rzone mikrofotometrem termoelektrycznym Schilta, wykonanym w 1930 r. przez firmę W. C. 't Hart w Rotterdamie.

Podane niżej wielkości gwiazd porównania wyprowadzono z pomiarów specjalnej kliszy, uzyskanej 9 lutego 1931 r. przy użyciu siatki dyfrakcyjnej przed objektywem:

*	B. D.	mg
a	$+16^{0}2150$	8·87
b	$+16^{0}2146$	9·17
c	$+16^{0}2139$	10·07

W tablicy podano planetocentryczne momenty środka każdej ekspozycji oraz odpowiadające im wielkości Erosa. Na wykresie umieszczono punkty, będące średnią arytmetyczną z dwóch kolejnych obserwacyj. Moment wtórnego minimum, uzyskany metodą graficzną, wypadł:

J. D. 2426354·^{d}4318 czas śr. planetoc. astr. w Greenwich.

Porównanie z elementami R. Müllera (A. N. 5768) daje różnicę O — C = —0^{d}·0010. We wtórnem maximum jasność Erosa wynosiła 9^{m}·32.

Sur l'unicité des solutions des équations aux dérivées partielles du premier ordre

(O jedyności całek równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego)

par

A. Rosenblatt

1. Dans une Note des Comptes Rendus [1]) j'ai démontré le théorème suivant: „L'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial z}{\partial x} = \varphi\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

dans laquelle φ est continu dans le rectangle R

$$(R) \qquad 0 \leqq x \leqq a, \qquad |y| \leqq b$$

et pour z, $\frac{\partial z}{\partial y}$ quelconques possède au plus une intégrale $z = f(x, y)$ continue à dérivées continues dans le trapèze T

$$(T) \qquad 0 \leqq x = \alpha = \min\left(a, \frac{b}{M}\right), \qquad |y| \leqq b - Mx,$$

et s'annullant sur l'axe des y entre $-b$ et $+b$, pourvu que la condition suivante soit remplie:

$$(3) \qquad \varphi\left(x, y, z_2, \frac{\partial z_2}{\partial y}\right) - \varphi\left(x, y, z_1, \frac{\partial z_1}{\partial y}\right) = X_1(x,y)(z_2 - z_1) + X_2(x,y)\left(\frac{\partial z_2}{\partial y} - \frac{\partial z_1}{\partial y}\right),$$

où z_1, z_2 sont deux fonctions quelconques continues à dérivées continues, et où l'on a

$$(3) \qquad |X_2| = M, \qquad X_2 \text{ continu dans } R,$$

[1]) Sur l'unicité des solutions des équations aux dérivées partielles du premier ordre. 13/10 1930.

$$(4) \qquad |X_1| \leqq \frac{1}{x}\left[1+\frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right], \qquad \varepsilon > 0$$

pour $x > 0$, X_1 continu pour $x > 0$, fini pour $x = 0^u$.

Cette condition est en particulier remplie si φ possède dans T des dérivées continues par rapport à z et à $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. Le théorème qui précède peut être remplacé par le théorème suivant plus avantageux :

Théorème: „L'équation (1) possède au plus une solution remplissant les conditions du n⁰ 1, pourvu que l'inégalité suivante soit remplie dans T pour $x > 0$:

$$(5) \qquad \left|\varphi\left(x, y, z_2, \frac{\partial z_2}{\partial y}\right) - \varphi\left(x, y, z_1, \frac{\partial z_1}{\partial y}\right)\right|$$

$$\leqq \frac{1}{x}\left[1+\frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right]|z_2 - z_1| + M\left|\frac{\partial z_2}{\partial y} - \frac{\partial z_1}{\partial y}\right|^u.$$

Pour démontrer ce théorème on n'a qu'à suivre le raisonnement de M. A Haar[1]) en l'appliquant à la fonction

$$(6) \qquad U(x, y) = \frac{z}{x} e^{-\frac{m}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha}}},$$

$$m > 0, \quad \alpha > 0, \quad x > 0, \quad z = z_2 - z_1,$$

$$U(0, y) = 0; \qquad -b \leqq y \leqq b.$$

Cette fonction est continue le long de l'axe des y. En effet, on a $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ entre $-b$ et $+b$, donc en un point $A(0, y_0)$, $-b < y_0 < b$ on a

$$\frac{z(x, y) - z(0, y_0)}{x} = \frac{z(x, y) - z(0. y)}{x} = \frac{\partial z}{\partial x}(\theta x, y), \qquad 0 < \theta < 1.$$

Donc on a

$$(7) \qquad \lim_{P \to A} U = 0.$$

[1]) Sur l'unicité des solutions des équations aux dérivées partielles. C. R. 2/7 1928. Über Eindeutigkeit und Analyzität der Lösungen partieller Differentialgleichungen. Atti del Congresso internazionale dei matematici, Bologna 1928. T. III. Zur Charakteristikentheorie. Acta litterarum Reg. Univ. Hung. Franc. Joseph. Szeged. 1928. T. IV.

Aux points $y = \pm b$ on a de même la relation (7), $\frac{\partial z}{\partial x}$ y est défini comme limite.

Donc U est continu dans le trapèze T fermé. Il s'en suit, que si U n'est pas identiquement nul il atteint son maximum positif ou son minimum négatif en un point $P_0(x_0, y_0)$ $x_0 > 0$ du trapèze. Supposons $U_0 > 0$. En ce point on a:

$$(8) \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} M \geqq 0, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} M \geqq 0.$$

On a

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{z_x}{x} e^{-\frac{m}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha}}} - \frac{z}{x^2}\left[e^{-\frac{m}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha}}} + e^{-\frac{m}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha}}} \cdot \frac{m\alpha}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha+1}}\right],$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{z_y}{x} e^{-\frac{m}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha}}}.$$

Donc on a au point P_1:

$$(9) \qquad \frac{x}{z}\left[1 + \frac{m\alpha}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\alpha}}\right] \leqq z_x \pm M z_y,$$

$$z_x = \frac{\partial z}{\partial x}, \qquad z_y = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

En choisissant convenablement le signe on parvient donc à l'inégalité

$$(10) \qquad \frac{x}{z}\left[\frac{m\alpha}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\alpha}}\right] \leqq \frac{z}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right]$$

qui démontre notre théorème, pourvu que l'on ait les inégalités

$$\alpha < \varepsilon, \qquad m\alpha > 1.$$