

$$\text{lub } f(x, \omega + \gamma, \omega - \gamma) + (x - \omega) f'_1(x, \omega + \gamma, \omega - \gamma) \quad (\text{a}'_1)$$

$$f'(x, \omega + \gamma, \omega - \gamma) + (x - \omega)^{1/\mu} f'_1(x, \omega + \gamma, \omega - \gamma) \quad (\text{b}'_1)$$

Otrzymane każdym razem w ten sposób rozwinięcia są zbieżne w lemniskacie (c). Stąd mamy

Twierdzenie XV. Każdą funkcją analityczną jednoznaczną lub wieloznaczną możemy w otoczeniu dowolnego jej punktu ω szczególnego lub nie-szczębnego przedstawić przez rozwinięcia zbieżne w lemniskacie o środku ω i o rozpiętości dostatecznie małej.

PRZYCZYNEK DO RACHUNKÓW GRAFOCHEMICZNYCH.

NAPISAL

J. J. B O G U S K I.

E. Nickel w czasopiśmie Ostwald'a i Vant'Hoffa ¹⁾, w „Deutsche Chemiker Zeitung“ ²⁾ i w „Naturwissenschaftliche Wochenschrift“ ³⁾ dał układ grafochemiczny związków tlenowych. Zasady układu Nickel'a uwidocznia fig. 1, na której każdy tlenek danego pierwiastku jest przedstawiony w postaci punktu odniesionego do dwóch osi współrzędnych, z których jedna przedstawia masy atomowe pierwiastków (p), a druga — liczby atomów tlenu (n), odpowiadające jednemu atomowi pierwiastku w uważanym tlenku. Rzecz prosta, iż ze względu na dwuwartościowość tlenu, n może przyjmować wartości, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$ i t. d., zmieniające się *per saltum* o $\frac{1}{2}$.

W takim układzie wszystkie związki tlenowe jednego i tego samego pierwiastku mieszczą się na jednej prostej, równoległej do osi n , wszystkie zaś tlenki jednorodnego składu rozmaitych pierwiastków mieszczą się na jednej prostej, równoległej do osi p .

Najgodniejszą wszakże uwagi jest ta okoliczność, że poprowadziwszy przez początek współrzędnych sieć linii prostych, odniesionych do tych samych współrzędnych i czyniących zadość równaniom:

¹⁾ Tom XII, str. 663.

²⁾ Tom VIII, str. 25, 1893.

³⁾ Tom VI, str. 528, 1891.

$$\frac{p}{16n} = \frac{100 - x}{x}, \quad (1)$$

w których x przybiera kolejno wartości stałe 10, ... 15, ... 20, i t. d. aż do 100, otrzymamy proste, na których wszystkie punkty są miejscami geometrycznymi tlenków, posiadających jednakową procentową zawartość tlenu $x\%$. Dość więc jest zauważyć, na której z tych linii ukośnych leży punkt odpowiadający danemu tlenkowi, aby wiedzieć, jakim jest skład procentowy tego tlenku. Tak np. tlenek magnezu, MgO , leży na linii, dla której $x=40$, zawiera więc 40% tlenu.

Zarówno rozpatrywanie tablicy (fig. 1), jak i same zasady rozmieszczenia na niej połączeń tlenowych wykazują, że układ periodyczny pierwiastków znajduje w niej najobszerniejsze uwzględnienie, gdyż grupy połączeń, odpowiadające typom R_2O , RO , R_2O_3 , ... i t. d. znajdować się muszą koniecznie każda na jednej prostej, równoległej do n , co już jest ważnym z tego względu, iż unaoacza, że ilościowe stosunki łączących się pierwiastków stanowią najistotniejszą podstawę ich systematyki.

Rozpatrywanie cytowanych prac E. N i c k e l a doprowadziło mnie do przedstawienia tych samych stosunków w sposób nieco odmienny, zapewniający, jak sądzę, pewne korzyści pedagogiczne.

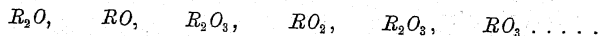
I tak, jeżeli przez x oznaczmy tak samo jak wyżej ilość tlenu w 100 częściach połączenia, przez n — liczbę atomów tlenu, odpowiadających jednemu atomowi pierwiastku, to równanie (1)

$$\frac{p}{16n} = \frac{100 - x}{x},$$

rozwiązane względem x przyjmie kształt

$$x = \frac{1600n}{p + 16n}. \quad (2)$$

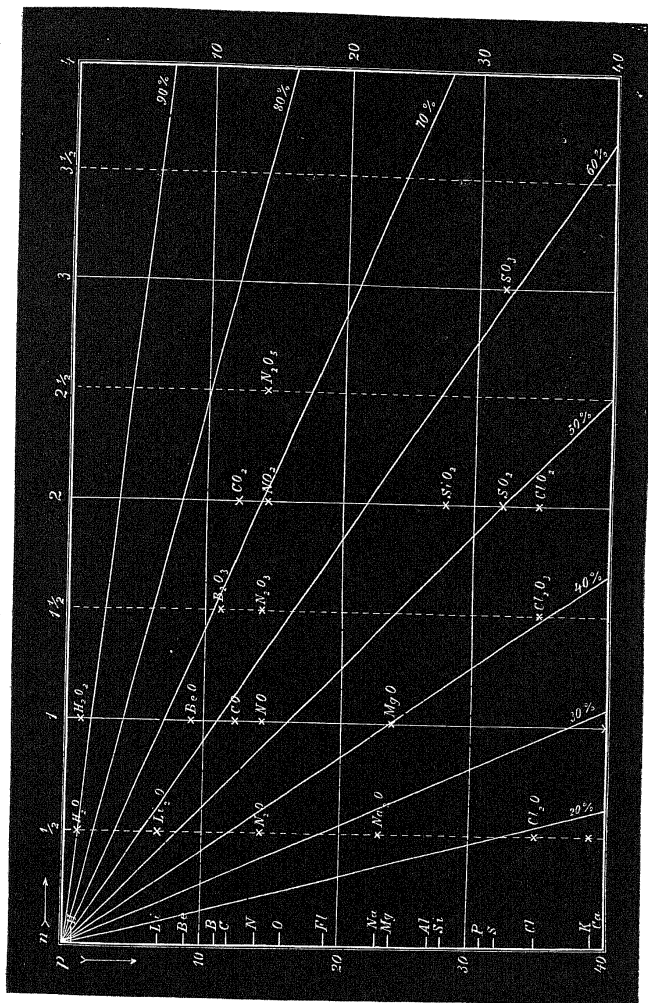
Ponieważ dla związków typów:



n zmienia się *per saltum* i odpowiednio przyjmuje wartości:

$$n = \frac{1}{2}, \quad 1, \quad 1\frac{1}{2}, \quad 2, \quad 2\frac{1}{2}, \quad 3, \dots$$

przeto równanie (2) dla każdego z tych typów przedstawia się inaczej, a mianowicie:



(Fig. 1).

$$\begin{aligned}
 \text{przy } n = 1/2 & \dots \dots \dots x = \frac{800}{p+8}, \\
 \text{" } n = 1 & \dots \dots \dots x = \frac{1600}{p+16}, \\
 \text{" } n = 1 1/2 & \dots \dots \dots x = \frac{2400}{p+24}, \\
 \text{" } n = 2 & \dots \dots \dots x = \frac{3200}{p+32}, \\
 \text{" } n = 2 1/2 & \dots \dots \dots x = \frac{4000}{p+40}, \\
 \text{" } n = 3 & \dots \dots \dots x = \frac{4800}{p+48}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Przyjawszy x za rzędną a p za odcięte, każde z tych równań możemy przedstawić w postaci krzywej ciągłej. Rzędne tych krzywych przedstawiają zawartości tlenu w 100 częściach tlenku tego pierwiastku, któremu dana rzędna odpowiada. Oczywiście, iż dopełnienie rzędnej x do 100, czyli $(100-x)$ jest zawartością procentową pierwiastku w danym tlenku.

Na tablicy (fig. 2) mamy krzywe, wykreślone z równań (3). Rozpatrywanie tych krzywych wykazuje:

1) Że każdy typ połączeń tlenowych (B_2O , RO , B_2O_3 ...) mieści się na jednej krzywej, co należy uważać za wyraz graficzny peryodycznego układu pierwiastków.

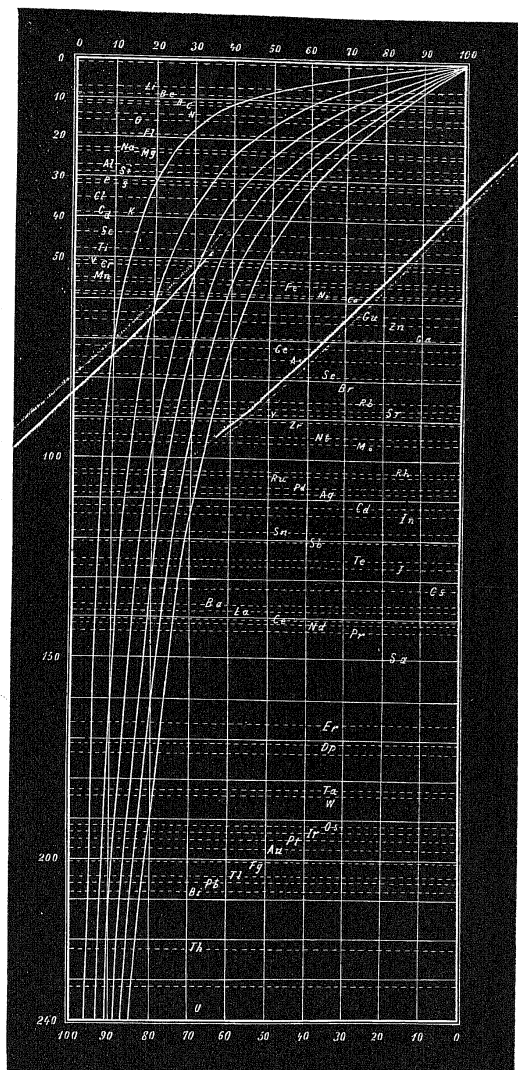
2) Że zawartość tlenu w połączeniach jednakowego typu zmienia się *per saltum*, a nie w sposób ciągły, jedynie tylko dla tego, że masy atomowe pierwiastków zmieniają się *per saltum*, sama bowiem funkcja, określająca procentową zawartość tlenu, jest ciągłą dla wszystkich dodatnich wartości p i przerywa się tylko przy przejściu p przez wartość 0, co nie odpowiada żadnemu wypadkowi rzeczywistemu.

3) Że wszystkie krzywe mają jeden punkt wspólny, odpowiadający rzędnej $p = 0$, co również żadnemu konkretnemu wypadkowi nie może odpowiadać.

4) Że tlenki pierwiastków, należących do jednej grupy w układzie peryodycznym, mieszczą się na jednej i tej samej krzywej.

5) Że rozmaite stopnie utlenienia jednego i tego samego pierwiastku mieszczą się na jednej rzędnej, ale na rozmaitych krzywych, co można uważać za wyraz graficzny prawa stosunków wielokrotnych, wedle którego zawartość tlenu w rozmaitych tlenkach jednego i tego samego pierwiastku musi się zmieniać *per saltum*.

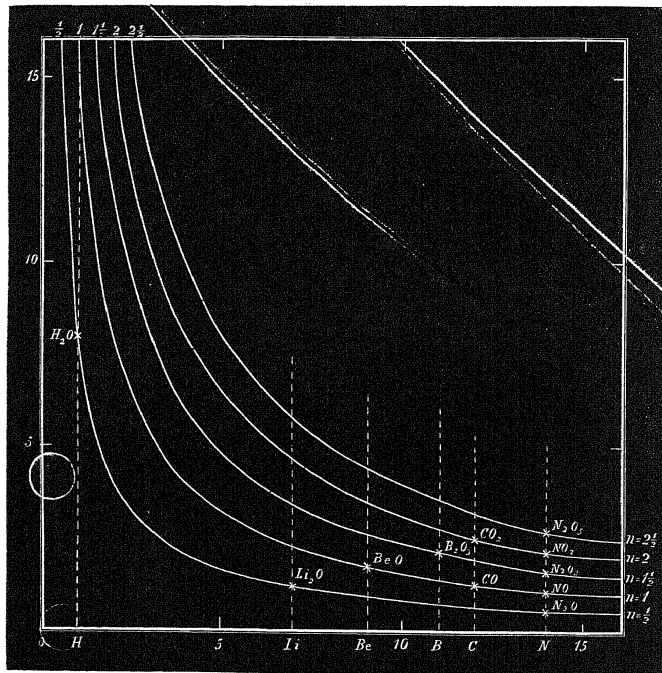
6) Na załączonej tablicy skalę rzędnych można wypisać w dwóch kierunkach. W kierunku wstępnym ku górze otrzymamy wartości x , t. j. odset-



(Fig. 2).

kową zawartość tlenu w danym związku; w kierunku zaś zstępnym znajdują się wartości $(100-x)$ t. j. odsetkowe zawartości pierwiastku w tymże związku.

Jeżeli zechcemy przedstawić graficznie już nie procentową zawartość tlenu w danym związku, ale poprostu stosunek u pomiędzy ilością tlenu i pierwiastku, lub też odwrotność v tego stosunku ($v = \frac{1}{u} = \frac{p}{16n}$), to w pierwszym razie otrzymamy szereg hyperbol równobocznych, odniesionych do asym-



(Fig. 3).

ptot, w drugim zaś — szereg prostych, przechodzących przez początek i rozmianie nachylonych do osi mas atomowych. Hyperbole te są wykresłone na fig. 3 dla $n = 1/2, 1, 1 1/2 \dots$. Rozpatrywanie tej tablicy wskazuje, że układ peryodyczny pierwiastków uwidocznia się na niej tak samo, jak na figurach 1-ej i 2-ej, lecz Daltonowskie prawo stosunków wielokrotnych na tej 3-ej fig. wyraża się nierównie lepiej. Istotnie z samej natury wykresłonych

hyperbol wynika to, co figura unaocznia, że rzędne dla jednego i tego samego pierwiastku lecz dla różnych hyperbol są poprostu wielokrotnościami rzędnej pierwszej hyperboli, wyrażającej się równaniem $up = 8$.

Co się tyczy układu prostych, których rzędne wyrażają stosunek v ilości pierwiastku do ilości tlenu w danym związku, — to wszystkie te proste przechodzą przez początek współrzędnych, a styczne kątów, jakie tworzą z osią p , wyrażają się odwrotnościami wielokrotności połowy masy atomowej tlenu:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{8m}$$

gdzie $m = 1, 2, \dots$. Tak się rzecz przedstawia, jeżeli masa atomowa wodoru jest przyjęta za jednostkę. Przyjąwszy zaś za jednostkę masę atomową tlenu, na styczne powyższych kątów otrzymamy wprost szereg wartości

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{2}{1}, \quad \frac{2}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{4}, \quad \frac{2}{5}, \dots$$

$$\alpha' = 63^{\circ}26'5'',81, \quad 45^{\circ}, \quad 33^{\circ}41'25'',79, \quad 26^{\circ}33'54'',18, \quad 21^{\circ}48'5'',07, \dots$$

Rzędne prostych, nakresłonych pod powyższemi kątami, wyrażać będą nie tylko stosunki masowe w związkach tlenowych, ale i we wszelkich innych, byleby tylko masę atomową pierwiastku, którego związki badamy, przyjętą za jednostkę, albo, co na jedno wyjdzie, byleby skala rzędnych była tyle razy większą od skali odciętych, ile razy masa atomowa danego pierwiastku jest większą od masy atomowej tlenu.

W wielu razach przejście od wyższego do niższego stopnia utlenienia eksperymentalnie dokonywa się bardzo łatwo. Proste ogrzanie do pewnej określonej temperatury takich związków, jak kwas chromny lub dwutlenek manganu, wystarcza do przeprowadzenia ich w tlennik chromu lub tlenotlenik manganu. Otóż zdarzyć się może, że reakcja zachodzi w sposób nadający się do ilościowych oznaczeń, a w takim razie różnicę $x_2 - x_1$, albo ogólniej $x_2 - x$, można oznaczyć wprost doświadczalnie. Przypuśćmy, że różnica ta jest znana i wynosi a . W takim razie na zasadzie równania (4) mamy:

$$a = 100 \cdot \frac{8p}{p^2 + 24p + 8 \times 16} \quad (5)$$

a stąd można oznaczyć p :

$$p = - \left(12 - \frac{400}{a} \right) \pm \sqrt{\left(12 - \frac{400}{a} \right)^2 - 8 \times 16} \quad (6)$$

Wzory analogiczne z wzorem (6) na p dla każdej pary typów połączeń tego samego pierwiastku, przyczem zmieniają się tylko współczynniki liczbowe. Wzór (6) dotyczy jedynie połączeń R_2O i RO .

Woda utleniona zawiera 94,1176% tlenu, woda zaś, $H_2=O$, zawiera go 88 $\frac{2}{3}$ %, a więc dla wodoru $a = 5,2288$. Podstawiając tę wartość we wzór (6) znajdziemy na masę atomową wodoru dwa pierwiastki, a mianowicie

$$p_1 = 64,5 + 63,5 = 128,$$

$$i \quad p_2 = 64,5 - 63,5 = 1.$$

z których tylko $p_2 = 1$ odpowiada rzeczywistości.

Wyrażenie (6) na p i inne analogiczne stają się daleko prostszymi, jeżeli masę atomową tlenu przyjmiemy za jednostkę. W tym celu dość jest w równaniu (1) zamiast $16n$ podstawić n , wskutek czego otrzymamy

$$a = x_2 - x_1 = 100 \frac{p}{2p^2 + 3p + 1} \quad (5')$$

Stosując ten wzór do wody i wody utlenionej z równania

$$5,2288 = 100 \frac{p}{2p^2 + 3p + 1},$$

otrzymamy dwa pierwiastki:

$$p_1 = 7,9992, \text{ nieodpowiadający rzeczywistości,}$$

$$i \quad p_2 = 0,06396 = \left(\text{około } \frac{1}{16}\right) \text{ odpowiadający wodorowi.}$$

Przytoczone sposoby obliczania mas atomowych, wyprowadzone z równania (5), nie zawierają w sobie nic nowego, bo do wyprowadzenia ich służyły te same zasady, jakie są podstawą zwykłych obliczeń tego rodzaju. W pewnych jednak razach pozwalają one bardziej bezpośrednio stosować dane, otrzymane wprost z doświadczenia.

Najważniejszym zdaje się być ten fakt, że dobre dane analityczne powinny sprawdzać wszystkie równania, t. j. powinny dawać koniecznie wspólnie krzywych na fig. 2 i 3 oraz opisanych wyżej prostych.

Zbytecznym byłoby dodawać, że w zupełnie analogiczny sposób dają się obliczyć i nakreślić krzywe dla połączeń chloru, bromu, jodu i innych pierwiastków.

Warszawa, w grudniu 1893.

KILKA UWAG O WYZNACZANIU CZASU I SZEROKOŚCI GEOGRAFICZNEJ ZA POMOCĄ LUNETY PRZEJŚCIOWEJ.

PODAJ

J A N Z A L E S K I.

1.

Teoria lunety przejściowej została po raz pierwszy całkowicie i dokładnie opracowana przez Fryderyka Wilhelma Bessela ¹⁾. Później o tym samym przedmiocie pisali Hansen, Tobias Mayer, J. F. Encke, W. J. Struve ²⁾. Najlepiej uporządkowana i ułożona została ta teoria w podręcznikach Chauvenet'a („Spherical and practical Astronomy“) i Brünnow'a (szczególniej w tłumaczeniu francuskim „Traité de l'astronomie pratique“).

Prowadząc przez dłuższy przeciąg czasu spozstrzeżenia za pomocą lunety przejściowej ustawionej w płaszczyźnie południka i w pierwszej płaszczy-

¹⁾ Ogólna teoria w artykule: „Ueber den allgemeinen Gebrauch des Passageninstruments“ (Astr. Nachr. 1828 r.). Szczegółowo o wyznaczeniu szerokości geograficznej: „Ueber die Bestimmung der Polhöhe“ (Astr. Nachr. Nr 49). Do tego dotyczyć należy powszechnie znaną pracę, dotyczącą się spozstrzeżeń dokonywanych w południku.

²⁾ Ogólną teorią wyznaczenia czasu wyklada Hansen w rozprawie: „Auflösung der Aufgabe: aus zwei ausser den Meridian beobachteten Sternen die Zeit zu finden“ (Astr. Nachr. 1831 r.). Dalszy ciąg tej rozprawy drukowany w temże piśmie w roku 1858, gdzie podany jest bardzo ciekawy sposób rugowania niewiadomych z równań przestępnych, sposób, który może być stosowanym do wyznaczenia czasu ze spozstrzeżeń, dokonywanych w płaszczyźnie gwiazdy biegunowej. Trzeba jeszcze tutaj wspomnieć astronoma Pul-kowskiego Döllena, który wydał dwie broszury, dotyczące tej ostatniej właśnie kwestyi w latach 1863 i 1874: „Die Zeitbestimmung mittelst des tragbaren Durchgangsinstruments im Verticale des Polarsterns“.

O wyznaczeniu szerokości geograficznej pisał Hansen (Astr. Nachr. NNr 126, 141, 142 i 143), Encke — „Bemerkungen über des Durchgangsinstrument von Ost nach West“, (Berliner astronomisches Jahrbuch für 1843), Struve („Notice sur l'instrument des passages“ i „Coefficient constant dans l'aberration des étoiles fixes“, 1843).