luneta jest ustawiona w południku, jeżeli mamy do czynienia z narzędziem przenośnym, którego azymut przy przekładaniu lunety w panewkach znacznej może uleść zmianie, przytem wielkość azymutu i kolimacyi nie są dostatecznie małe — co zwykle bywa, jeżeli spostrzeżenia dokonywują się podczas podróży, same zaś spostrzeżenia obejmują krótki przeciąg czasu — najdokładniejsze rezultaty otrzymamy, stosując do wyliczeń metodę najmniejszych kwadratów. Przedstawiam to poniżej w 2 i 3.

2) W niektórych wzorach służących do wyznaczenia szerokości geograficznej pomijany bywa wpływ azymutu i kolimacyi lunety, co prowadzi do rezultatów błędnych, jeżeli wielkość azymutu i kolimacyi nie są dostatecznie małe, 4, 5 i 6.

2.

Zwracam się do pierwszej z zaznaczonych powyżej kwestyj.

Dla przykładu zastosuję do obliczenia jednego ze spostrzeżeń dwa sposoby: jeden oparty na wzorach M a y e r a, drugi według metody najmniejszych kwadratów. Okazuje się, że w tym ostatnim wypadku błąd prawdopodobny rezultatu będzie mniejszy.

Dnia 8 października 1891 roku obserwowałem za pomocą małej przenośnej lunety przejściowej M e i e r s t e i n a następujące czasy przejść:

Gwiazdy	Położenie koła wierzchołkowego.	N I T K I							Wielkość średnia	Nachylenie osi
		III	II	I	0	I'	II'	III'		
η Aquarii	Zachód	10,4	23,8	39,5	51,7	3,3	20,0	34,2	22 ^h 28 ^m 51 ^s .69	-0,36
λ Aquarii	"	20,7	34,3	50,1	2,8	13,9	31,3	45,7	22 ^h 46 ^m 2 ^s .59	-0,35
α Pegasi	"	42,3	56,8	12,8	25,2	37,1	54,5	9,3	22 ^h 58 ^m 25 ^s .27	-0,30
κ Piscium	"	45,5	58,9	14,8	26,7	38,8	55,4	9,9	23 ^h 20 ^m 27 ^s .03	-0,41
γ Cephei	"	50,8	50,7	59,2	—	—	—	—	23 ^h 33 ^m 54 ^s .93	-0,39
	Wschód	38,3	38,7	29,8	—	—	—	—	23 ^h 33 ^m 30 ^s .79	-0,85
ω Piscium	"	25,1	11,8	56,5	43,8	31,9	15,1	60,9	23 ^h 52 ^m 43 ^s .75	-0,84
ι Ceti	"	36,1	22,7	6,9	54,3	42,5	25,6	11,0	0 ^h 12 ^m 54 ^s .32	-0,82
12 Ceti	"	11,8	58,1	42,4	29,9	18,1	1,7	46,9	0 ^h 23 ^m 29 ^s .99	-0,80

Odległość nitki bocznych od środkowej:

III	II	I	I'	II''	III'
41 ^h 44	27 ^h 94	13 ^h 39	11 ^h 69	28 ^h 45	42 ^h 72

Przypuszczalny ruch zegara na dobę = + 4^s (Zegar wiszący z wahadłem sekundowym, Gugenmus Nr 3).

Współrzędne gwiazd obserwowanych dla tego dnia były następujące:

	α	δ
η Aquarii	22 ^h 29 ^m 47 ^s .72	— 0° 40' 45"
λ Aquarii	22 ^h 46 ^m 58 ^s .20	— 8° 9' 35"
α Pegasi	22 ^h 59 ^m 22 ^s .26	+ 14° 36' 8"
κ Piscium	23 ^h 21 ^m 23 ^s .22	+ 0° 39' 32"
γ Cephei	23 ^h 34 ^m 57 ^s .38	+ 77° 1' 26"
ω Piscium	23 ^h 53 ^m 45 ^s .42	+ 6° 15' 35"
ι Ceti	0 ^h 13 ^m 55 ^s .16	— 9° 25' 42"
12 Ceti	0 ^h 24 ^m 31 ^s .26	— 4° 33' 35"

We wznoszeniu prostym uwzględniony wpływ aberacyi dziennej.

Ze spostrzeżeń γ Cephei znajduje się błąd kolimacyjny lunety na zasadzie wzoru

$$c = \frac{t' - t}{2} \cos \delta,$$

gdzie t' i t — czasy przejść gwiazdy przez środkową nitkę przy obu położeniach koła wierzchołkowego, przyczem wprowadzono w nie poprawkę z powodu nachylenia osi poziomej:

$$b = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$$

Otrzymujemy: $c = 11^{\text{h}}28 \cos \delta = 2^{\text{h}}53^{\text{s}}$. Kolimacja skierowana od prostopadłej do osi poziomej lunety w stronę koła wierzchołkowego.

Następnie obliczam azymut lunety według wzoru:

$$k = \frac{a_2 - \theta_2 - (a_1 - \theta_1)}{\cos \varphi \sin(\delta_1 - \delta_2)} \cos \delta_1 \cos \delta_2,$$

gdzie a_2 , δ_2 i θ_2 odpowiadają gwieździe równikowej; a_1 , δ_1 i θ_1 — biegunowej; symbol zaś θ oznacza czasy przejścia gwiazdy przez nitkę środkową, w które wprowadzono poprawkę z powodu nachylenia osi poziomej, błędu kolimacyjnego lunety i ruchu zegara.

Otrzymujemy następujące znaczenia:

Gwiazda	θ	$\alpha - \theta$	$\alpha_2 - \theta - (\alpha_1 - \theta_1)$ czyli $\alpha_2 - \theta_2 - 75^{\circ}31'$	Logarytm tej wielkości	lg k	k
η Aquarii	28 ^m 43 ^s 76	58 ^o 96	— 16 ^o 35	1,2135 _n	0,7877 _n	— 6 ^o 13
λ Aquarii	45 ^m 59 ^s 73	58 ^o 47	— 16 ^o 84	2263	7875	6,13
α Pegasi	58 ^m 22 ^s 30	59 ^o 96	— 15 ^o 35	1861	7884	6,14
k Piscium	20 ^m 24 ^s 21	59 ^o 01	— 16 ^o 30	2122	7887	6,15
γ Cephei	33 ^m 42 ^s 07	75 ^o 31	—	—	—	—
ω Piscium	52 ^m 45 ^s 76	59 ^o 66	— 15 ^o 65	1945	7809	6,04
i Ceti	12 ^m 56 ^s 61	58 ^o 55	— 16 ^o 76	2243	7833	6,07
12 Ceti	23 ^m 32 ^s 23	59 ^o 03	— 16 ^o 28	2117	7790	6,01

Stąd dostaniemy średnie arytmetyczne:

Koło wierzchołkowe, zachód: $k = -6^{\circ}138$;

Koło wierzchołkowe, wschód: $k' = -6^{\circ}040$.

Teraz już przystąpić możemy do obliczenia poprawki zegara, dołączając do otrzymanych powyżej wielkości $\alpha - \theta$ poprawkę z powodu azymutu lunety, mianowicie wyraz: $-k \sin(\varphi - \delta) \sec \delta$.

η Aquarii	63 ^o 86
γ Aquarii	63,86
α Pegasi	63,83
κ Piscium	63,82
ω Piscium	64,03
i Ceti	63,94
12 Ceti	64,10

Dla średniej arytmetycznej znajdziemy: $+63^{\circ}920$ z błędem prawdopodobnym $\pm 0^{\circ}027$.

Poprawka ta obliczona dla czasu 23^h 34^m.

3.

Zastosujemy teraz do tych samych spostrzeżeń metodę najmniejszych kwadratów. Dla każdej poszczególniej gwiazdy utworzymy równanie według wzoru (Bessel).

$$A k + C c + \Delta + D = 0.$$

$$\text{gdzie } D = T + \Delta \bar{T}_0 + \delta T (T - T_0) + B b - a,$$

$$A = \sin(\varphi - \delta) \sec \delta,$$

$$B = \cos(\varphi - \delta) \sec \delta,$$

$$C = \sec \delta,$$

$\Delta \bar{T}_0$ — przybliżona poprawka zegara, Δ — szukana poprawka zegara,
 $\delta T (T - T_0)$ poprawka z powodu ruchu zegara.

Obliczenia przedstawia tablica:

Nazwa gwiazdy	Koło wierzchołkowe na zachodzie					Koło wierzchołkowe na wschodzie				
	η Aquarii	λ Aquarii	α Pegasi	k Piscium	γ Cephei	γ Cephei	i Ceti	ω Piscium	12 Ceti	
$\varphi - \delta$	59 ^o 53'50"	60 ^o 22'40"	37 ^o 35'57"	51 ^o 33'33"	24 ^o 43'21"	61 ^o 39'27"	45 ^o 57'30"	61 ^o 39'27"	59 ^o 47'20"	
lg sec δ	0,0000	0,0044	0,0143	0,0000	0,6487	0,0026	0,0014	0,0059	0,0014	
lg cos ($\varphi - \delta$)	1,7805	1,6940	1,8939	1,7936	1,9580	1,8421	1,6765	1,6765	1,7386	
lg sin ($\varphi - \delta$)	1,9018	1,9392	1,7854	1,8939	1,6228	1,8565	1,9445	1,9445	1,9226	
lg cos ($\varphi - \delta$) sec $\delta = \lg B$	1,7805	1,6984	1,9132	1,7936	0,6067	1,8447	1,6824	1,6824	1,7399	
lg sin ($\varphi - \delta$) sec $\delta = \lg A$	1,9018	1,9436	1,7997	1,8939	0,2715	1,8592	1,9505	1,9505	1,9239	
A	0,798	0,878	0,631	0,783	1,869	0,723	0,892	0,892	0,839	
C	1,000	1,010	1,033	1,000	4,454	1,006	1,014	1,014	1,003	
Poprawka z powodu ruchu zegara	— 0 ^o 18	— 0 ^o 13	— 0 ^o 10	— 0 ^o 04	— 0 ^o 00	0 ^o 00	+	+	+	
Poprawka z powodu nachylenia osi B	— 0 ^o 22	— 0 ^o 17	— 0 ^o 25	— 0 ^o 25	— 1 ^o 58	— 3 ^o 44	— 0 ^o 59	— 0 ^o 39	— 0 ^o 44	
$T - \delta T (T - T_0) + B b - a$	— 56 ^o 43	— 55 ^o 01	— 57 ^o 54	— 56 ^o 48	— 64 ^o 03	— 86 ^o 59	— 63 ^o 21	— 61 ^o 12	— 61 ^o 67	
Przyjmując $\Delta \bar{T}_0 = +50$, obliczony dla D następujące znaczenia	— 6 ^o 43	— 5 ^o 01	— 7 ^o 54	— 6 ^o 48	— 14 ^o 03	— 36 ^o 59	— 12 ^o 21	— 11 ^o 12	— 11 ^o 67	

Dodać tutaj wypada, że za podniesiony uważa się zawsze koniec poziomej osi poziomej; azymut dodatni licząc od kierunku północy na wschód; kolimacya dodatnia, jeżeli skierowana na południe.

Zazwyczaj obserwują się przejścia danej gwiazdy we wschodniej i zachodniej częściach pierwszej płaszczyzny wierzchołkowej, wtedy wyrazy z azymutem k mają znaki różne, i dlatego w średnim rezultacie nie biorą się wcale pod uwagę. Otóż chodzi mi o zaznaczenie, że podobne uproszczenie stosować można tylko w tym wypadku, jeżeli narzędzie jest dokładnie ustawione i kolimacya lunety przedstawia wartość niewielką. W przeciwnym razie, a nawet choćby azymut był mały, lecz kolimacya dość znaczną (około $10''$ lub więcej), i luneta była przekładaną pomiędzy wschodem a zachodem przejściami gwiazdy, to wyrazy z azymutem przedstawiają pewną wartość, której zaniedbać w rachunkach nie możemy.

Dla przykładu przedstawię obliczenie jednego ze spostrzeżeń. Dnia 13 września 1892 roku obserwowałem następujące czasy przejść gwiazdy ψ Cygni, której współrzędne dla czasu mówienia: $\alpha = 19^h 52^m 51^s.95$, $\delta = 52^{\circ} 9' 22'' 51.1$.

Położenia nitki ruchomej mikrometru	Gwiazda na wschodzie Koło wierzchołkowe— północ	Gwiazda na zachodzie Koło wierzchołkowe— południe
5,00	$19^h 34^m 45^s.5$	$20^h 5^m 43^s$
5,25	$35^m 23^s$	$6^m 34^s.5$
5,50	$36^m 2^s.5$	$7^m 20^s$
5,75	$36^m 41^s.7$	$8^m 5^s.8$
6,00	$37^m 25^s$	$8^m 50^s.4$
Nitka środkowa lunety	$38^m 17^s.5$	$9^m 37^s$
6,50	$38^m 55^s.8$	$10^m 9^s.4$
6,75	$39^m 45^s.5$	$10^m 47^s.8$

$$\sin(\varphi - \delta) = 2 \sin^2 \frac{\tau}{2} \sin \varphi \cos \delta + \frac{\sin(c+f)}{\cos \delta \cos k} + \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos k} \cos(\varphi - \varphi') \cos z' - \operatorname{tg} k \sin z',$$

gdzie z' i φ' odpowiadają warunkom:

$$\sin \delta = \cos z' \sin \varphi'$$

$$\cos \tau \cos \delta = \cos z' \cos \varphi'$$

$$\sin \tau \cos \delta = \sin z'$$

) Dla objaśnienia dodaję, że spostrzeżenia dla oznaczenia szerokości geograficznej prowadziłem w punkcie, współrzędne którego względem środkowego punktu obserwa-

Nachylenie osi poziomej = $-11^{\circ} 42'$.

Poprawka zegara dla czasu mówienia gwiazdy = $+35^s 53$.

Azymut lunety: $k = +379^{\circ}$. (Znalezione ze spostrzeżeń dokonanych tej samej nocy nad gwiazdą α Tauri).

Wartość jednego obrotu śruby mikrometrycznej = $85^{\circ} 16'$.

Podziałka śruby mikrometrycznej odpowiadająca koincydencji nitki ruchomej ze środkową nitką lunety = $6,29$.

Obliczenia przedstawiają się jak następuje:

$$\lg \sin \varphi \cos \delta = \bar{1},68564$$

Nitki	Kąt godzinny τ	$\lg P$ 1)	P	$\sin \tau$		
Wschód	500	$17^m 29^s.9$	2,46448	291,38	0,0763	
	525	$16^m 52^s.4$	2,43288	270,94		736
	550	$16^m 12^s.9$	2,39833	250,22		707
	575	$15^m 33^s.7$	2,36262	230,47		679
	600	$14^m 50^s.4$	2,32139	209,60		647
	0	$13^m 57^s.9$	2,26863	185,62		609
	650	$13^m 19^s.6$	2,22799	169,06		574
	675	$12^m 29^s.9$	2,17227	148,69		545
Zachód	500	$13^m 27^s.6$	2,23664	172,44	0,0543	
	525	$14^m 19^s.1$	2,29032	195,13		624
	550	$15^m 4^s.6$	2,33513	216,34		657
	575	$15^m 50^s.4$	2,37801	238,79		690
	600	$16^m 35^s.0$	2,41783	261,72		723
	0	$17^m 21^s.6$	2,45757	286,79		759
	650	$17^m 54^s.1$	2,48424	304,96		780
	675	$18^m 32^s.4$	2,51465	327,08		808

$$\Sigma \sin \tau = -0,5260$$

$$\Sigma \sin \tau' = 0,5582$$

ryum: $\Delta \varphi = +0^{\circ} 60'$; $\Delta \lambda = +0^s 132$.

Spostrzeżenia dokonywałem za pomocą przenośnego narzędzia „Ertel und Sohn“, otwór obiektywu wynosił około 7 cm.; przy lunecie śruba mikrometryczna z nitką ruchomą.

W ciągu czterech miesięcy obserwowałem następujące gwiazdy:

- 1) ψ Cygni, współrzędne jej pomieszczone w kalendarzu Berlińskim.
- 2) $N 5305$ z katalogu Romberga. Wielkość 6,8. Współrzędne dla roku 1875,0: $\alpha = 22^h 53^m 45^s.75$ i $\delta = 51^{\circ} 59' 2'' 2$.
- 3) $N 874$ z katalogu Paryskiego. Wielkość 7,8. Współrzędne dla tegoż roku: $\alpha = 0^h 35^m 37^s.54$, $\delta = 51^{\circ} 39' 5'' 3$.
- 4) $N 597$ Romberg. Wielkość 6,5. $\alpha = 2^h 24^m 45^s.34$, $\delta = 51^{\circ} 45' 18'' 8$.
- 5) $N 698$ Romberg. Wielkość 5,7. $\alpha = 2^h 51^m 58^s.32$, $\delta = 51^{\circ} 10' 10'' 1$.

) Symbolem P oznaczam wyrażenie:

$$\frac{2 \sin^2 \frac{\tau}{2}}{\sin 1''} \sin \varphi \cos \delta.$$

Stąd znajdujemy, biorąc średnią arytmetyczną dla wartości P ,

$$\varphi = \delta + 234^{\circ}95'.$$

W to ostatnie równanie należy jeszcze wprowadzić poprawki z powodu nachylenia osi i azymutu lunety. Ten ostatni wyraz można przedstawić w postaci następującej:

$$K = -\frac{k \cos \delta}{2n} \{ \Sigma \sin \tau' + \Sigma \sin \tau \}$$

gdzie:

τ i τ' — kąty godzinne obserwowanej gwiazdy na wschodzie i na zachodzie;
 n — liczba spostrzeżeń.

Dla danego przykładu otrzymamy: $K = -379'' \cdot \cos \delta \cdot 0,0020 = -0^{\circ}47'$.
 Wielkości tej odrzucić nie możemy, ponieważ błąd prawdopodobny rezultatu wynosi zaledwie $0^{\circ}1'$.

5.

zupełnie analogiczną uwagę zrobić można co do tej formy wzorów Bessela w jakiej są one przedstawione w dziele Chauvenet'a.¹⁾ Dla sprowadzenia mianowicie na nitkę środkową czasów przejść gwiazdy przez nitki boczne służy wzór:

$$2 \sin \frac{F}{2} = \frac{\sin f}{\sin(\varphi - b) \cos \delta \sin \left(u - \frac{F}{2} \right)}, \quad (a)$$

w którym: f oznacza odległość kątową nitki bocznej od środkowej;

F — szukane sprowadzenie na nitkę środkową;

$2u$ — przeciąg czasu gwiazdowego pomiędzy wschodem a zachodem przejściami gwiazdy przez jedną i tę samą nitkę.

Dla obu tych momentów czasu możemy napisać odpowiednio równania:

$$\tau = T + \Delta T - a \quad \text{i} \quad \tau' = T' + \Delta T' - a$$

Będziemy przeto mieli

$$u = \frac{1}{2} (T' + \Delta T' - T - \Delta T)$$

Wprowadzając zaś symbol m na zasadzie:

$$m = \frac{1}{2} (T' + \Delta T' + T + \Delta T) - a \quad 1)$$

otrzymamy:

$$u = \tau' - m = m - \tau.$$

Następnie szerokość geograficzna oblicza się na zasadzie wzorów:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \cos m \sec u, \quad \varphi = \varphi' + b + c \frac{\sin \varphi'}{\sin \delta} \quad (b)$$

Otóż te wzory (a) i (b) stosować można tylko w tym razie, jeżeli nie przekładamy lunety w panewkach pomiędzy spostrzeżeniem wschodniem a zachodniem, a nawet i w tym ostatnim wypadku możliwem to będzie, pod warunkiem, żeby kolimacya lunety nie przewyższała $2''$. W przeciwnym razie używać należy dokładnych wzorów Bessela:

$$2 \sin \frac{F}{2} = \frac{\sin f}{\sin(\varphi - b) \cos \delta \sin \left(\tau - m - \frac{F}{2} \right)},$$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \cos m \sec(\tau - m)$$

Przykład liczebny posłużyć może jako dowód. Dnia 29 października 1892 r. obserwowałem następujące czasy przejść gwiazdy Nr 5305 z katalogu Romberga, której współrzędne dla czasu górowania: $\alpha = 22^{\circ}54^{\circ}31^{\circ}85'$, $\delta = 52^{\circ}4'55''15'$.

Nitki	Gwiazda na wschodzie Koło wierzch.—północ	Gwiazda na zachodzie Koło wierzch.—południe
6)	22 ^h 17 ^m 52 ^s	
5)	18 ^m 53 ^s	
4)	19 ^m 55 ^s	
3)	22 ^m 22 ^s	23 ^h 6 ^m 11 ^s 8
2)	23 ^m 33 ^s 7	8 ^m 2 ^s 7
1)	24 ^m 52 ^s 8	9 ^m 45 ^s 7
0)	27 ^m 47 ^s	12 ^m 52 ^s 5
1')	30 ^m 58 ^s 5	15 ^m 31 ^s 2
2')	32 ^m 46 ^s 5	16 ^m 44 ^s
3')	33 ^m 55 ^s 5	17 ^m 59 ^s 8
4')		20 ^m 17 ^s 5
5')		21 ^m 17 ^s 8
6')		22 ^m 20 ^s 4

¹⁾ m jest kątem godzinnym tego punktu, w którym przedłużenie osi poziomej lunety przecina kulę niebieską.

Nachylenie osi poziomej = + 4°05.

Poprawka zegara dla czasu górowania gwiazdy = + 4^m 56^s 26.

Ruch zegara na dobę = + 2^s 5.

Kolimacja lunety = 29'6, skierowana od prostopadłej do osi poziomej lunety w stronę tego końca osi, na którym niema koła wierzchołkowego.

Azymut = 21°2 (przeło $m = 21''2 \cos \varphi = 39''$) ¹⁾

Odległość nitki bocznych od środkowej:

6) 33° 53	6') 34° 49
5) 29° 62	5') 29° 27
4) 25° 58	4') 25° 39
3) 16° 78	3') 16° 64
2) 12° 70	2') 12° 35
1) 8° 55	1') 8° 29

Sprowadzając czasy przejść na nitkę środkową, otrzymamy dla wschodu: $T = 22^h 27^m 45^s 46$, dla zachodu: $T' = 23^h 12^m 52^s 03$. Stąd znajdziemy $u = 22^m 33^s 33$,

$$\lg \operatorname{tg} \delta = 0,1084716$$

$$\lg \operatorname{sec} u = 0,0021067$$

$$\lg \operatorname{tg} \varphi' = 0,1105783;$$

$$\varphi' = 52^\circ 12' 59'' 93$$

$$b = 4'' 05$$

$$\varphi = 52^\circ 13' 3'' 98 \quad 2)$$

Jeżeli teraz zamiast wyliczania u , znajdziemy $\tau - m$, to otrzymamy rezultat następujący:

Wschód: $\tau - m = 21^m 52^s 78$, $\operatorname{sec}(\tau - m) = 0,0019821$, $\operatorname{tg} \varphi_1 = 0,1104537$

Zachód: $\tau' - m = 23^m 13^s 87$, $\operatorname{sec}(\tau' - m) = 0,0022350$, $\operatorname{tg} \varphi_2 = 0,1107066$

$$\varphi_1 = 52^\circ 12' 31'' 29$$

$$\varphi_2 = 52^\circ 13' 29'' 45$$

Średnia arytmetyczna

$$\varphi' = 52^\circ 13' 0'' 37$$

$$b = 4'' 05$$

$$\varphi = 52^\circ 13' 4'' 42$$

¹⁾ Kolimacja i azymut obliczone ze spostrzeżeń dokonanych tej samej nocy nad gwiazdą Nr 597 z katalogu R o m b e r g a.

²⁾ Wpływ kolimacji zniesiony, ponieważ pomiędzy dwoma przejściami gwiazdy luneta została przełożona w panewkach.

Rezultat różniący się o 0''44 od poprzedniego, co właśnie chciałem przedstawić.

Jeżeli azymut lunety niewiadomy, to wtedy można rozwiązać zadanie, sprowadzając czasy przejść nie na nitkę środkową, lecz na oś kolimacji (linia idealna prostopadła do poziomej osi lunety). Dla naszego przykładu przyjmujemy, że oś kolimacji jest o 30'' oddalona od nitki środkowej. Otrzymamy wtedy wartości:

$$\text{dla wschodu: } T = 22^h 27^m 2^s 95,$$

$$\text{dla zachodu: } T' = 23^h 12^m 10^s 73,$$

$$\text{Stąd: } u = 22^m 33^s 93$$

$$\lg \operatorname{sec} u = 0,0021086$$

$$\lg \operatorname{tg} \varphi' = 0,1105802 \quad \varphi' = 52^\circ 13' 0'' 37$$

$$\varphi = 52^\circ 13' 4'' 42.$$

Rezultat nie różni się od poprzedniego.

6.

Ch a u v e n e t we wspomnianem powyżej dziele rozwiązując analogiczne zadanie, w przypuszczeniu, że odległości pomiędzy nitkami są niewiadome, używa wzorów:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \operatorname{sec} \vartheta \operatorname{sec} (P - P_0) \cos m,$$

$$\varphi = \varphi' + b,$$

w których: $p = \frac{T' + T}{2}$, $P_0 = \frac{T'_0 + T_0}{2}$; pierwsze równanie odpowiada nitce bocznej, drugie—środkowej.

$$\vartheta = \frac{T' - T}{2}$$

Tutaj również zauważyć należy, że wzory te stosować można w tym tylko razie, jeżeli kolimacja przedstawia wartość niewielką. Gdy warunek ten miejsca niema, wypada użyć dokładnego wzoru:

$$\operatorname{tg}(\varphi - b) = \operatorname{tg} \delta \operatorname{sec} \frac{\tau' - \tau}{2} \operatorname{sec} \left[\frac{\tau' + \tau}{2} - m \right] \cos m.$$

7.

Poniżej podaję rezultaty moich spostrzeżeń, dotyczące wyznaczenia szerokości geograficznej. Błąd prawdopodobny w wartości otrzymanej z poszczególnych obserwacji równa się 0"3.

Krótki przeciąg czasu, w którym prowadziłem spostrzeżenia (4 miesiące), nie pozwala na wyprowadzenie wniosku o zmienności szerokości geograficznej. Przytem trzeba zauważyć, że do badania tej kwestyi nie nadają się spostrzeżenia dokonywane za pomocą lunety przejściowej, bo każda oddzielna obserwacja wymaga długiego czasu (około jednej godziny, a nawet więcej), co uniemożliwia otrzymanie znacznej ilości doświadczeń. Ostatni zaś warunek jest koniecznym przy wnioskowaniu o zmianach szerokości geograficznej. Zwykle przeto dla wyznaczenia szerokości używają kątomiaru ogólnego, za pomocą którego mierzą odległości zenitalne gwiazd. Spostrzeżenia te dokonywają się znacznie prędzej, wymagają natomiast doskonałego narzędzia i ściśle oznaczonej poprawki chronometru. I tylko w razie, jeżeli te warunki zachowaniami być nie mogą, jak na przykład podczas podróży, dokonywają się spostrzeżenia za pomocą lunety przejściowej.

$$\varphi = 52^{\circ} 13'$$

	ψ Cygni	Nr 5305	Nr 874	Nr 597	Nr 698
Wrzesień	9	4"89			
	13	5"67	5"56		
	14	5"43			
	15	6"08			
	16	5"31	4"90		
	17	4"57	4"58		
	19	4,96	4"45		
	23		3"90		
	25		4"16	5"60	
	26		4"69	4"91	5"30
	28		5"12	5"48	6"52
Październik	2		5"07	6"36	5"51
	4			5"68	
	5		4"58	5"27	5"45
	9		4"34		
	14			5"32	4"94

	ψ Cygni	Nr 5305	Nr 874	Nr 597	Nr 698
Październik	19		4"07	5"13	
	20			5"76	4"92
	23				
	24		3"08		
	27		3"63	5"15	4"65
	29		4"42	5"55	4"95
	31			5"50	4"44
Listopad	1			5"58	
	25				5"92
	26				6"61
	28		6"32		
	30				6"09
Grudzień	20		5"56		6"16
	22				5"74
	23				4"16

Warszawa, w grudniu 1893 r.