

gęstość jest wszędzie równa gęstości na powierzchni ziemi; tymczasem gęstość atmosfery szybko zmniejsza się w miarę zwiększania się odległości od ziemi.

Prócz pierwszej potęgi prędkości rozpatrywaliśmy także kwadrat jej, albowiem, jak wiadomo, przy zwykłym nierównym ruchu płynów, jak mawiają Anglicy „krętym“ (*sinoous*), opór płynów jest proporcjonalny nie do pierwszej, lecz raczej do drugiej potęgi prędkości.

Odesa, w styczniu r. 1893.

## O WAHANIACH ELEKTRYCZNYCH W WIBRATORZE WTÓRNYM.

NAPISAŁ

WIKTOR BIERNACKI.

1. Weźmy pod uwagę dwa obwody elektryczne; przypuśćmy, że tylko w pierwszym z nich działała przez krótki przeciąg czasu pewna siła elektromotoryczna, lecz w chwili  $t = 0$  przestała działać. Równania, które wyrażają przybliżony obraz zjawisk występujących w tych obwodach, można przedstawić w następującej postaci:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + a_1 \frac{d\varphi_1}{dt} + b_1 \varphi_1 + c_1 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} &= 0, \\ \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + a_2 \frac{d\varphi_2}{dt} + b_2 \varphi_2 + c_2 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

gdzie  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  oznaczają różnice potencjałów w pewnych dwóch punktach każdego obwodu; obwody te będziemy nazywali „wibratorami“, mianowicie wibratorem „pierwotnym“ lub „głównym“ i wibratorem „wtórnym“. Znaczenie współczynników  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2$  i  $c_2$  jest następujące:

$$a_1 = \frac{R_1}{L_1}; \quad b_1 = \frac{1}{L_1 C_1}; \quad c_1 = \frac{M}{L_1}$$

$$a_2 = \frac{R_2}{L_2}; \quad b_2 = \frac{1}{L_2 C_2}; \quad c_2 = \frac{M}{L_2}, \quad \text{gdzie}$$

$R_1$  — oznacza opór pierwszego obwodu;

$R_2$  — oznacza opór drugiego obwodu;

$L_1$  — jest współczynnikiem samoindukcji pierwszego obwodu;

$L_2$  — jest współczynnikiem samoindukcji drugiego obwodu;

$C_1$  — oznacza pojemność (elektrojemność) wprowadzoną w pierwszy obwód;

$C_2$  — oznacza pojemność (elektrojemność) wprowadzoną w drugi obwód;

$M$  — współczynnik wzajemnej indukcji obu obwodów <sup>1)</sup>.

Przypuśćmy, że  $C_1 = C_2$ , co ułatwi znacznie rozwiązanie zadanych równań.

2. Chcemy powiedzieć kilka słów o tych równaniach. Właściwie mówiąc, nie dają one zupełnego obrazu interesujących nas zjawisk; to mogłoby być, gdyby wahania elektryczne były tak powolne, że możnaby było uważać stan elektryczny każdego elementu długości i poprzecznego przecięcia obwodu w daną chwilę za jednakowy. A żeby otrzymać dokładny obraz ruchu elektrycznego w naszych wibratorach, należy zatem  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  uważać za funkcje zależne nie tylko od czasu  $t$ , lecz i od innej jeszcze zmiennej, określającej miejsce na wibratorze; a więc należałoby zamiast podanych równań o pochodnych zupełnych rozważać odpowiednie równania o pochodnych cząstkowych. Prócz tego, według teorii Maxwella, pojemność i samopotentencjał (współczynnik samoindukcji) są pojęciami dokładnie określonymi jedynie tylko dla stanów elektrycznych statecznych. Można, zapewne, posługiwać się temi pojęciami i przy rozważaniu względnie wolno zmiennych procesów elektrycznych; lecz granica, której nie należy przekraczać, nie jest jeszcze wiadoma. Jednakże wyniki otrzymane na zasadzie równań (I) zgodne są z doświadczeniami w dziedzinie szybkich wahań Hertza, których teoria jest jeszcze niepełna. Właściwie wszystko to, co wiemy obecnie o tych zjawiskach, jest pierwszym tylko przybliżeniem <sup>2)</sup>.

3. Powróćmy do powyższych równań; rugując z nich  $\varphi_1$ , otrzymamy równanie różniczkowe liniowe 4-go rzędu zredukowane o współczynników stałych, zawierające jedną tylko niewiadomą funkcją  $\varphi_2$ :

$$d^4 \varphi_2 + \frac{a_1 + a_2}{1 - c_1 c_2} \cdot \frac{d^3 \varphi_2}{dt^3} + \frac{b_1 + b_2 + a_1 a_2}{1 - c_1 c_2} \cdot \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{1 - c_1 c_2} \cdot \frac{d \varphi_2}{dt} + \frac{b_1 b_2}{1 - c_1 c_2} \varphi_2 = 0 \quad (\text{II})$$

Po rozwiązaniu tego równania, otrzymamy  $\varphi_1$  podług wzoru:

$$\varphi_1 = \frac{a_1(c_1 c_2 - 1)}{b_1^2 c_2} \cdot \frac{d^3 \varphi_2}{dt^3} - \frac{a_1(a_1 + a_2) + b_1(c_1 c_2 - 1)}{b_1^2 c_2} \cdot \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - \frac{a_1^2 a_2 + a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_1^2 c_2} \cdot \frac{d \varphi_2}{dt} + \frac{b_1 b_2 - a_1^2 b_2}{b_1^2 c_2} \varphi_2. \quad (\text{II}')$$

Znajdźmy całkę ogólną równania (II). Podstawienie  $\varphi_2 = e^{rt}$  czyni zadość temu równaniu różniczkowemu, jeżeli przez  $r$  będziemy rozumieli pierwiastek równania:

$$r^4 + \frac{a_1 + a_2}{1 - c_1 c_2} r^3 + \frac{b_1 + b_2 + a_1 a_2}{1 - c_1 c_2} r^2 + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{1 - c_1 c_2} r + \frac{b_1 b_2}{1 - c_1 c_2} = 0 \quad (\text{III})$$

Rozwiązanie tego ostatniego równania w postaci, w jakiej jest napisane, doprowadziłoby do tak zawiłych wzorów dla  $\varphi_2$  i  $\varphi_1$ , że trudno byłoby dopatrzyć się w nich znaczenia fizycznego. Lecz możemy uprościć to równanie, na zasadzie uwagi, że  $c_1 c_2$  jest wielkością bardzo małą <sup>1)</sup>. Jeżeli więc zaniedbamy ten iloczyn w porównaniu do jedności, to możemy przedstawić równanie (III) w następującej nadzwyczaj dogodnej postaci:

$$(r^2 + a_1 r + b_1)(r^2 + a_2 r + b_2) = 0.$$

Teraz jest łatwo otrzymać 4 pierwiastki tego równania:

$$r_1 = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1}}{2}; \quad r_2 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4b_1}}{2}$$

$$r_3 = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4b_2}}{2}; \quad r_4 = \frac{-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4b_2}}{2}$$

<sup>1)</sup> Boltzmann. Vorlesungen über Maxwell's Theorie. I. Leipzig, 1891, str. 34.

<sup>2)</sup> Boltzmann i. c. Poincaré Electricité et optique II. Paris 1891, str. 250. V. Bjerknes. Wied. Abh. 44—1891 str. 81. R. Colley. Wied. Abh. 44—1891, str. 110.

<sup>1)</sup> Rzeczywiście  $c_1 c_2 = M^2 / L_1 L_2$ . Patrz Colley, i. c. str. 114; Helmholtz, Ges. Abh., I, str. 463.

Całką ogólną równania (II') będzie:

$$\varphi_2 = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + C_3 e^{r_3 t} + C_4 e^{r_4 t},$$

gdzie  $C_1, C_2, C_3$  i  $C_4$  są stałymi dowolnymi.

4. Przypuśćmy, że dla pierwotnego (głównego) wibratora stałe zachowane jest warunek  $a_1^2 < 4b_1$ . Wtedy dwa pierwiastki  $r_1$  i  $r_2$  będą ilościami urojonymi sprzężonymi i całkę ogólną  $\varphi_2$  można będzie przedstawić w postaci:

$$\varphi_2 = A e^{-\frac{a_1}{2} t} \cos \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b_1 - a_1^2} + \gamma_1 \right) + C_3 e^{r_3 t} + C_4 e^{r_4 t},$$

gdzie  $A$  i  $\gamma_1$  są stałymi dowolnymi. Co się tyczy wibratora wtórnego, uważać będziemy dwa następujące przypadki:

$$1) a_2^2 < 4b_2$$

$$2) a_2^2 > 4b_2.$$

5. **Przypadek 1.** Jeżeli  $a_2^2 < 4b_2$ , wówczas i dwa pozostałe pierwiastki  $r_3$  i  $r_4$  będą ilościami urojonymi i możemy  $\varphi_2$  przedstawić w postaci:

$$\varphi_2 = A e^{-\frac{a_2}{2} t} \cos \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b_1 - a_1^2} + \gamma_1 \right) + B e^{-\frac{a_2}{2} t} \cos \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b_2 - a_2^2} + \gamma_2 \right)$$

poczem, ze wzoru (II''), przyjmując również  $c_1 c_2 = 0$ , otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & A \frac{a_1(a_2 b_1 - a_1 b_2) + b_1 b_2 - b_1^2}{b_1^2 c_2} e^{-\frac{a_1}{2} t} \cos \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b_1 - a_1^2} + \gamma_1 \right) \\ & + A \frac{(a_1 b_2 - a_2 b_1) \sqrt{4b_1 - a_1^2}}{2b_1^2 c_2} e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b_1 - a_1^2} + \gamma_1 \right). \end{aligned}$$

Stałe dowolne  $A, B, \gamma_1$  i  $\gamma_2$  znajdziemy na zasadzie tego, że przy  $t=0$ :

$$\varphi_1 = \Phi_0; \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = 0$$

$$\varphi_2 = 0; \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = 0$$

Uwzględniając te warunki, otrzymujemy dla określenia stałych dowolnych cztery następujące równania:

$$\begin{cases} [a_1(a_2 b_1 - a_1 b_2) + 2(b_1 b_2 - b_1^2)] A \cos \gamma_1 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \sqrt{4b_1 - a_1^2} A \sin \gamma_1 = \Phi_0 \cdot 2b_1^2 c_2, \\ [a_1(b_1 + b_2) - 2a_2] A \cos \gamma_1 + (b_1 - b_2) \sqrt{4b_1 - a_1^2} A \sin \gamma_1 = 0, \\ A \cos \gamma_1 + B \cos \gamma_2 = 0, \\ a_1 A \cos \gamma_1 + \sqrt{4b_1 - a_1^2} A \sin \gamma_1 + a_2 B \cos \gamma_2 + \sqrt{4b_2 - a_2^2} B \sin \gamma_2 = 0. \end{cases}$$

Jeżeli założymy dla naszych wibratorów prócz  $C_1 = C_2 = C$ , jeszcze  $L_1 = L_2 = L$ , a więc  $b_1 = b_2 = b$  i  $c_1 = c_2 = c$ , tedy cztery napisane równania dadzą:

$$A = \frac{2 \Phi_0 b c}{(a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_1^2}}; \quad B = - \frac{2 \Phi_0 b c}{(a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_2^2}},$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\pi}{2},$$

a więc otrzymamy:

$$\varphi_1 = \frac{\Phi_0 a_1}{\sqrt{4b - a_1^2}} e^{-\frac{a_1 t}{2}} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} + \Phi_0 e^{-\frac{a_2 t}{2}} \cos \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2}, \quad (IV')$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 = & - \frac{2 \Phi_0 b c}{(a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_1^2}} e^{-\frac{a_1 t}{2}} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} \\ & + \frac{2 \Phi_0 b c}{(a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_2^2}} e^{-\frac{a_2 t}{2}} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_2^2} \end{aligned} \quad (IV'')$$

6. Wzór na  $\varphi_2$  składa się z dwóch wyrazów, z których pierwszy zależy od własności pierwotnego (głównego) wibratora, drugi—od własności wtórnego. Zauważył to pierwszy Bjerknes i na zasadzie tego wytlomaczył zjawisko zwane „oddźwiękiem“ (resonancją) wielokrotnym wahań elektrycznych<sup>1)</sup>. Należy zwrócić uwagę na to, że otrzymany wzór na  $\varphi_1$  (IV') jest zupełnie niezależny od własności wtórnego wibratora.

<sup>1)</sup> Bjerknes Wied. Annalen, tom 44, 1891, str. 92.

7. Weźmy pod uwagę wzór (IV''). Przypuśćmy, że będziemy zmieniali opór, wprowadzony we wtórny wibrator. Ponieważ  $a_2 = \frac{R_2}{L}$ , będą się więc zmieniały jednocześnie  $a_2$  i wartości  $\varphi_2$ ; wreszcie przy  $a_2 = a_1$ , otrzymujemy na  $\varphi_2$  wyrażenie nieoznaczone  $\infty - \infty$ . Być może, że dokładniejsze zbudowanie równań ruchu elektrycznego w wibratorach doprowadziłoby do zupełnego wytłumaczenia zjawiska, jakie opisujemy niżej pod nazwą „interferencji dwóch wahań we wtórnym wibratorze“; jednakże wzór na  $\varphi_2$  i w takiej postaci, w jakiej otrzymaliśmy go, prowadzi przybliżenie do tego zjawiska.

Położmy  $a_2 = a_1 + \Delta a$ ; możemy napisać

$$\varphi_2 = -2 \Phi_0 bc \cdot \frac{e^{-\frac{a_1 + \Delta a}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - (a_1 + \Delta a)^2}}{\Delta a} - \frac{e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2}}{\sqrt{4b - a_1^2}},$$

a więc wartość  $\varphi_2$  przy  $a_1 = a_2$ , lub  $\Delta a = 0$ :

$$\varphi_2^0 = -2 \Phi_0 bc \cdot \frac{\partial}{\partial a} \left[ \frac{e^{-\frac{a}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a^2}}{\sqrt{4b - a^2}} \right]_{a=a_1}$$

czyli

$$\varphi_2^0 = \Phi_0 bc \left\{ t \left[ \frac{e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2}}{\sqrt{4b - a_1^2}} - \frac{ae^{-\frac{a_1}{2} t} \cos \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2}}{4b - a_1^2} \right] - \frac{2a_1 e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2}}{(4b - a_1^2)^{3/2}} \right\}.$$

Dwa pierwsze wyrazy otrzymanego wzoru zawierają czynnik  $t$ . Czynnik ten jest bardzo mały. Rzeczywiście,  $t$  może się zmieniać w granicach, zawartych pomiędzy 0 i pewną największością, która jest mniejsza znacznie niż przebieg czasu pomiędzy zamknięciem i otwarciem głównego prądu cewki indukcyjnej <sup>1)</sup> lub, dokładniej powiedziawszy, — pomiędzy jedną i następną

<sup>1)</sup> Przypuszczamy, że kulki pierwotnego wibratora są połączone z biegunami cewki indukcyjnej (jak u Hertza).

iskrą między kulkami pierwotnego (głównego) wibratora <sup>1)</sup>. Największość ta jest tem mniejsza, im większy opór przedstawia wtórny wibrator. Co się tyczy trzeciego wyrazu we wzorze na  $\varphi_2^0$ , to posiada on w mianowniku bardzo znaczną wielkość; rzeczywiście, okres wahnięcia, równy  $\frac{2\pi}{\sqrt{4b - a_1^2}}$  jest wielkością bardzo małą, równą zaledwie kilku stumilionowym częściom sekundy, a więc  $(4b - a_1^2)^{3/2}$  jest wielkością bardzo dużą. Wszystkie więc trzy wyrazy w otrzymanym wzorze na  $\varphi_2^0$  są bardzo małe, przy wszelkich możliwych wartościach  $t$ , a więc i  $\varphi_2^0$  dosięga tylko bardzo małych wartości, co oznacza, że przy  $a_2 = a_1$ , wahania we wtórnym wibratorze są nader słabe.

8. **Przypadek II.** Dla wtórnego wibratora  $a_2^2 > 4b$ . W tym razie pierwiastki  $r_3$  i  $r_4$  są ilościami rzeczywistymi i zupełne rozwiązania zadanych równań, jeżeli założymy, jak poprzednio  $b_1 = b_2 = b$ ,  $c_1 = c_2 = c$ , można przedstawić w postaci:

$$\varphi_1 = A \frac{a_1(a_2 - a_1)}{2b_1c} e^{-\frac{a_1}{2} t} \cos \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} + \gamma_1 \right) + A \frac{(a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_1^2}}{2b_1c} e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} + \gamma_1 \right)$$

$$\varphi_2 = Ae^{-\frac{a_1}{2} t} \cos \left( \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} + \gamma_1 \right) + e^{-\frac{a_2}{2} t} \left[ C_3 e^{-\frac{t}{2} \sqrt{a_2^2 - 4b}} + C_4 e^{-\frac{t}{2} \sqrt{a_2^2 - 4b}} \right]$$

Jeżeli dla  $t = 0$  przyjmiemy te same warunki, jak poprzednio, otrzymamy 4 równania:

$$\begin{cases} a_1(a_2 - a_1) A \cos \gamma_1 + (a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_1^2} \cdot A \sin \gamma_1 = 2 \Phi_0 bc \\ 2(a_1 b - a_2) A \cos \gamma_1 = 0 \\ A \cos \gamma_1 + C_3 + C_4 = 0 \\ -\frac{a_1}{2} A \cos \gamma_1 - \frac{1}{2} \sqrt{4b - a_1^2} \cdot A \sin \gamma_1 + C_3 \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4b}}{2} + C_4 \frac{-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4b}}{2} = 0, \end{cases}$$

które dają:

<sup>1)</sup> Bjercknes. Wied. Annalen Bd. 44, 1891, str. 74—91. Ueber die Dämpfung schneller electrischer Schwingungen.

$$A = \frac{2 \Phi_0 bc}{(a_1 - a_2) \sqrt{4b - a_1^2}}; \quad \gamma_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$C_3 = + \frac{\Phi_0 bc}{(a_1 - a_2) \sqrt{a_2^2 - 4b}}; \quad C_4 = - \frac{\Phi_0 bc}{(a_1 - a_2) \sqrt{a_2^2 - 4b}}$$

otrzymujemy więc

$$\left\{ \varphi_1 = \frac{\Phi_0 a_1}{\sqrt{4b - a_1^2}} e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} + \Phi_0 e^{-\frac{a_1}{2} t} \cos \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} \text{ (jak poprzednio)} \quad (V)$$

$$\left\{ \varphi_2 = \frac{2\Phi_0 bc}{(a_2 - a_1) \sqrt{4b - a_1^2}} e^{-\frac{a_1}{2} t} \sin \frac{t}{2} \sqrt{4b - a_1^2} - \frac{2\Phi_0 bc}{(a_2 - a_1) \sqrt{a_1^2 - 4b}} e^{-\frac{a_1}{2} t} \cdot \left[ \frac{e^{\frac{t}{2} \sqrt{a_2^2 - 4b}} - e^{-\frac{t}{2} \sqrt{a_2^2 - 4b}}}{2} \right] \quad (V'')$$

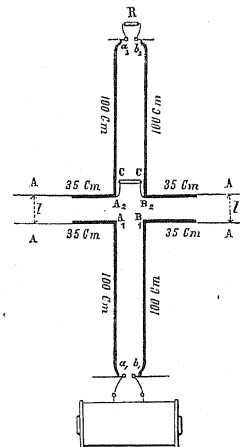
Jeden z wyrazów otrzymanego wzoru dla  $\varphi_2$  jest peryodyczny, drugi aperyodyczny, stale zmniejszający się. Znak tego aperyodycznego wyrazu jest przeciwny znakowi  $\Phi_0$ .

9. W obu wypadkach otrzymaliśmy na  $\varphi_1$  wzór niezależny zupełnie od własności wtórnego wibratora i od zjawisk w nim zachodzących. Możemy więc powiedzieć, że nasze założenie  $c_1 c_2 = 0$  jest równoważne przypuszczeniu, że wahanie we wtórnym wibratorze nie wpływa na wahania w pierwotnym. Ta okoliczność może posłużyć jako fizyczne, że się tak wyrazimy, określenie przybliżenia otrzymanych wyników.

### Doświadczenia.

10. W poprzednich rozumowaniach przypuszczaliśmy, że współczynniki samoindukcji i pojemności (elektrojemności) obu wibratorów są jednakowe. W tym razie wibratory nasze są w „resonancji“ i zjawiska występują najwyraźniej<sup>1)</sup>. Ażeby w swych doświadczeniach pozostać w zgodzie z tem przypuszczeniem, urządziłem dwa zupełnie jednakowe wibratory następujących wymiarów i kształtów. Na końcach drutów mosiężnych (długość każdego

wynosiła 150 cm., grubość 0,44 cm.), przymocowałem cynkowe kwadratowe blachy A—A—A—A wielkości 40 × 40 cm. Na przeciwnym końcu każdego drutu umieściłem mosiężną kulkę  $a_1 - b_1$ ,  $a_2 - b_2$ ; każdą parę kulek, w każdym wibratorze można było zsuwać i rozsuwać. Rysunek wskazuje ogólny kształt wibratorów. Kulki  $a_1 - b_1$  pierwotnego wibratora były połączone drutami z biegunami dużej cewki indukcyjnej z ręciowym przerywaczem. Pomiędzy kulki  $a_2 - b_2$  wtórnego wibratora można było wprowadzać rozmaite opory R. Odległość l pomiędzy blachami wibratorów wynosiła w mych doświadczeniach przeciętnie 6—10 cm.



11. Samoindukcja pierwotnego wibratora składa się z samoindukcji samego wibratora i z samoindukcji cewki indukcyjnej. Poincaré<sup>1)</sup> dowiódł jednak, że samoindukcji cewki można nie brać pod uwagę, dla tego właśnie, że jest bardzo znaczna w porównaniu z samoindukcją wibratora. Druty, łączące pierwotny wibrator z cewką i wtórny z oporami i z rurką Geisler'a, brałem jak najkrótsze, ażeby uniknąć niejednakowego powiększenia przez nie samoindukcji obu obwodów. Dla tej samej przyczyny wprowadzałem we wtórny wibrator opory płynne, mianowicie roztwory  $Cu SO_4$ , różnej koncentracji, poczynawszy od nasyconego, a skończywszy na czystej wodzie, w szklanych rurkach, o przeciętnej długości równiej 10 cm., i przeciętnej średnicy równiej 1 cm., z miedzianymi elektrodami.

<sup>1)</sup> W i e d. Ann., tom 31, 1887, str. 421—448.

<sup>1)</sup> Electricité et Optique, str. 160.

Wartości tych oporów, określone za pomocą metody Kohrauscha, wynosiły przy 11°C:

Rurka № 1 . . . . .	75,5	ohmów
" " 2 . . . . .	115	"
" " 3 . . . . .	200	"
" " 4 . . . . .	334	"
" " 5 . . . . .	763	"
" " 6 . . . . .	1607	"
" " 7 . . . . .	3340	"
" " 8 . . . . .	8420	"
" " 9 . . . . .	48700	"

12. Wątpić należy, aby te opory zachowywały swe wartości przy szybkich wahaniach elektrycznych. Badania Lenarda <sup>1)</sup> i Zahna <sup>2)</sup> nad bizmutem, pokazały, że opór jego mniejszy jest dla prądów zmiennych, jakie daje cewka indukcyjna, niż dla prądu o stałym kierunku. Z drugiej strony Lodge <sup>3)</sup> i Hertz <sup>4)</sup> wykazali, że prądy tak szybko zmienne, jakie mają miejsce przy wahaniami elektrycznych, zachodzą tylko, zgodnie z teorią Poyntinga, w bardzo cienkiej zewnętrznej warstwie przewodnika, a więc nawet grube druty naszych wibratorów mogą przedstawiać pewien dość znaczny opór. Dla tych powodów podane powyżej wartości używanych przezemnie oporów posiadają właściwie bardzo względne znaczenie; możemy jedynie tylko przypuszczać, że i dla wahań elektrycznych opory nasze co do wielkości, można ustawić w tej samej kolei, w jakiej ustawiliśmy je na zasadzie ich wartości, otrzymanych dla prądów cewki indukcyjnej.

13. Dla badania procesów, zachodzących we wtórnym wibratorze, posługiwałem się rurką Geisslera CC, której elektrody łączyłem drutami z punktami  $A_2 - B_2$  wtórnego wibratora. Na mocy długiego szeregu doświadczeń przekonałem się, że rurka Geisslera nie zmienia wcale pojemności ani samoindukcji wibratora, i że dwa miejsca obwodu, połączone za pomocą rurki Geisslera, zachowują się względem siebie, jak gdyby były połączone zupełnym nieprzewodnikiem. Doświadczenia te robiłem z przyrządem,

<sup>1)</sup> Wied. Ann. tom 39—1890, str. 619.

<sup>2)</sup> Wied. Ann., tom 42—1891, str. 351.

<sup>3)</sup> Phil. Mag., tom 26—1888, str. 217.

<sup>4)</sup> Wied. Ann., tom 37—1889, str. 395.

k którym posługiwałem się w mych poprzednich badaniach nad interferencją fal elektrycznych, przebiegających po drutach <sup>1)</sup>, za pomocą metody Lechera. Jeżeli równoległe druty, po których przebiegają fale elektryczne połączymy pomiędzy sobą za pomocą, tak zwanego, mostu <sup>2)</sup>, wtedy rurka Geisslera, położona na końcach tych drutów, gaśnie. Można jednak znaleźć takie miejsca na drutach, znajdujące się w obu drutach na jednakowych odległościach od początku, tak zwane „węzły“, że rurka nie przestaje świecić, chociaż będą połączone mostem. Przypuśćmy teraz, że jakimkolwiek sposobem powiększamy samoindukcję lub pojemność tych części drutów, które znajdują się pomiędzy początkiem drutów i mostem <sup>3)</sup>, lub też pomiędzy mostem i rurką. Wówczas światło rurki słabnie i ażeby otrzymać znowu największość światła, należy most przesunąć po drutach w tę lub inną stronę. Nic podobnego jednak nie daje się zauważyć, jeżeli wprowadzimy pomiędzy nasze druty rurkę Geisslera; węzeł pozostaje na tem samym miejscu. Jeżeli będziemy posługiwali się badaną rurką jako mostem, wtedy nie daje się zauważyć żadna zmiana światła w rurce znajdującej się na końcach drutów, gdziekolwiek wprowadzamy pomiędzy druty badaną rurkę; a więc jeżeli dwa miejsca równoległych drutów połączymy ze sobą za pomocą rurki Geisslera, zjawisko zachodzi zupełnie tak samo, jak gdyby druty wcale nie były połączone <sup>4)</sup>.

14. Ze wszystkich rurek jakie miałem do rozporządzenia, najbardziej odpowiednią dla moich badań była rurka Crookesa, z boczną rurką, zawierającą wodan potasu; jedna z tych, jakie używane bywają dla wykazania zależności światła w rurce od gęstości wypełniającej ją materii. Rurka ta, przy przepuszczeniu przez nią prądów cewki indukcyjnej, fluoryzowała w pięknej zielonej barwie dokoła odjemnej elektrody. Tą właśnie fluorescencją posługiwałem się dla sądzenia o zjawiskach, zachodzących we wtórnym wibratorze.

Po tych wstępnych uwagach przystępuję do opisu mych doświadczeń z wibratorami.

15. Zsuwam kulki wtórnego wibratora tak, ażeby się dotykały wzajemnie, lub też rozsuwam je tak, ażeby pomiędzy nimi mogły przeskakiwać niewielkie iskry i puszczam w ruch cewkę. Rurka fluoryzuje jednakowo silnie dokoła obu elektrod, i zmiana kierunku głównego prądu cewki indukcyjnej nie wpływa zupełnie na światło w rurce. Mamy więc w tym razie do

<sup>1)</sup> P. Ziloff. Archives de sc. phys. et naturel. Genève III, t. 27—1892, str. 536.

<sup>2)</sup> Takim mostem może być, po prostu, kawałek drutu.

<sup>3)</sup> Przypuszczamy, że most łączy węzły.

<sup>4)</sup> Zauważyli to również John i Heerwagen, Wied. Ann. 43—1891, str. 347.

czynienia bezwątpienia z wahaniami elektrycznymi we wtórnym wibratorze; to samo wykazuje nam wzór (IV''), który otrzymaliśmy w przypuszczeniu, że opór wtórnego wibratora jest nieznaczny.

16. Rozsuwam kulki wtórnego wibratora tak daleko, ażeby pomiędzy nimi nie mogły przeskakiwać iskry. W tym razie rurka fluoryzuje znacznie mocniej dokoła jednej elektrody, niż dokoła drugiej. Można dobrać długość iskry pomiędzy kulkami pierwotnego wibratora, lub odległość pomiędzy blachami obu wibratorów tak, żeby rurka fluoryzowała tylko dokoła jednej elektrody. Przy zmianie kierunku głównego prądu cewki, fluorescencya przechodzi na drugą elektrodę. W tym razie zachodzi więc we wtórnym wibratorze, prócz wahań elektrycznych <sup>1)</sup>, jeszcze inny ruch nie wahadłowy; to samo daje nam wzór (V''), który ma miejsce, gdy opór wtórnego wibratora jest znaczny. Znak wyrazu aperyodycznego w tym wzorze zmienia się jednocześnie ze znakiem  $\Phi_0$ , a więc jednocześnie ze zmianą głównego prądu cewki; prócz tego znak ten jest przeciwny, niż znak  $\Phi_0$ . Doświadczenie potwierdza to. Jeżeli mianowicie połączymy elektrody rurki raz z punktami  $A_2 - B_2$  wtórnego wibratora, drugi raz z punktami  $A_1 - B_1$  pierwotnego wibratora (przyczem jedną elektrodę łączymy raz z  $A_2$  drugi raz z  $A_1$ , - drugą - raz z  $B_2$ , drugi raz z  $B_1$ ), to w obu tych razach rurka fluoryzuje dokoła przeciwnych elektrod.

17. Rozsuwam kulki wtórnego wibratora tak daleko, ażeby pomiędzy nimi nie mogły przeskakiwać iskry i wprowadzam pomiędzy nie płynne opory, o których mówiłem powyżej. Przy wprowadzeniu po kolei oporów №№ 1, 2 i 3—światło w rurce coraz bardziej słabnie; fluorescencya występuje na obu elektrodach prawie jednakowo silnie. Mówię „prawie“, gdyż daje się zauważyć pewna zmiana światła w rurce przy zmianie kierunku głównego prądu cewki indukcyjnej, co daje się łatwo wytłomaczyć znacznem zmniejszaniem się (decrement) logarytmu amplitudy wahań, z powodu dość dużego oporu. Zresztą przy wprowadzeniu oporu № 3 fluorescencya nie daje się już zauważyć na żadnej elektrodzie. Wreszcie przy wprowadzeniu oporów №№ 4 i 5 rurka gaśnie zupełnie. Przy wprowadzeniu jeszcze większych oporów №№ 6, 7, 8 i 9 światło w rurce stopniowo wzmaga się, tak, że przy wprowadzeniu oporu № 9 rurka świeci już tak samo silnie, jak w doświadczeniu, opisanem w poprzednim paragrafie. Teraz, z powodu znacznego oporu we wtórnym wibratorze, mamy do czynienia, jak i tam, z ruchem elektrycznym, wyrażonym przez wzór (V''), i rurka fluoryzuje, w zależności od kierunku głównego prądu cewki, dokoła jednej lub drugiej elektrody. Zjawisko gaśnięcia rurki przy pewnym oporze we wtórnym wibratorze pozwalam sobie na-

<sup>1)</sup> Że w tym razie zachodzą również i wahaniami elektryczne widać z tego, że rurka fluoryzuje cokolwiek i dokoła drugiej elektrody.

zwać „interferencyą dwóch wahań we wtórnym wibratorze“; zjawisko to stanowi, jak przypuszczam, dowód bezpośredni istnienia tych dwóch wahań, które służyły Bjerkneso wi do wytłomaczenia, tak zwaney wielokrotnej rezonancyi.

18. Według naszej teoryi przybliżoney interferencya powinna zachodzić przy  $a_1 = a_2$ , t. j. przy wprowadzeniu we wtórny nasz wibrator oporu, równego oporowi iskry w pierwotnym wibratorze <sup>1)</sup>. Opór iskry o długości kilku milimetrów wynosi, według badań Heydweillera <sup>2)</sup> nie więcej niż 100 ohmów. W mych doświadczeniach musiałem posługiwać się dość silną, a więc długą iskrą pomiędzy kulkami pierwotnego wibratora, ażeby otrzymać dość wyraźną fluorescencyą. W większości mych doświadczeń długość iskry wynosiła 7—9 mm.; opór takiej iskry nie powinien przenosić 200 ohmów. Tymczasem interferencya zachodziła w mych doświadczeniach przy wprowadzeniu oporu równego 300—800 ohmów. Wskazuje to więc z jednej strony przybliżoną jedynie dokładność teoryi, z drugiej, być może, słuszność naszych wyżej wyłożonych uwag co do zmiany wartości oporu przy przejściu od prądów stałych do szybkich wahań Hertza. Poważam się sądzić, że bardziej doskonała metoda badania, np. za pomocą kwadransowego elektrometru, pozwoli dokładniej poznać to zjawisko i doprowadzi do ciekawych wniosków w tój dziedzinie.

19. Widzieliśmy poprzednio (9), że założenie  $c_1 c_2 = 0$  prowadzi do wniosku, że stan elektryczny pierwotnego wibratora jest niezależny od procesów, zachodzących we wtórnym wibratorze. Proste doświadczenie wskazuje, że tak nie jest. Róbnym spostrzeżeniem nad iskrą pomiędzy kulkami pierwotnego wibratora raz przy rozsuniętych zupełnie kulkami wtórnego wibratora tak, ażeby iskra nie mogła przeskakiwać, drugi raz przy zsuniętych tak, ażeby się dotykały wzajemnie. W drugim wypadku blask iskry jest znacznie większy i trzask mocniejszy; prócz tego iskra bardziej zaśrodkowuje się w jedną linią prostą. Zapewne dokładne badanie matematyczne wykaże we wzorze dla  $\varphi_1$  obecność jednego lub kilku wyrazów zależnych od  $a_2$ , jak myśmy otrzymali wyrazy zależne od  $a_1$  we wzorze dla  $\varphi_2$ .

Warszawa, w lutym 1893 r.  
Pracownia fizyczna Uniwersytetu Warszawskiego.

<sup>1)</sup> Opuszczamy opory drutów wibratorów.

<sup>2)</sup> Wied. Ann., tom 43, 1891, str. 341.