

The Variable Star AK Herculis

BD + 16°3130

(Gwiazda zmienna AK Herculis = BD + 16°3130)

by

J. Wasiutyński

1. The variability of this star was discovered in 1917 by J. H. Metcalf¹⁾ at Harvard College Observatory and its provisional designation was given 33.1917 Herculis. The first observations were made in 1921 by M. Esch²⁾ and in 1923 by F. C. Jordan³⁾ (photographically). Esch found the variability of this star to be not regular enough, and therefore it was not possible to rank it to β Lyrae-type. He deduced its period $P = 0^d.210760$ and its visual range from $8^m.2$ to $8^m.9$ ⁴⁾. On the contrary, Jordan established a light-curve of β Lyr-type and a period twice as great. Jordan's provisional elements, based upon the epoch of Esch, are:

$$(1) \quad \text{Min.} = \text{JD } 2422977.254 + 0^d.421519. E$$

and the extreme photographic magnitudes $8^m.28$, $8^m.90$, $8^m.72$. Esch supposed the possibility of a small secondary minimum during the maximal light, while Jordan found the maximal brightness to be constant during the time of about $0^d.05$.

W. W. Morgan⁵⁾ found by the method of visual estimates a good agreement with Jordan's elements and stated the two minima to be of about

¹⁾ A. N. 207, 215. ²⁾ B. Z. 1922, N. 22.

³⁾ A. N. 219, 403. ⁴⁾ B. Z. 1924, N. 3.

⁵⁾ Pop. Astr. 35, 547.

the same depth. He found a range from $8^m.16$ to $8^m.71$. The β Lyr-type of the light variation and Jordan's period were confirmed afterwards by K. Kordylewski¹⁾ (visual estimates), B. Šternberk²⁾ (observations with a wedge-photometer) and H. Schneller³⁾ (estimates on photographic plates). Schneller, like Jordan, found two minima of unequal depth, namely the extreme magnitudes to be $8^m.1$, $8^m.7$, $8^m.5$.

D. B. McLaughlin⁴⁾ deduced from observations with a Zöllner-photometer the elements:

$$(2) \quad \text{Min} = \text{JD } 2422935.948 + 0^d.42152207$$

using an epoch given by Esch⁵⁾. He ranked the variable to the W Ursae maioris-type.

The first light-curve of AK Herculis, based upon precise photographic observations, was published by F. C. Jordan⁶⁾. It is definitely of β Lyr-type, as was showed already by the earlier Jordan's observations. The position of the secondary minimum is decidedly unsymmetrical, the minimum light occurring at the phase $0^d.225$, counted from the primary minimum. Using the first epoch of Esch⁷⁾, Jordan found the same period as that of McLaughlin. He gave the following extreme magnitudes: Min 1 = $8^m.90$, Max 1 = $8^m.29$, Min 2 = $8^m.73$, Max 2 = $8^m.31$. Jordan's observations extend on the six years interval 1923—1929. The residuals computed from the mean light-curve have a systematical character and attain $0^m.2$ in both senses. The observations in 1923 and 1925 give, on the average, greater brightness of the variable than those in 1927 and 1929, especially during the maxima.

2. In June 1930 the writer observed AK Herculis in the Observatory of Warsaw University on the 11-cm. Goerz-refractor using Graff's wedge-photometer. It was used on the wedge only the part 1.5 cm. long for which the constant of reduction $1.18 \text{ }^m/\text{cm}$ could be adopted. The calibration was made by aid of the stars of the open cluster $18^h 30^m$, $+5^{\circ}5$ (1855), whose magnitudes and colours were given by Graff⁸⁾. No appreciable differences were found between the absorption-curve of the wedge for stars of the colour $c \approx 1.5$ and for stars of the colour $c \approx 3.5$. The oscillations of the voltage of the glow lamp, which supplied the light for the artificial star, did not surpass 0.2% and were eliminated by measuring comparison stars.

¹⁾ Cracovie Circ. N. 25 (1927).

²⁾ Publ. de l'Inst. Astr. de l'Univ. Charles de Prague, sér. II, N. 7.

³⁾ B. Z. 1928, N. 24. ⁴⁾ A. J. 920 (1929). ⁵⁾ B. Z. 1924, N. 3.

⁶⁾ Allegheny Publ. 7 (1929). ⁷⁾ B. Z. 1922, N. 22. ⁸⁾ A. N. 217, 311.

BD + 16°3128 = a and BD + 16°3132 = b were used as comparison stars. The first, according to HD, is of the spectral class A2, while the variable is of class F8. The star a was recurred to only on two nights (Mai 30 and June 14), when the transparency of the air was bad. The magnitudes of comparison stars $a = 8^m.76 \pm 0^m.05$, $b = 9^m.08 \pm 0^m.03$ were determined photometrically by means of the stars:

BD	HA54	HD
+15° 3122	8 ^m 39	F5
+15° 3130	939	—
+15° 3141	829	K0
+15° 3155	829	F8
+17° 3196	788	A0

The scheme of observations used ordinarily was $bvbv$. Since the changes in apparent brightness of b were very small and slow by good weather, the schemes $bvvbvv$ and even $bvvvbbvv$ were also sometimes used. The brightness of comparison star, corresponding to a given v , was assumed to be the mean of two or even four consecutive values of b , lying symmetrically to v . In such a manner, taking the differences $v - b$, as many resulting observations were obtained, as many singular sets of the wedge on the variable were made. All resulting observations are given in the table II.

Tab. I.

Reduction to the Sun for AK Herculis. — Równanie światła AK Herculis.

$$\Delta T = T_{\text{het}} - T_{\text{geoc.}}$$

Date Data	ΔT	Date Data	ΔT	Date Data	ΔT
Jan. 0	-5.8 ^m	Mai 10	+5.8 ^m	Sept. 7	+0.1 ^m
10	-5.2	20	-6.2	17	-1.0
20	-4.5	30	-6.5	27	-2.1
30	-3.7	Jun. 9	-6.6	Oct. 7	-3.1
Feb. 9	-2.7	19	-6.4	17	-4.0
19	-1.7	29	-6.1	27	-4.8
Mars 1	-0.6	Jul. 9	-5.6	Nov. 6	-5.4
11	+0.6	19	-4.9	16	-5.9
21	+1.7	29	-4.2	26	-6.2
31	+2.7	Aug. 8	-3.3	Dec. 6	-6.4
Apr. 10	+3.7	18	-2.3	16	-6.3
20	+4.5	28	-1.2	26	-6.0
30	+5.3			36	-5.5

Tab. II.

AK Herculis Observations. — Obserwacje AK Herculis.

AK Herculis Observations: — Obserwacje AK Herculis.

Date — Data Julian Day Dzień juliański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juliańskiej	Phase Faza	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi	Date — Data Julian Day Dzień juliański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juliańskiej	Phase Faza	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi
1930 Maii 30. 2426127	0.3760	0.498	8.17	a, 3	1930 Junii 6. 2426134	0.4219	0.214	8.50	2
	.3813	.511	.80	a		.4281	.229	.58	
	.3872	.525	.81	a		.4343	.243	.49	
	.3908	.532	.87	a		.4385	.253	.67	
	.3958	.545	.81	a		.4472	.274	.61	
	.4042	.565	.10	a, b		.4531	.288	.60	
	.4139	.588	.11			.4590	.302	.53	
	.4260	.617	.12			.4677	.323	.63	
	.4351	.639	.43	a		.4722	.333	.63	
	.4389	.648	.24	a		.4836	.360	.44	
	.4472	.667	.37	a		.4882	.371	.53	
	.4500	.674	.57	a, 10		.4927	.382	.34	
						.4944	.386	.36	
						.4983	.395	.45	
	1930 Junii 3. 2426131	.3983	.041	.41		3	.5000	.399	.30
.4025		.061	.35		.5042	.409	.32		
.4090		.066	.29		.5063	.414	.43		
.4143		.079	.16		.5114	.426	.42		
.4246		.103	.14		.5136	.431	.24		
.4333		.124	.32		.5170	.439	.38		
.4427		.146	.05		.5236	.455	.36		
.4500		.163	.25		.5253	.459	.32		
.4587		.184	.18		.5274	.464	.24		
.4736		.219	.51		.5340	.480	.22		
.4803		.235	.42		.5368	.486	.15		
.4840		.244	.50		.5386	.491	.14		
.4892		.256	.70		.5441	.504	.18		
.4931		.266	.55		.5461	.509	.22		
.4947		.270	.61		.5479	.513	.22		
.4996	.281	.70							
.5014	.285	.62							
.5087	.303	.67		1930 Junii 7. 2426135	.3722	.468	.36	13, 2	
.5111	.308	.58			.3789	.484	.29		
.5150	.318	.75			.3826	.493	.55		
.5174	.323	.66			.3861	.501	.34		
.5240	.339	.69			.3913	.514	.12		
.5250	.341	.60			.3990	.532	.22		
.5336	.362	.37			.4063	.549	.17		
.5350	.365	.62	7		.4111	.561	.03		
					.4201	.532	.23		
1930 Junii 5. 2426133	.3608	.697	.41		3	.4260	.596	.18	
	.3660	.703	.37			.4333	.613	.54	
	.3733	.726	.53			.4414	.632	.31	
	.3781	.738	.40			.4451	.641	.27	17
	.3830	.749	.49			.4556	.666	.54	
	.3889	.763	.57			.4621	.682	.40	
	.3947	.777	.58		.4678	.695	.47		
	.3990	.787	.48		.4719	.705	.66		
	.4017	.794	.42	7					

Date — Data Julian Day Dzień juliański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juliańskiej	Phase Faza	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi	Date — Data Julian Day Dzień juliański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juliańskiej	Phase Faza	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi
1930 Junii 7. 2426135	0.4771	0.717	8.68		1930 Junii 13. 2426141	0.3857	0.734	8.57	
	.4906	.749	.76			.3890	.742	.47	
	.4938	.757	.50			.3944	.755	.49	
	.4983	.767	.69			.4000	.768	.64	
	.5010	.774	.77			.4049	.780	.49	
	.5060	.786	.67			.4063	.783	.57	
	.5104	.796	.56	12		.4090	.790	.54	
	.5160	.809	.61			.4107	.794	.45	
	.5205	.820	.42			.4146	.803	.47	
	.5278	.837	.70			.4167	.808	.53	
	.5330	.850	.53			.4204	.817	.60	
	.5385	.863	.45			.4236	.824	.47	
	.5455	.879	.31	15		.4330	.847	.42	
						.4378	.858	.48	
	1930 Junii 8. 2426136	.3691	.833	.55		14, 2	.4420	.868	.35
.3729		.842	.55		.4472	.880	.42		
.3781		.855	.48		.4560	.901	.32	11, 14	
.3819		.864	.43		.4600	.911	.35		
.3875		.877	.32	16	.4639	.920	.37		
.3935		.891	.53	4	.4685	.931	.38		
.3982		.902	.14		.4732	.942	.24		
.4024		.912	.27		.4782	.954	.40		
.4066		.922	.28	12	.4841	.992	.17		
.4104		.931	.29		.4969	.998	.28		
.4142		.940	.17		.4986	.002	.17		
.4174		.948	.08		.5021	.011	.40		
.4208		.956	.11		.5035	.014	.21		
.4242		.964	.24		.5083	.025	.22		
.4285		.974	.20		.5150	.041	.14		
.4330	.985	.25		.5218	.057	7.82			
.4364	.993	.09		.5385	.097	8.14			
.4451	.014	7.97	7	.5444	.111	.24			
.4500	.025	8.18	8, 11	.5438	.120	.31			
.4549	.037	.12	8						
.4611	.052	.10	8	1930 Junii 14. 2426142	.4066	.156	.36	a, 5	
.4646	.060	.24			.4139	.174	.13	a	
.4681	.068	.16			.4201	.188	.37	a	
.4816	.100	.17			.4240	.198	.28	a	
.4882	.116	.03	8		.4274	.206	.37	a	
.4910	.123	.31			.4330	.219	.44	a	
.5000	.144	.15	7		.4375	.230	.62	a	
.5049	.155	.50			.4424	.241	.51	a	
.5097	.167	.27			.4489	.257	.62	a	
					.4556	.273	.90	a, 9	
1930 Junii 13. 2426141	.3625	.679	.30	1	1930 Junii 16. 2426144	.3718	.819	.42	3
	.3674	.691	.31			.3747	.825	.49	
	.3725	.703	.55			.3799	.838	.37	
	.3775	.715	.44			.3822	.843	.30	
	.3810	.723	.45	2					

AK Herculis Observations. — Obserwacje AK Herculis.

Date — Data Julian Day Dzień juljański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juljańskiej	Phase	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi	Date — Data Julian Day Dzień juljański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juljańskiej	Phase	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi
1930 Junii 16. 2426144	0.8861 .8893 .8931 .8979 .4081 .4087 .4097 .4139 .4177 .4225 .4268 .4322 .4400 .4486 .4585 .4573 .4587 .4621 .4664 .4701 .4743 .4785 .4890 .5060 .5128 .5170 .5215 .5250 .5302 .5340 .5361 .5396 .5448	0.852 8.50 29 43 29 25 28 30 21 27 21 10 09 7.97 8.08 17 15 12 08 18 04 07 17 12 08 18 01 18 25 20 17 44 35 32 49 47	8.50 29 43 29 25 28 30 21 27 21 10 09 7.97 8.08 17 15 12 08 18 04 07 17 12 08 18 01 18 25 20 17 44 35 32 49 47		1930 Junii 17. 2426145	0.4840 .4407 .4451 .4542 .4586 .4639 .4674 .4719 .4781 .4819 .4872 .4913 .4958 .5060 .5093 .5143 .5194 .5250 .5292	0.838 8.41 36 54 15 20 24 22 24 27 37 7.98 7.95 8.22 07 18 11 44 35	11	
					1930 Junii 19. 2426147	.4948 .4990 .5088 .5097 .5118 .5167 .5191 .5247 .5278 .5316 .5336 .5410 .5441 .5500	.227 .257 .249 .263 .268 .279 .285 .298 .306 .315 .319 .337 .344 .358	.45 .63 .71 .78 .76 .80 .82 .66 .69 .74 .75 .56 .43 .47	
1930 Junii 17. 2426145	.8593 .8629 .8681 .8740 .8774 .8806 .8850 .8886 .8941 .8965 .4053 .4107 .4160 .4225 .4264	.161 .170 .182 .196 .204 .212 .222 .231 .244 .250 .270 .263 .296 .311 .320	.05 .22 .16 .36 .28 .49 .47 .53 .77 .48 .70 .81 .77 .37 .54	3, 17	1930 Junii 20. 2426148	.3674 .3718 .3757 .3806 .3840 .3885 .3927 .3979 .4088 .4080 .4170 .4225 .4261 .4296	.298 .308 .317 .329 .337 .348 .358 .370 .382 .394 .415 .428 .437 .445	.68 .69 .66 .88 .55 .40 .86 .42 .37 .17 .29 .31 .29 .31 .36	17



AK Herculis Observations. — Obserwacje AK Herculis.

Date — Data Julian Day Dzień juljański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juljańskiej	Phase	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi	Date — Data Julian Day Dzień juljański	Fraction of Julian Day Ułamki daty juljańskiej	Phase	Magni- tude Wiel- kość	Remarks Uwagi
1930 Junii 20. 2426148	0.4871 .4413 .4455 .4597 .4663 .4715 .4775 .4809 .4840 .4920 .4972 .5004 .5045 .5069 .5139 .5167 .5212 .5260 .5306	0.463 8.08 08 14 14 37 24 38 42 27 24 25 32 37 45 37 42 51 50 49	8.08 08 14 37 24 38 42 27 24 25 32 37 45 37 42 51 50 49		1930 Junii 23. 2426151	0.4570 .4711 .4833 .4889 .4931 .4972 .5028 .5080 .5114 .5191 .5226 .5260 .5299 .5347 .5385 .5434	0.627 8.36 54 49 48 62 54 56 58 67 64 62 76 80 76 80 82 80 60	16	
					1930 Junii 24. 2426152	.8847 .8871 .8914 .8947 .4003 .4042 .4087 .4149 .4222	.828 8.58 54 54 56 54 47 55 57	6 7 7	
1930 Junii 23. 2426151	.8628 .8688 .8726 .3764 .3802 .3844 .3899 .3976 .4049 .4129 .4191 .4267 .4329 .4372 .4428 .4482 .4517	.404 4.1 42 17 29 30 17 27 28 38 14 05 17 28 25 16 36	4.1 42 17 29 30 17 27 28 38 14 05 17 28 25 16 36	1 2	1930 Junii 29. 2426157	.4979 .5028 .5086 .5146 .5194 .5271 .5316	.958 8.40 85 85 82 84 88	.45 .40 .85 .44 .32 .34 .38	

3. The moments of the observations are heliocentric. The phases in fractions of Mc Laughlin's period are computed with the formula:

$$(3) \quad \text{Phase} = 2^{d-1} \cdot 3723550 (\text{JD} - 2426120).$$

Remarks.

- a. Observation referred to the comparison star *a*.
 ab. " " to both comparison stars *a* and *b*.

- 1 —, 2 —, 3 — Transparency of the air — bad, — good, — very good.
4. Transitory fog over the sky.
5. The sky is foggy and the measures are difficult, the stars being on the limit of visibility.
6. *Cirri* are passing sideways.
7. Observation uncertain: clouds come up.
8. Observation made in a hurry in a hole between clouds.
9. On account of the bad visibility of the stars, observations are interrupted.
10. Oscillations of the voltage of the glow lamp. Observations are interrupted on account of defects in the apparatus.
11. The moon rises or the moon is unveiled by clouds.
12. The moon sets or the moon is covered by clouds.
13. The moon after the first quarter at a distance of about 70°.
14. The moon at a distance of about 50°.
15. The sky is pale, measurements are difficult.
16. Inconvenient conditions of observation.
17. Observer fatigued.

Observations were referred to the comparison star *b*, if not otherwise marked, and ordinarily interrupted at 0^h55^m0, when the stars were scarcely perceptible on the pale ground of the sky.

4. The 350 observations were ranged according to the increasing phase and divided into 25 groups, each group containing 14 observations. The 25 normal points thus obtained are given below.

Tab. III.

AK Herculis Normal Places. — Miejsca normalne AK Herculis.

N.	Phase counted from Min 1 Faza od chwili Min 1	Limits of phase Granice fazy	Magnitude Wielkość	N.	Phase counted from Min 1 Faza od chwili Min 1	Limits of phase Granice fazy	Magnitude Wielkość
1	0 ^h 03 ^m 1	0 ^h 018—0 ^h 045	8.617	14	0 ^h 54 ^m 6	0 ^h 533—0 ^h 559	8.516
2	065	049—081	486	15	575	560—590	467
3	106	081—125	366	16	611	598—628	343
4	145	130—161	283	17	652	638—672	263
5	181	161—199	226	18	699	674—718	227
6	214	200—229	245	19	740	725—757	213
7	247	230—265	241	20	776	757—798	159
8	288	270—309	228	21	844	813—872	211
9	338	312—361	339	22	895	877—914	238
10	390	364—411	439	23	933	919—946	154
11	433	413—454	519	24	964	947—982	597
12	478	458—496	591	25	998	984—014	717
13	512	499—528	580				

The phases of normal minima were determined by the method of Hertzsprung¹⁾, using the parts of the normal light-curve in phase-intervals 0.21—0.35, 0.70—0.84 (calculated by the formula (3)). For the principal minimum the phase 0.284 was found and for the secondary minimum that of 0.774.

The moments of normal minima are:

$$\begin{aligned} \text{Min 1} &= \text{JD } 2426141.1957 & \left\{ \begin{array}{l} \text{O} - \text{C}_1 = -0.0061 \\ \text{O} - \text{C}_2 = -0.0030 \end{array} \right. \\ \text{Min 2} &= \text{JD } 2426141.4023 \end{aligned}$$

O—C₁ refers to the elements (2) of Mc Laughlin and O—C₂ to those of Jordan²⁾.

In the table of normal points phases are counted from the moment of principal minimum.

The light-curve (see p. 10) has a distinct β Lyr character. It differs from the light-curve of Jordan not only by its range, but also by the shape of the maxima and the position of the secondary minimum. The extreme values of brightness are:

$$\text{Min 1} = 8^m.72, \quad \text{Max 1} = 8^m.23, \quad \text{Min 2} = 8^m.60, \quad \text{Max 2} = 8^m.18.$$

The difference of magnitudes Max 2—Max 1 is absolutely greater than that in Jordan's light-curve and has an opposite sign. Max 1 is sharper and shorter than Max 2, contrarily as in Jordan's light-curve. The opposite sign of the asymmetry of the secondary minimum is in connection with this change of maxima. This minimum occurs at the phase 0.490 (0^h.207), while Jordan found it to be 0.534 (0^h.225)³⁾, counting from the primary minimum. This difference is decidedly greater than could be allowed in consideration of possible errors of observation.

The individual observations given above show considerable differences between the light-curves on the different nights. A light-curve deduced from a short interval of time of numerous photographic observations would be desirable.

The mean error of single observation was $\pm 0^m.12$ and the m. e. of a normal point $\pm 0^m.032$.

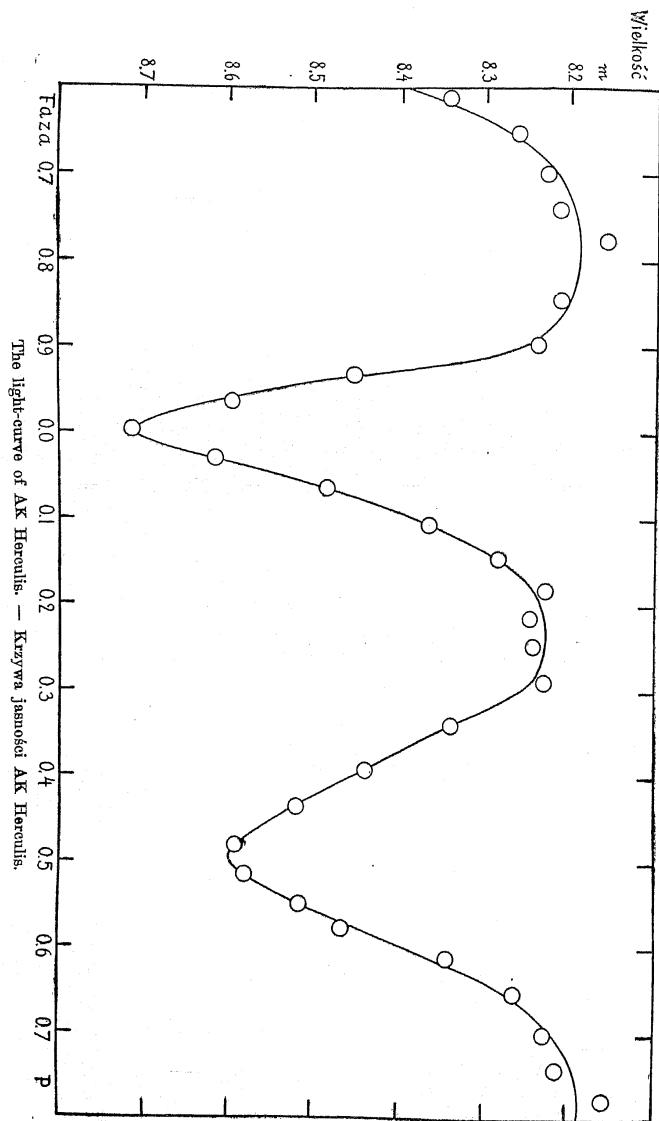
5. Making correction of the periastron-effect and supposing that the ten normal points, situated near the two maxima of brightness, correspond to light changes due exclusively to the ellipticity of the stars, a very uncertain value of effective ellipticity $z = 0.12$ is obtained.

The principal branch of the observed light-curve can be well represented

¹⁾ B. A. N. 147, 179 and 166, 39.

²⁾ Allegheny Publ. 7 (1929).

³⁾ K. Kordylewski found the phase 0^h.218 (l. c.).



by an eclipse-curve of the U-type. If the loss of light $n \geq 0.1$, then $O - C$ does not exceed $0^d.0012$.

This is not the case, however, with the secondary branch. The characteristic $C/D = \chi(k, a_s, \frac{1}{2})$ of Russell, computed from different points of the observed light-curve, increases greatly to the middle of the eclipse, and his mean value, considering the characteristic D , does not correspond to any real U-curve and affords imaginary values for the phase of the beginning of eclipse. To obtain real values another D must be assumed (the mean C/D is nearly agreeing with the primary branch and the depths of minima), which corresponds to an error of $+0^d.010$. The assumption of spherical stars does not lead to better results. However it is clear that the orbit must be considered as elliptical and since the secondary eclipse has a duration of nearly 0.4 of the period, the usual formulae are not exact. The quantities $g = e \sin \omega$, i , r_1 must be known to determine an exact theoretical light-curve.

Tab. IV.

AK Herculis as an Eclipsing Binary. Extreme Values of Elements in the U-Hypothesis.

AK Herculis jako gwiazda zaćmieniowa. Elementy skrajne w hipotezie U.

The characteristics of the light-curve and the elements Charakterystyki krzywej i elementów	Elliptical stars — Gwiazdy eliptyczne $z = 0.12$			Spherical stars — Gwiazdy kuliste $z = 0.00$		
	Larger star in front in Min 1	Case $k = 1.00$	Smaller star in front in Min 1	Larger star in front in Min 1	Case $k = 1.00$	Smaller star in front in Min 1
	Większa gwiazda zaćmiewa w Min 1	Przypadek $k = 1.00$	Mniejsza gwiazda zaćmiewa w Min 1	Większa gwiazda zaćmiewa w Min 1	Przypadek $k = 1.00$	Mniejsza gwiazda zaćmiewa w Min 1
$1 - \lambda_p$		0.928			0.877	
$1 - \lambda_s$		0.249			0.303	
D_p		0.184			0.206	
C_p/D_p		2.197			2.051	
D_s		0.442			0.460	
C_s/D_s		1.785			1.789	
$\theta_p(0)$		73 ^o .7			73 ^o .7	
$h = e \cos \omega$		-0.015			-0.015	
h	0.90	1.00	0.90	0.82	1.00	0.82
a_p	1.00	0.89	1.00	1.00	0.80	1.00
a_s	0.46	0.40	0.42	0.72	0.58	0.69
$(C_s/D_s)_{calc}$	1.773	1.770	1.758	1.864	1.872	1.848
L_p	0.33	0.37	0.40	0.38	0.47	0.44
J_p/λ_s	0.60	0.59	0.55	0.90	0.90	0.85

Taking not into account the secondary branch we can compute the limiting values of the elements in the U-hypothesis. The results are given in table IV, where the usual designations ¹⁾ refer either 1) to the principal branch or to the star eclipsed during the principal minimum (the suffix *p*), or 2) to the secondary branch, or to the star eclipsed during the secondary minimum (the suffix *s*).

The values of *g* and τ_1 , which result from this data are too great and thus no satisfactory representation of the observations can be obtained, even by assuming spherical stars. But it may be remarked that the notable eccentricity is in accordance with the unequal duration of eclipses. The principal eclipse lasts 4^h.2 and ends at the phase 0.205.

The D-hyp. in the case of elliptical stars is impossible and in the case of spherical stars leads to too great values of *g*.

As it is impossible to explain the light variation of AK Herculis as an exclusive effect of eclipses, it seems to be possible, that it is also of physical nature. It may be remarked that in close binary systems of β Lyr type the eccentricities are small and the duration of the eclipses approximately equal, differently as in the case of AK Herculis.

Spectroscopic observations of this star would be desirable.

Streszczenie.

Gwiazda zmienna AK Herculis.

BD + 16°3130.

1. Zmienność AK Herculis została odkryta w r. 1917 w obserwatorium uniwersytetu Harvard'a przez J. H. Metcalfa ²⁾. Gwiazda ta, oznaczona prowizorycznie jako 33.1917 Herculis, obserwowana była najprzód w r. 1921 przez M. Esch'a ³⁾, następnie w r. 1923 przez F. C. Jordan'a ⁴⁾ na drodze fotograficznej. Esch uważał jej zmienność za niezupełnie regularną i dlatego nie dającą się zaliczyć do typu β Lyrae. Wyprowadzony przez niego okres był $P = 0^d.210760$, amplituda wzrokowa (wizualna) $8^m.2 - 8^m.9$ ⁵⁾. Przeciwnie Jordan stwierdził wyraźny typ β Lyr i okres dwukrotnie większy. Jego prowizoryczne elementy, z epoką wyjściową Esch'a, są:

$$(1) \quad \text{Min} = \text{JD } 2422977.254 + 0^d.421519. E$$

zaś extrema jasności fotograficznej $8^m.28$, $8^m.90$ i $8^m.72$. W maximach Esch przypuszczał możliwość słabego minimum wtórnego, podczas gdy Jordan znalazł stałość jasności w czasie około $0^d.05$.

¹⁾ Ap. J. 35, 829; 36, 57 and 404. ²⁾ A. N. 207, 215.

³⁾ B. Z. 1922, N. 22. ⁴⁾ A. N. 219, 403. ⁵⁾ B. Z. 1924, N. 3.

W. W. Morgan ¹⁾ na podstawie ocen wzrokowych w r. 1927 znalazł zgodność z elementami Jordan'a, niemal jednakową głębokość obu minimów i amplitudę $8^m.16 - 8^m.71$.

Okres Jordan'a i typ β Lyr zmienności potwierdzili następnie K. Kordylewski ²⁾, B. Šternberk ³⁾ i H. Schneller ⁴⁾.

D. B. Mc Laughlin ⁵⁾ na podstawie obserwacji fotometrem Zöllner'a wyprowadził elementy

$$(2) \quad \text{Min} = \text{JD } 2422935.948 + 0^d.42152207$$

przyczem epoka pochodzi znów od Esch'a ⁶⁾. Krzywą AK Herculis zaliczył do typu W Ursae maioris.

Pierwszą krzywą jasności AK Herculis, opartą na dokładnych obserwacjach fotograficznych, podał F. C. Jordan ⁷⁾. Wykazuje ona typ β Lyr z wyraźnie asymetrycznym minimum wtórnym w fazie $0^d.225$, liczonej od minimum głównego. Przyjmując pierwszą epokę Esch'a ⁸⁾, Jordan znajduje okres identyczny z okresem Mc Laughlin'a. Jako extrema krzywej podaje, według kolejności następstwa w czasie:

$$\text{Min } 1 = 8^m.90, \quad \text{Max } 1 = 8^m.29, \quad \text{Min } 2 = 8^m.73, \quad \text{Max } 2 = 8^m.31.$$

Obserwacje Jordan'a rozciągają się na okres kilku lat (1923—1929) i dają znaczne reszty w stosunku do krzywej średniej, dochodzące w obu kierunkach blisko do $0^m.2$. Jasność gwiazdy wypada naogół słabsza, zwłaszcza w maximach, z obserwacji lat 1927, 1929, aniżeli z obserwacji 1923, 1925 r.

2. W czerwcu 1930 r. wykonywane były przez autora w Obserwatorium Uniwersytetu Warszawskiego systematyczne obserwacje AK Herculis. Jako narzędzia służyły: 11 cm. refraktor Goerza i fotometr klinowy Graffa. Używany był odcinek klina długości około 1.5 cm; na przestrzeni którego można było się posłużyć niezmiennym współczynnikiem redukcji $k = 1.18 \text{ m}^2/\text{cm}$. Do kalibracji służyły gwiazdy gromady rozproszony $18^h 30^m$, $+5^o.5$ (1855). Wielkości fotometryczne i barwy przyjęto według Graffa ⁹⁾. Nie znaleziono różnicy w krzywej absorpcji przy obserwacji gwiazd barwy $e \approx 1.5$ i barwy $e \approx 3.5$. Wahania napięcia na żarówce, dostarczającej światła gwiazdy sztucznej, nie przekraczały naogół 0.2%.

Jako gwiazdy porównania użyte były BD + 16°3128 = *a* oraz BD + 16°3132 = *b*. Typ widmowy *a* według HD jest A2, typ widmowy zmien-

¹⁾ Pop. Astr. 35, 547. ²⁾ Ok. Obs. Krak. N. 25 (1927).

³⁾ Publ. de l'Inst. Astr. de l'Univ. Charles de Prague, sér. II, N. 7.

⁴⁾ B. Z. 1928, N. 24. Na podstawie zdjęć astrograficznych Schneller znalazł minima niejednakowej głębokości $8^m.7$, $8^m.5$ i maximum $8^m.1$.

⁵⁾ A. J. 920, (1929). ⁶⁾ B. Z. 1924, N. 3.

⁷⁾ Allegheny Publications, 7 (1929).
⁸⁾ B. Z. 1922, N. 22. ⁹⁾ A. N. 217, 311.

nej — F8 (stąd barwa $c \approx 2.7$). Gwiazdą a posłużono się zaledwie dwukrotnie (30 maja, 14 czerwca), gdy przezroczystość powietrza była niewielka; zresztą pomiary nawiązywano do b . Jasności gwiazd porównania $a = 8^m.76 \pm 0^m.05$, $b = 9^m.08 \pm 0^m.03$ wyznaczono przez nawiązanie fotometryczne do gwiazd BD + 15° 3122, 3130, 3141, 3155 oraz + 17° 3196, zawartych w HA 54.

Obserwacje wykonywane były zwykle według schematu *bvbv*. Ponieważ jednak w czasie dobrej pogody zmiany jasności b , jeśli zachodziły, były bardzo niewielkie i powolne, więc stosowano też niekiedy schematy *bvbvbb* lub nawet *bvbvbbb*. Za jasność gwiazdy porównania, odpowiadającą danemu v , brano średnią arytmetyczną z 2 lub nawet 4 kolejnych b , symetrycznie względem v położonych. Biorąc różnice odpowiednich v i b znaleziono tyle zaobserwowanych wielkości zmiennej, ilu nastawień klina na zmienną dokonano. Wielkości te podane są wyżej w Tab. II.

3. Momenty przytoczonych w Tab. II obserwacji są heliocentryczne. Fazy w ułamkach okresu Mc Laughlin'a obliczono według wzoru:

$$(3) \quad \text{Faza} = 2^{a-1} \cdot 3723550 \text{ (JD} - 2426120\text{)}.$$

Uwagi.

- a. Obserwacja nawiązana do gwiazdy porównania a .
- ab. " " do a i do b .
- 1 —, 2 —, 3 — Przezroczystość powietrza — słaba, — dobra, — bardzo dobra.
4. Chwilowy spadek przezroczystości powietrza i zamglenie nieba.
5. Niebo mętne, pomiary odbywają się z trudem na granicy widzialności.
6. Bokami przechodzą *cirri*.
7. Obserwacja niepewna: nadchodzą chmury.
8. Obserwacja pośpieszna w przerwie między chmurami.
9. Obserwacje przerwane ze względu na słabą widzialność gwiazd.
10. Skoki napięcia na żarówce. Obserwacje przerwane ze względu na zły stan aparatury.
11. Księżyc wschodzi albo zostaje odsłonięty przez chmury.
12. " zachodzi " " zasłonięty " "
13. " po I kwadrze w odległości około 70°.
14. " w odległości około 50°.
15. Niebo blade, pomiary odbywają się z trudem.
16. Niewygodne warunki obserwacji.
17. Obserwator zmęczony.

Jeżeli w rubryce uwag nie zaznaczono wyraźnie, iż pomiar nawiązano do gwiazdy porównania a , to nawiązano do b . Obserwacje przerywano naogół

w porze około 0^d550, gdy gwiazdy poczynają niknąć na rozjaśniającem się tle nieba.

4. Wykonanych 350 obserwacji uporządkowano według kolejności fazy i podzielono na 25 grup po 14 obserwacji każda. Otrzymane punkty normalne podane są w Tab. III.

Fazy są tu liczone od momentu minimum głównego. Do wyznaczenia momentów minimów normalnych zastosowano metodę Hertzsprung'a ¹⁾, posługując się gałęziami krzywej w granicach faz 0.21—0.35, 0.70—0.84, obliczonych według wzoru (3). Znaleziono dla minimum głównego fazę 0.284, dla minimum pobocznego fazę 0.774. Stąd minima normalne:

$$\text{Min 1} = \text{JD } 2426141.1957 \quad \left\{ \begin{array}{l} O - C_1 = -0.0061 \\ O - C_2 = -0.0030. \end{array} \right.$$

$$\text{Min 2} = \text{JD } 2426141.4023$$

$O - C_1$ odnosi się do elementów (2) Mc Laughlin'a, $O - C_2$ do elementów Jordan'a ²⁾.

Krzywa obserwowana (patrz str. 10) wykazuje typ β Lyr, jednak różni się od krzywej Jordan'a nie tylko amplitudą, lecz również kształtem maximów i położeniem minimum pobocznego. Extrema jasności są:

$$\text{Min 1} = 8^m.72, \quad \text{Max 1} = 8^m.23, \quad \text{Min 2} = 8^m.60, \quad \text{Max 2} = 8^m.18.$$

Effekt periastronu, wyraźniejszy niż u Jordan'a, ma przeciwny znak. Równocześnie i kształt maximów ma przeciwny charakter, bowiem Max 1 jest ostrzejsze i krótsze, niż Max 2. W związku z tą zamianą maximów znajduje się przeciwny znak asymetrii położenia minimum pobocznego, które zachodzi w fazie 0.490 (0^d.207), gdy u Jordan'a w fazie 0.534 (0^d.225) ³⁾. Ta różnica jest stanowczo większa od błędów obserwacji.

Przytoczone obserwacje wykazują też znaczne różnice między krzywami poszczególnych wieczorów. Pożądane byłyby pomiary fotograficzne zmiennej, wykonane w krótkim przeciągu czasu.

Średni błąd pojedynczej obserwacji wynosił $\pm 0^m.12$, średni błąd punktu normalnego $\pm 0^m.032$.

5. Jeśli założymy, iż 10 punktów normalnych krzywej jasności, położonych na odcinkach największego blasku, odpowiada efektowi eliptyczności, wówczas (po usunięciu nierówności periastronu) znajdujemy bardzo niepewną wartość $z = 0.12$.

¹⁾ B. A. N. 147, 179 oraz 166, 39. ²⁾ Allegh. Publ. 7 (1929).

³⁾ K. Kordylewski podaje (l. c.) fazę 0^d.218.

Gałąź krzywej jasności w głównym minimum daje się zupełnie dobrze przedstawić jako krzywa zaćmieniowa typu U. Gdy procentowa strata światła $n \geq 0.1$, wówczas O—C nie przekraczają $0^d.0012$.

Natomiast gałąź krzywej w minimum pobocznym nie daje się przedstawić jako krzywa czysto zaćmieniowa. Charakterystyka $\chi(k, \alpha_s, \frac{1}{2}) = C/D$ Russella, obliczona z różnych punktów krzywej, wykazuje stały wzrost ku środkowi zaćmienia, zaś jej średnia wartość, rozważona wraz z charakterystyką D , nie odpowiada żadnej rzeczywistej krzywej zaćmieniowej, dostarczając urojonych wartości na fazę początku zaćmienia. Ażeby otrzymać wartości rzeczywiste, musimy przyjąć inną wartość D (średnia C/D zgadza się w przybliżeniu z główną gałęzią krzywej i głębokościami minimum), przypuszczając w ten sposób błąd $+0^d.010$ w fazie, odpowiadającej $n = \frac{1}{2}$.

Założenie kulistości gwiazd nie prowadzi do lepszych wyników. Jednakże widocznym jest, że orbita musi być uważana za eliptyczną, ponieważ zaś zaćmienie poboczne trwa około 0.4 okresu, więc zwykle wzory Russella nie są w tym przypadku ściśle. Obliczenie dokładnej krzywej teoretycznej wymaga znajomości $g = e \sin \omega$, i , r_1 .

Pomijając kształt krzywej w minimum pobocznym, można było znaleźć graniczne wartości elementów w hyp. U tylko na podstawie krzywej w minimum głównym i głębokości obu minimum. Wyniki zestawione są w Tab. IV, gdzie przyjęto oznaczenia Russella¹⁾, odnosząc je jednak bądź do głównej gałęzi lub gwiazdy pokrywanej w głównym minimum (znaczek p), bądź do gałęzi pobocznej lub gwiazdy pokrywanej w minimum pobocznym (znaczek s). Wielkości g oraz r_1 , obliczone na podstawie tych danych są zbyt wielkie, tak, że obserwacje nie dają się przedstawić przez teorię w sposób zadowalający, nawet w założeniu kulistości gwiazd.

Zauważmy jednak, że znaczny mimośród pozostaje w zgodzie z niejednakowym czasem trwania obu zaćmień. Główne zaćmienie trwa około $4^h.2$ i kończy się w fazie 0.205.

Hypoteza D w założeniu gwiazd eliptycznych jest niemożliwa, w założeniu gwiazd kulistych prowadzi do zbyt wielkich g .

Z powyższego wynika, że czysto zaćmieniowe wyjaśnienie zmienności AK Herculis jest niemożliwe. Krzywa jasności tej gwiazdy wykazuje ponadto pewne nieregularności, które zostały wyrównane przed rozpoczęciem obliczeń metodą Russella¹⁾ (asymetria początku i końca głównego zaćmienia, widoczna z wykresu). Wreszcie wybitna w tym przypadku nierówność czasów trwania dwóch zaćmień nie spotyka się w ciasnych układach typu β Lyr. Ze względu na te okoliczności wydaje się możliwe, że AK Herculis jest również fizycznie zmienna. Badania spektroskopowe tej gwiazdy byłyby pożądane.

¹⁾ Ap. J. **35**, 329; **36**, 57, 404.

Powierzchnia krzywoliniowa 5-go rzędu z podwójną krzywą skośną rzędu 3-go (Fläche 5. Ordnung mit einer doppelten kubischen Raumkurve)

przez

A. Plamitzera

Ogólną powierzchnię krzywoliniową 5-go rzędu z podwójną krzywą skośną 3-go rzędu, nie posiadającą żadnych dalszych punktów wielokrotnych, pierwsi badali A. Clebsch¹⁾ i R. Sturm²⁾. W swej rozprawie doktorskiej podaje W. Jaekel³⁾ następującą konstrukcję rzutową: powierzchnia ta jest mieszcem geometrycznym punktów przecięcia się homologicznych powierzchni dwóch pęków rzutowych, z których pierwszy jest pękiem kwadryk, drugi zaś pękiem powierzchni rzędu 3-go, — przyczem krzywe podstawowe 4-go, wzgl. 9-go rzędu tych pęków posiadają wspólną krzywą skośną rzędu 3-go.

Ustanowmy przekształcenia kwadratowe pomiędzy płaszczyznami wiązki (W) oraz płaszczyznami każdej z dwóch kolineacyjnych wiązek (W_1) i (W_2) . Homologiczne płaszczyzny wiązki (W) i wiązki np. (W_2) niechaj wyznaczają kongruencję K_{02} rzędu 2-go, a homologiczne płaszczyzny wiązek (W_1) i (W_2) kongruencję K_{12} dwusiecznych krzywej skośnej 3-go rzędu S^3_2 . W rozprawie niniejszej wykazuję, iż ogólna powierzchnia W^5 rzędu 5-go z podwójną krzywą

¹⁾ A. Clebsch, Ueber die Abbildung algebraischer Flächen, insbesondere der vierten u. fünften Ordnung, Mathem. Annalen Bd. I. S. 253—316, Leipzig 1869.

²⁾ Rudolf Sturm, Ueber die Flächen mit einer endlichen Zahl von (einfachen) Geraden, vorzugsweise die der vierten u. fünften Ordnung, Mathem. Annalen Bd. IV. S. 249—283, Leipzig 1871. — Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften Bd. IV. S. 311—315, Leipzig u. Berlin 1909.

³⁾ Waldemar Jaekel, Über Flächen 5. Ordnung mit einer doppelten kubischen Raumkurve, S. 29—35, Dissertation von Breslau 1904.