

$$|F(z)| < \delta \text{ pour } |z - (2k+1)\pi i| < \eta$$

en posant  $F(z) = \sum a_n e^{-\lambda_n z}$  (car  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} f(\sigma + it) = 0$ ).

Il résulte de 1<sup>o</sup>) et 3<sup>o</sup>) du théorème que  $f(s)$  est bornée dans tout demi-plan  $\sigma > \varepsilon_3$  ( $\varepsilon_3 > 0$ )<sup>1)</sup>.

Je dis que les conclusions de notre théorème ont lieu si l'on y pose  $t=0$ ; en effet si ceci n'avait pas lieu il résulterait de ce que nous venons de dire sur la transformation, sur  $f(s)$  dans le demi-plan  $\sigma > 0$  (ce qui correspond à la variation de  $F(z)$  dans  $D_1$ ) et sur  $F(z)$  dans les cercles

$$|z - (2k+1)\pi i| < \eta$$

que  $F(z)$  posséderait toutes les propriétés exigées par notre lemme (en y remplaçant la lettre  $s$  par  $z$ ). Donc.

$$\lim_{m \rightarrow \infty} |a_m| \lambda_m = 0,$$

ce qui est contradictoire avec (8).

Il suffit maintenant de considérer la série  $\sum b_n e^{i l_n t} e^{-l_n s}$  pour avoir le théorème entier.

On voit immédiatement que le théorème I contient le théorème de M. Hadamard au cas où le cercle de convergence de la série  $\sum a_n x^{m_n}$  étant égal à un ou a en plus  $|a_n| > a$ , la condition (1) ayant lieu avec  $m = \frac{1}{p}$ .

Car alors toutes les conditions du théorème I ont lieu, et les conclusions de ce théorème pour le cas où les  $l_n$  sont entiers correspondent au fait que  $\sigma=0$  est une coupure (à cause de la périodicité de  $f(s)$ ).

Le théorème I contient le théorème suivant au cas où les  $l_n$  ne sont pas entiers.

**Théorème II.** Si les conditions 1<sup>o</sup>), 2<sup>o</sup>), 3<sup>o</sup>) du théorème I ont lieu et si en plus.

4<sup>bis</sup>) aucune différence  $l_n - l_m$  ( $n \neq m$ ) n'est un entier, — la conclusion du théorème I a lieu.

Prof. M. KAMIENSKI.

## Triangulacja i niwelacja centrów

Obserwatorium Astronomicznego i Meteorologicznego  
Uniwersytetu Warszawskiego.

Triangulation und Nivellierung der Zentra des Astronomischen und Meteorologischen  
Observatorium der Universität in Warschau.

**1. Wstęp.** Obserwatorium Astronomiczne i Meteorologiczne Uniwersytetu Warszawskiego należy do tych punktów Polski, których spólrzędne geograficzne są bardzo dobrze znane. Z długich seryjnych pomiarów, dokonanych w ubiegłym stuleciu, a zapoczątkowanych jeszcze przez F. Armińskiego w r. 1826, wyznaczano kilkakrotnie szerokość i długość Obserwatorium; pomiary takie po części były kontynuowane — aczkolwiek z przerwami — aż do ostatniego czasu. Główne wyniki tych obserwacji są zestawione w artykule S. Czornego, w Nr. 4666 A. N.; zauważyć należy, iż szerokość wyznaczano w kilku punktach, i otrzymane wyniki zawsze redukowano do centrum Obserwatorium. Różnice zaś długości wyznaczano drogą nawiązania Obserwatorium do kilku innych obserwatoriów w Europie i w Rosji; wyrównanie tych długości zostało wykonane przez Albrechta i podane w A. N. 3993; dyskusja tych wyników znajduje się w A. N. 5138. Jako najbardziej prawdopodobny średni wynik, można przyjąć dla głównego centrum Obserwatorium V:

$$\Phi = 52^{\circ} 13' 4.''60$$

$$\Lambda = 1^h 24^m 7.^s 245$$

Z drugiej strony, Obserwatorium odegrało w ubiegłym stuleciu bardzo ważną rolę, — mianowicie, służyło ono jako główny punkt wyjścia dla triangulacji Królestwa Polskiego. Za początek spólrzędnych obrano zostało centrum, założone w wieży wschodniej Obserwatorium; do tego centrum były odnoszone spólrzędne triangulacji. Centrum to — zarówno jak i inne centra Obserwatorium — były powiązane za pomocą małej triangulacji z głównym centrum Obserwatorium, za które, aż do r. 1886, służyło koło wierzchołkowe, znajdujące się pośrodku sali głównej. Triangulacji tej dokonał w r. 1845 adjunkt Obserwatorium, A. Prażmowski; wyniki

<sup>1)</sup> Voir Valiron, Mémoires des sciences math. 17, 1926 formule (22).

są podane w „Zapiskach Woenno-Topograficzeskago Otdiela Gławnago Uprawlenija Generalnago Sztaba“, T. XLII, pg. 214.

Lecz około r. 1900 w wieży wschodniej ustawiono najpierw heljometr, a potem (w r. 1912) ekwatorjał Heydego. W roku 1916, na tem samym miejscu wybudowano wysoki słup, który stał aż do r. 1925 — do chwili reewakuacji z Rosji części ekwatorjału Heydego. Obecnie w wieży wschodniej ustawiono ten ekwatorjał, razem z dołączoną do niego astrokamerą Zeiss'a.

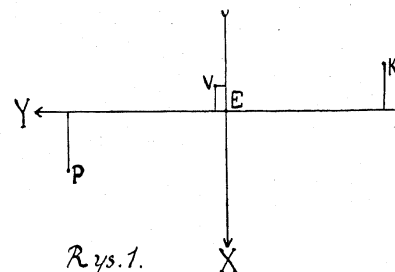
Przy tych przeróbkach został uszkodzony (przypuszczalnie około r. 1900) srebrny krążek, stanowiący centrum wieży wschodniej i nie udało się odnaleźć żadnych wskazówek, w jakich okolicznościach to mogło się zdarzyć. Jednakże sam słup, na którym znajdował się ten krążek, istnieje i obecnie; służy on jako podstawa dla ekwatorjału Heydego. Uwaga więc p. pułk. J. Kreutzingera, Szefa Wojskowego Instytutu Geograficznego, uczyniona na str. 148 jego „Topografii“, że punkt wieży wschodniej już nie istnieje — jest słuszna tylko częściowo, gdyż — jak zaznaczyłem — centrum to było dokładnie powiązane z innymi centrami Obserwatorium\*). Obecnie słup G (v. niżej) w zupełności zastępuje to historyczne centrum wieży wschodniej.

Ponadto, około r. 1880 wybudowano w podwórzu Obserwatorium kilka pawilonów obserwacyjnych, a w latach ostatnich ustawiono 2 żelbetonowe słupy, jeden na tarasie południowym, a drugi na tarasie górnym, wschodnim. Wydawało mi się więc rzeczą niezbędną dokonać nowej triangulacji, obejmującej te wszystkie centra, a to ze względu na konieczność redukcji niektórych obserwacji (zakrycia gwiazd przez Księżyc i t. d.) do głównego centrum Obserwatorium.

**2. Triangulacja sali głównej.** Przedewszystkiem, dokonano triangulacji w sali głównej, wyznaczając spólrzędne  $X$  i  $Y$  narzędzia przejściowego  $P$  Reichenbacha i Ertela, oraz starego koła południkowego  $K$ , teje firmy; za początek spólrzędnych obrano przecięcie osi obrotowej i optycznej wielkiego koła południkowego Ertela  $E$ . Triangulacji dokonano dwa razy: 12 grudnia 1928 r. (T. Karpowicz), oraz w dniu 11 czerwca 1929 r. (M. Kamiński i M. Bielicki). Na posadzce sali zaznaczono na stałe centra narzędzi: przejściowego  $P$ , wielkiego koła południkowego Ertela  $E$ , i starego koła południkowego  $K$ , jak również zaznaczono na stałe południki, przechodzące przez te centra.

\*) W czasie ostatniej korekty niniejszego artykułu, zauważyłem odnośnik na str. 6 „Kataloga Punktów, opriedelennych Triangulacii Zapadnago Pogranicznago Prostranstwa, 1880 — 1892“ (wydanie r. 1896), — z którego wynika, że okrągła płyta marmurowa, zawierająca centrum Wieży Wschodniej, była zniszczona już przed r. 1896.

M. K.



Nie przytaczam tu danych obserwacji, które posłużyły za podstawę obliczeń; podam tylko ich ostateczne wyniki, zaznaczając, iż obie triangulacje są zgodne do paru milimetrów, co w zupełności odpowiada naszemu celowi.

Prowadząc osi  $OX$ ,  $OY$  przez  $E$  z dodatnimi kierunkami ku północy i ku wschodowi, otrzymałem następujące spólrzędne centrów Obserwatorium:

	$X$	$Y$
Wielkie koło południkowe $E$ .....	$0^m.000$	$0^m.000$
Narzędzie przejściowe $P$ .....	$+ 0.361$	$+ 4.095$
Stare koło południkowe $K$ .....	$- 0.485$	$- 4.071$

Stąd otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_K &= + 0^m.846 \\ Y_P - Y_K &= + 8.166 \end{aligned} \right\} \dots (1928 - 1929)$$

Z drugiej strony, A. Prażmowski w roku 1845 otrzymał dane następujące:

	$X$	$Y$
Koło wierzchołkowe $V$ .....	$0^m.000$	$0^m.000$
Narzędzie przejściowe $P$ .....	$+ 0.547$	$+ 4.056$
Koło południkowe $K$ .....	$- 0.300$	$- 4.113$

Stąd otrzymujemy różnice:

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_K &= + 0^m.847 \\ Y_P - Y_K &= + 8.169 \end{aligned} \right\} \dots (1845)$$

Widzimy więc, że różnice współrzędnych tych dwóch narzędzi pozostały prawie te same, co i za czasów R. Prażmowskiego — skąd wnioskujemy, że w położeniu narzędzi  $P$  i  $K$  nie zaszły żadne zmiany.

Natomiast obecne centrum  $E$  nie koincyduje ze starym, głównym centrum Obserwatorium  $V$ ; mianowicie, z różnic

$$X_P^{1845} - X_P^{1929} = + 0^m .186 \quad Y_P^{1845} - Y_P^{1929} = - 0^m .039$$

$$X_K^{1845} - X_K^{1929} = + 0 .185 \quad Y_K^{1845} - Y_K^{1929} = - 0 .042$$

wynika, iż stare centrum główne  $V$ , w stosunku do nowego centrum głównego  $E$ , ma współrzędne następujące (vide rys. 1):

$$\Delta x = - 0^m .186,$$

$$\Delta y = + 0^m .040.$$

Ze względów ciągłości naukowej (konieczność zachowania współrzędnych  $X$  i  $Y$  punktów Warszawy), oraz ze względu na tradycje historyczne, przyjąłem nadal centrum  $V$  jako główne centrum Obserwatorium.

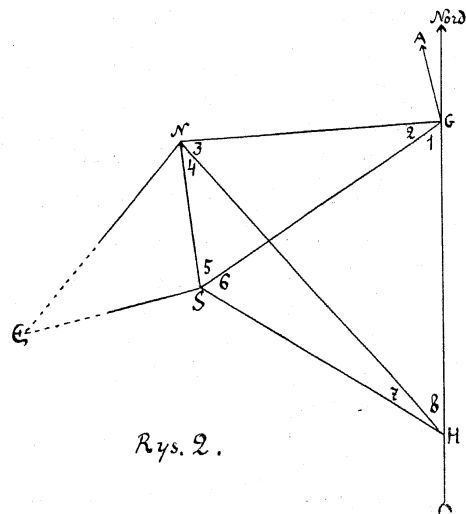
W ten sposób wyniki triangulacji sali południkowej przedstawiają się jak następuje:

		$X$	$Y$
Stare centrum główne	$V \dots$	$0^m .000$	$0^m .000$
Wielkie koło południkowe Ertela	$E \dots$	$+ 0 .186$	$- 0 .040$
Narzędzie przejściowe	$P \dots$	$+ 0 .547$	$+ 4 .055$
Stare koło południkowe	$K \dots$	$- 0 .299$	$- 4 .111$

**3. Triangulacja na tarasie wschodnim.** Dla powiązania obecnego centrum  $H$  wieży wschodniej z centrum głównym Obserwatorium i dołączenia do tej sieci słupa górnego  $G$ , ustawionego na żelbetonowym tarasie wschodnim, dokonano triangulacji w dniu 7 grudnia 1928 (T. Karpowicz), oraz 13 czerwca 1929 (M. Bielicki). Przytoczę tu szczegółowe dane, dotyczące się tylko drugiej triangulacji, gdyż obejmowała ona większą liczbę pomiarów kątów i boków.

Na balustradzie tarasu wschodniego obrano dwa punkty  $N$  i  $S$ , w odległości  $\overline{NS} = 5^m .071$  (v. rys. 2)\*, która służyła jako baza główna tej triangulacji.

\* Na rys. 2 linja  $GH$  powinna tworzyć z południkiem kąt  $SW 16^\circ 36'$ .



Rys. 2.

Do pomiarów służyło małe narzędzie uniwersalne f. Ertel z 20'' odczytami nonjuszów. Narzędzie to ustawiano w punktach  $N, S, H, G$  i pomierzono kąty horzontalne

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

zarówno jak i kąty

$$N = ENS,$$

$$S = NSE$$

między kierunkami na różne wierzchołki trójkątów.

Ponadto, obserwowano kierunki  $HA$  i  $GA$  — wzięte z refraktora Heydego  $H$  i ze słupa  $G$  na kościół Św. Aleksandra  $A$ . Średnie z otrzymanych odczytów (w położeniu koła  $L$  i koła  $R$ , przy każdorazowym odczycie nonjuszów I i II), zestawione są w tablicy następującej:

$G$	$H$	$G$	$N$	$S$
$G \dots 339^\circ 42' 20''$	$A \dots 307^\circ 33' 38''$	$G \dots 286^\circ 21' 10''$	$G \dots 250^\circ 26' 38''$	
$A \dots 308 \quad 1 \quad 20$	$N \dots 228 \quad 13 \quad 25$	$H \dots 343 \quad 26 \quad 35$	$H \dots 316 \quad 31 \quad 55$	
$N \dots 285 \quad 33 \quad 25$	$S \dots 198 \quad 46 \quad 30$	$S \dots 11 \quad 7 \quad 45$	$E \dots 89 \quad 4 \quad 20$	
$S \dots 265 \quad 8 \quad 0$	$H \dots 159 \quad 28 \quad 25$	$E \dots 58 \quad 20 \quad 30$	$N \dots 184 \quad 41 \quad 10$	

stąd otrzymujemy:

$$\begin{array}{ll} N = 47^{\circ} 12' 45'' & 4 = 27^{\circ} 41' 10'' \\ S = 95 \ 36 \ 50 & 5 = 65 \ 45 \ 28 \\ 1 = 39 \ 18 \ 5 & 6 = 66 \ 5 \ 17 \\ 2 = 29 \ 26 \ 55 & 7 = 20 \ 25 \ 25 \\ 3 = 57 \ 5 \ 25 & 8 = 54 \ 8 \ 55 \end{array}$$

W czasie obserwacji narzędzie było starannie niwelowane, tak, że wpływ wyrazu

$$i \cotg z$$

na odczyty koła azymutalnego był znikomy.

Dla możliwości obserwacji centra  $E$  narzędzia Ertela, zawieszono nad tem narzędziem długi pion, który był widzialny z punktów  $N$  i  $S$ .

Dla kontroli pomierzono też bazę pomocniczą  $\overline{NG} = 9^m.405$ .

Przy opracowaniu obserwacji, odrzuciłem kierunek  $SH$  (a więc kąt 6), gdyż nachylenie linii  $SH$  do poziomu jest bardzo znaczne, a ponadto, dla kąta 6; z bezpośrednich pomiarów wynika:

$$6 = 66^{\circ} 5' 17'',$$

podczas gdy powinno być:

$$6 = 66^{\circ} 6' 57''.$$

W danej sieci mamy wszystkiego 4 warunki, mianowicie 2 warunki dla kątów:

$$1 + 2 + 3 + 8 = 180^{\circ}$$

$$2 + 3 + 4 + 5 = 180^{\circ}$$

1 warunek dla boków

$$\frac{\sin 1 \cdot \sin (3+4) \cdot \sin 5 \cdot \sin 7}{\sin 2 \cdot \sin 4 \cdot \sin 5 \cdot \sin (7+8)} = 1$$

oraz 1 warunek dla bazy

$$\frac{NS}{GN} \cdot \frac{\sin 5}{\sin 2} = 1.$$

Oznaczając, jak zawsze, poprawki kątów przez odpowiednie cyfry w nawiasach i przyjmując, iż poprawki długości  $NS$ ,  $GN$  są równe zeru, otrzymamy następujące równania warunkowe:

$$(2) + (3) + (4) + (5) = +62''$$

$$(1) + (2) + (3) + (8) = +40''$$

$$\begin{aligned} +0.26 (1) - 0.38 (2) + 0.02 (3) - 0.38 (4) + 0.52 (7) - 0.05 (8) &= +16'' \\ -0.38 (2) + 0.10 (5) &= +1'' \end{aligned}$$

Stąd normalne równania dla korrelatów będą:

$$+4.00 k_1 + 2.00 k_2 - 0.74 k_3 - 0.28 k_4 = +62''.0$$

$$+2.00 k_1 + 4.00 k_2 - 0.15 k_3 - 0.38 k_4 = +40.0$$

$$-0.74 k_1 - 0.15 k_2 + 0.63 k_3 + 0.14 k_4 = +16.0$$

$$-0.28 k_1 - 0.38 k_2 + 0.14 k_3 + 0.15 k_4 = +1.0$$

Po rozwiązaniu tych równań, otrzymałem:

$$k_1 = +26.4 \quad k_2 = -1.0 \quad k_3 = +56.0 \quad k_4 = +1.2.$$

A więc

$$(1) = +13''.6 \quad (5) = +26''.5$$

$$(2) = +3.6 \quad (7) = +29.1$$

$$(3) = +26.5 \quad (8) = -3.8$$

$$(4) = +5.1$$

Przyczem

$$(1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (7)^2 + (8)^2 = +2490$$

$$n_1 k_1 + n_2 k_2 + n_3 k_3 + n_4 k_4 = +2494$$

A więc ostatecznie wyrównane kąty będą:

$$1 = 39^{\circ} 18' 19'' \quad 5 = 65^{\circ} 45' 54''$$

$$2 = 29 \ 26 \ 59 \quad 6 = 66 \ 6 \ 57$$

$$3 = 57 \ 5 \ 51 \quad 7 = 20 \ 25 \ 54$$

$$4 = 27 \ 41 \ 15 \quad 8 = 54 \ 8 \ 51$$

Następnie

$$\triangle NGS \quad 3+4 \dots 84^{\circ} 47' 6'' \quad \overline{GS} = 10.271$$

$$5 \dots 65 \quad 45 \quad 54 \quad \overline{GN} = 9.405$$

$$2 \dots 29 \quad 26 \quad 59$$

$$\triangle NGH \quad 1+2 \dots 68 \quad 45 \quad 18 \quad \overline{NH} = 10.815$$

$$3 \dots 57 \quad 5 \quad 51 \quad \overline{GH} = 9.742$$

$$8 \dots 54 \quad 8 \quad 51$$

$$\triangle NSH \quad 4 \dots 27 \quad 41 \quad 15 \quad \overline{HS} = 6.749$$

$$5+6 \dots 131 \quad 52 \quad 51 \quad \overline{NH} = 10.815$$

$$7 \dots 20 \quad 25 \quad 54$$

$$\triangle GHS \quad 1 \dots 39 \quad 18 \quad 19 \quad \overline{HS} = 6.749$$

$$6 \dots 66 \quad 6 \quad 57 \quad \overline{GH} = 9.742$$

$$7+8 \dots 78 \quad 34 \quad 45$$

Przyjęto ostatecznie:

$$\overline{NS} = 5^m.071 \quad \overline{GH} = 9^m.742 \quad \overline{NE} = 8^m.352$$

$$\overline{NG} = 9.405 \quad \overline{GS} = 10.271 \quad \overline{SE} = 6.159$$

$$\overline{NH} = 10.815 \quad \overline{HS} = 6.749$$

4. **Orientacja sieci.** Do obliczenia współrzędnych prostokątnych punktów triangulacji potrzebny jest azymut chociażby jednego z boków. W tym celu wyznaczyłem z obserwacji astronomicznych słońca dnia 24 czerwca 1928 azymut krzyża na kościele św. Aleksandra, zaobserwowany ze słupa G; azymut ten wynosi:

$$A_{NW} = 15^{\circ} 19'.2.$$

Mając przytoczone wyżej kierunki na poszczególne punkty triangulacji, oraz wyrównane kąty, można już łatwo zorjentować całą sieć i wyznaczyć współrzędne prostokątne. Z odnośnych obliczeń otrzymałem:

$$X_N = + 6^m.640 \quad X_G = + 7^m.404 \quad X_H = - 1^m.933$$

$$Y_N = + 5.066 \quad Y_G = + 14.440 \quad Y_H = + 11^m.658$$

$$X_S = + 1.644 \quad X_E = - 0.001$$

$$Y_S = + 5.935 \quad Y_E = 0.000$$

Ostatnie dwie współrzędne oznaczają niezamknięcie się całej triangulacji—które, jak widzimy, jest bardzo małe.

Dane powyższe opierają się na pomiarach, dokonanych przez M. Bieleckiego w dniu 13 czerwca 1929; obliczenie triangulacji, dokonanej przez T. Karpowicza w dniu 7 grudnia 1928 dało, po wyrównaniu wyniki następujące:

$$X_N = + 5^m.721 \quad X_G = + 7^m.403 \quad X_H = - 1^m.946$$

$$Y_N = + 5.344 \quad Y_G = + 14.447 \quad Y_H = + 11.661$$

$$X_S = - 0^m.427 \quad X_E = + 0^m.001$$

$$Y_S = + 6^m.215 \quad Y_E = 0.000$$

Zauważę, że T. Karpowicz użył dłuższej bazy  $\overline{NS} = 6^m.211$ , przy czym punkty N i S były inne. T. Karpowicz ponadto nie był w stanie zmierzyć kątów 6 i 7, gdyż z punktu S nie udało się widzieć punktu H i odwrotnie. Średnio z dwóch triangulacji, przyjęto:

$$X_G = + 7^m.404 \quad X_H = - 1^m.940$$

$$Y_G = + 14^m.444 \quad Y_H = + 11^m.660$$

Współrzędne te odnoszą się do centrum E; jeżeli zaś odniesiemy je do starego centrum V, to otrzymamy:

$$X_G = + 7^m.590 \quad X_H = - 1^m.754 \quad \dots (*)$$

$$Y_G = + 14.404 \quad Y_H = + 11.620$$

Stąd

$$X_G = X_H + 9^m.344 \quad \dots \text{ dla epoki 1929}$$

$$Y_G = Y_H + 2.784$$

W poprzednich triangulacjach Warszawy znajdują się dane następujące (za początek współrzędnych przyjęto Zbór Ewangelicki):

	$X$	$Y$	
Kościół św. Aleksandra	$-1056^m.67$	$+745^m.71$	dane prof. E. Warchołowskiego
Wieża Wschodnia Obserw.	$-2415.17$	$+1112.83$	stare dane . . . (**)
Krzyż Szkoły Podchor.	$-2539.02$	$+973.42$	dane prof. E. Warchołowskiego

Przyjmując, iż Wieża Wschodnia koincyduje z punktem  $H$  (dalej zobaczymy, że to założenie jest ściśle tylko do 2—3 centymetrów), otrzymujemy z tych danych następujące wartości dla współrzędnych słupa  $G$ :

$$X_G = -2405^m.83$$

$$Y_G = +1115.61$$

A stąd kierunek na kościół św. Aleksandra, wzięty ze słupa  $G$ , wyniesie:

$$A'_{NW} = 15^\circ 19' 9.$$

Obliczając zaś zbieżność południków ze wzoru

$$\delta = [2] \cdot s \cdot \sin \alpha \operatorname{tg} \varphi = [2] \cdot Y \cdot \operatorname{tg} \varphi = \lg \frac{z}{p} \cdot Y \operatorname{tg} \varphi.$$

gdzie przyjęto  $\varphi = 52^\circ 13'$  dla średniej szerokości Warszawy — otrzymamy ostatecznie

$$A_{NW} = 15^\circ 19'.6$$

co zgadza się z bezpośrednim wyznaczeniem astronomicznym, i dowodzi, że orientacja sieci została wykonana dostatecznie prawidłowo.

Zauważę tutaj, iż dla współrzędnych Wieży Wschodniej Obserwatorium przyjąłem dane z poprzednich triangulacji Warszawy; są one oznaczone przez (\*\*). Nie mogłem, niestety, przyjąć dla Wieży Wschodniej danych, przytoczonych w najnowszej triangulacji Warszawy, dokonanej z wielką dokładnością pod ogólnym kierownictwem prof. E. Warchołowskiego (v. Przegląd Mierniczy, Nr. 6/7, 1928). Uczyniłem to z tego powodu, że w tej ostatniej triangulacji obserwowano nie sam środek Wieży Wschodniej (centrum  $H$ ) — lecz niesymetryczną kopułę wschodnią, składającą się z dwóch części, wchodzących jedna do drugiej; wskutek tego, przy obserwacjach z różnych punktów Warszawy, zostały wzięte

kierunki nie na ten sam punkt wieży wschodniej. Różnice współrzędnych wynoszą:

$$X_A - X_{WW} = +1358^m.44 \quad Y_A - Y_{WW} = -367^m.05 \quad \dots \text{ w systemie (**)}$$

$$X_A - X_{WW} = +1358.08 \quad Y_A - Y_{WW} = -367.21 \quad \dots \text{ w syst. prof. E. W.}$$

**5. Wyznaczenie położenia pawilonów.** Dla wyznaczenia współrzędnych pawilonów astronomicznych, znajdujących się na podwórzu Obserwatorium, obserwowano je w dniu 6 lipca 1929 z dwóch punktów  $A$  i  $B$  (v. rys. 3), położonych na balustradzie balkonu wschodniego Obserwatorium. Punkty te — zarówno jak punkty  $C$  i  $D$ , położone na balustradzie balkonu zachodniego — były nawiązane do punktów  $N$  i  $S$ , leżących prawie na głównym południku Obserwatorium, przechodzącym przez  $E$ . Z punktów  $C$ ,  $D$  i  $S$  zaobserwowano ponadto krzyż  $P$  na kaplicy Szkoły Podchorążych.

Bezpośrednie wyniki pomiarów są następujące:

$$\overline{NE} = 9^m.490 \quad 1 = 89^\circ 19' 38'' \quad 5 = 69^\circ 11' 10''$$

$$\overline{ES} = 14.785 \quad 2 = 99 52 43 \quad 6 = 119 39 42$$

$$\overline{AB} = 11.3325 \quad 3 = 111 10 48 \quad 7 = 98 18 30$$

$$\overline{CD} = 9.7415 \quad 4 = 59 39 10 \quad 8 = 72 49 55$$

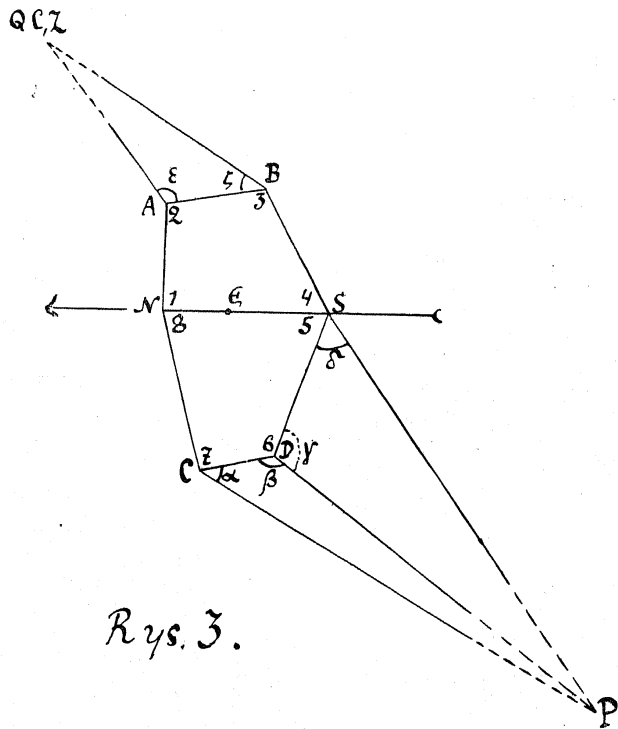
Kąty  $\epsilon$  i  $\zeta$  przy obserwacjach pawilonów okazały się następujące:

	$\epsilon$	$\zeta$
Pawilon kwadratowy . . . Q	120° 15'.0	40° 4'.9
„ środkowy . . . C	118 32.9	45 10.1
„ wschodni . . . Z	107 45.1	55 15.8

Na kąty  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  — przy obserwacjach Szkoły Podchorążych z punktów  $C$ ,  $D$ ,  $S$  — otrzymałem następujące wartości:

$$\alpha = 48^\circ 13'.4 \quad \gamma = 111^\circ 10'.6$$

$$\beta = 129 9.7 \quad \delta = 61 51.7$$



Rys. 3.

W toku obliczeń okazało się jednak, że linia  $NS$  nie koincyduje z południkiem, lecz tworzy z nim bardzo mały kąt  $2'.7$  w kierunku  $NE-SW$ . Po wprowadzeniu odnośnej poprawki i po wyrównaniu kątów figury  $NABSDCN$ , znalazłem następujące wartości współrzędnych punktów triangulacji, w odniesieniu do centrum  $E$  narzędzia Ertela:

Pawilon kwadratowy $Q$	+ 22 <sup>m</sup> .993	+ 36 <sup>m</sup> .890
„ środkowy $C$	+ 26 .757	+ 42 .815
„ wschodni $Z$	+ 23 .655	+ 48 .567
Słup na balk. połudn. $\Sigma$	- 13 .255	+ 2 .131
Krzyż Szkoły Podch. $P$	- 125 .775	- 127 .658

Jest oczywiste, iż współrzędne punktu  $P$  nie mogły być wyznaczone tak dokładnie, jak współrzędne innych punktów, a to ze względu na zbyt małą bazę (przy obliczeniach wzięto wyrównaną bazę  $\overline{CS}$ ).

Odnosząc współrzędne punktów  $G, P, H$  do centrum  $V$ , otrzymamy tablicę następującą:

	$G$	$P$	$H$
$X =$	+ 7 <sup>m</sup> .59	- 125 <sup>m</sup> .59	- 1 <sup>m</sup> .75
$Y =$	+ 14 .40	- 127 .70	+ 11 .62

Stąd

$$\left. \begin{aligned} X_H - X_P &= + 123<sup>m</sup>.84 \\ Y_H - Y_P &= + 139 .32 \end{aligned} \right\} \dots \text{według danych naszej triangulacji.}$$

Ale z systemu (\*\*) i triangulacji Prof. *E. Warchałowskiego* otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} X_H - X_P &= + 123<sup>m</sup>.85 \\ Y_H - Y_P &= + 139 .41 \end{aligned} \right\}$$

a więc zgoda z naszą triangulacją jest zupełnie dobra.

Dane ostatnie nie są jednak jednorodne, ponieważ odnoszą się one do różnych triangulacji, ale dla naszego celu nie ma to wielkiego znaczenia — gdyż mieliśmy zamiar wyznaczyć głównie współrzędne centrów Obserwatorium.

Zauważę, iż z danych powyższych wynika dla odległości słupa  $\Sigma$  od krzyża  $P$  Szkoły Podchorążych wartość:

$$\overline{\Sigma P} = 171<sup>m</sup>.78$$

**6. Wyniki triangulacji.** Zestawiając współrzędne (\*) obecnego centrum  $H$  wieży wschodniej z temi współrzędnymi, które wyznaczył *A. Prażmowski* w r. 1845, a mianowicie:

$$X_{1845}^H = - 1<sup>m</sup>.722,$$

$$Y_{1845}^H = + 11 .609,$$

a które były przyjmowane do końca ubiegłego stulecia, otrzymamy różnice następujące:

$$X_{1929}^H - X_{1845}^H = - 0<sup>m</sup>.032$$

$$Y_{1929}^H - Y_{1845}^H = + 0 .011$$





1923—1927“, wydrukowanym w tomie V Rocznika Astronomicznego Obserwatorium Krakowskiego na r. 1928. Jako główny reper, służyła marka w postaci trójkąta, umieszczona na północnej stronie gmachu Obserwatorium. Według ścisłej niwelacji, dokonanej pod kierownictwem prof. E. Warchałowskiego, marka ta jest położona *wyżej* zera wodowskazu Wisły (przy moście Kierbedzia w Warszawie) o

+ 33.637 metrów.

Przyjmując prowizorycznie, iż zero wodowskazu Wisły położone jest *wyżej średniego poziomu* morza Bałtyckiego i Czarnego o

+ 77.695 metrów,

otrzymałem w wyniku niwelacji 1927—1929 następujące przewyższenia różnych centrów i punktów Obserwatorium nad marką  $\Delta$ , nad terenem podwórza, nad zerem wodowskazu Wisły oraz nad średnim poziomem morza:

Nr	NAZWA PUNKTU (PRZYRZĄDU) i jego położenie.	Wysokość nad marką $\Delta$ Obserwat.	Wysokość nad powierzchnią ziemi	Wysokość nad zerem wodowsk. Wisły	Wysokość nad średn. poziomem morza
1	Marka w postaci trójkąta $\Delta$ . . . . .	0.000	1.23	33.637	111.332
2	Marka <i>D</i> w westibulu . . . . .	0.850	2.08	34.487	112.182
3	Marka <i>S</i> przy barometrze . . . . .	9.272	10.50	42.909	120.604
4	Posadzka sali gł. (centry <i>P, E, V, K</i> )	8.086	9.32	—	119.418
5	Górn. powierz. słupa $\Sigma$ na balk. połud.	9.040	10.27	42.677	120.372
6	Górn. powierz. słupa <i>G</i> na tar. wsch. .	17.700	18.93	51.337	129.032
7	Heliograf (w zimie) . . . . .	9.17	10.40	—	120.50
„	Heliograf latem . . . . .	20.23	21.46	—	131.56
8	Wiatromierz Wilda, środek deszczki .	19.17	20.40	—	130.50
9	Aremorumbograf Fuessa, czaszki . .	20.99	22.22	—	132.32
10	Pawilon kwadratowy, pow. słupa <i>Q</i>	0.21	1.44	—	111.54
11	Pawilon środkowy „ „ <i>C</i>	0.07	1.30	—	111.40
12	Pawilon wschodni „ „ <i>Z</i>	1.13	2.36	—	112.46
13	Wieża wschodnia, powierz. słupa <i>H</i>	17.42	18.65	—	128.75
14	Wieża zachodnia „ „ <i>M</i>	17.08	18.31	—	128.41

Wszystkie wysokości są wyrażone w metrach. Dane ostatniej kolumny mogą ulec pewnej zmianie, jednakowej dla wszystkich punktów, po ukończeniu niwelacji ścisłej na odcinku Warszawa—Toruń, a więc po dokładnym powiązaniu marki na moście Kierbedzia—z zerem futsztoka morza Bałtyckiego; można być pewnym jednak, że zmiana ta nie przekroczy 1—1½ metra.

Na zakończenie, składam serdeczne podziękowanie p. T. Karpowiczowi, który z wielką precyzją dokonał triangulacji sali głównej i tarasu górnego, oraz p. M. Bielińskiemu, który bardzo mi dopomógł w ponownym wykonaniu tych triangulacji, a szczególnie triangulacji pawilonów i niwelacji różnych punktów Obserwatorium.

M. Kamiński.

Warszawa,  
Obserwatorium U. W.  
Lipiec 1929.

## Zusammenfassung.

Vorliegender Artikel enthält die Ergebnisse der Triangulation und der Nivellierung, welche in dem Zeitraum 1927 — 1929 angestellt wurden, zwecks Reduktion der Zentra der Instrumente und Beobachtungssäulen auf das Hauptzentrum der Warschauer Sternwarte, sowie zwecks Bestimmung der Höhe dieser Punkte über dem Meeresniveau und auch über dem mittleren Weichselniveau. Als Hauptzentrum  $V$  der Sternwarte wählte man den Vertikalkreis, welcher bis zum Jahre 1886 in der Mitte des Hauptsaaes der Sternwarte aufgestellt war. Die Koordinaten  $X$ ,  $Y$ , sowie  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\lambda$  der erwähnten Punkte sind in Bezug auf dieses Zentrum angegeben. Die astronomischen Koordinaten dieses Hauptzentrums sind:

$$\Phi = 52^{\circ} 13' 4''.60$$

$$\Lambda = 1^{\text{h}} 24^{\text{m}} 7^{\text{s}}.245.$$

In der Tafel auf Seite 17 bezeichnen die benutzten Symbole:

- $V$  — Hauptzentrum der Sternwarte.
- $E$  — neuer (J. 1886) Meridiankreis von Ertel.
- $P$  — Passageinstrument der Firma Reichenbach aus dem J. 1816.
- $K$  — Meridiankreis " " " " "
- $M$  — westlicher Turm (Refraktor der Firma Merz).
- $H_{1845}$  — östlicher Turm (gemäss der Triangulation des Jahres 1845).
- $H_{1929}$  — " " (jetzt — Refraktor der Firma Heyde).
- $G$  — Eisenbetonsäule auf der oberen östlichen Terasse.
- $\Sigma$  — " " " südlichen Terasse.
- $Q$  — Quadratpavillon.
- $C$  — Zentrallpavillon (Refraktor der Firma Cooke).
- $Z$  — östlicher Pavillon (Zenithteleskop).

Die Höhe des Barometergefässes der Sternwarte über der Erdoberfläche beträgt 10.5 Meter, und über dem mittleren Niveau des Baltischen und des Schwarzen Meeres 120.60 Meter.

D. POMPEIU.

## Sur la condition des accélérations dans le mouvement d'un fluide incompressible.

O warunku przyspieszeń w ruchu płynu nieściśliwego.

1. En Hydrodynamique pour écrire les équations du mouvement d'un fluide on se sert du principe de d'Alembert et, habituellement, on exprime que le fluide est en équilibre sous l'action des forces données (ou appliquées) et sous l'action des forces d'inertie.

Mais, à y regarder d'un peu plus près, en écrivant seulement les relations relatives à l'équilibre on exprime une partie seulement du principe de d'Alembert: celle qui utilise la Statique du système matériel considéré; mais pour traduire complètement la célèbre proposition, telle qu'elle a été énoncée par son auteur, il faut ajouter encore la condition (des accélérations) qui résulte de la Cinématique du système.

D'une façon précise:

Nous plaçant dans la cas des deux dimensions, soient:

$$\rho X, \rho Y$$

les projections sur les axes, de la force appliquée, rapportée à l'unité d'aire; ensuite

$$\rho \frac{d^2x}{dt^2} = \rho X_1, \quad \rho \frac{d^2y}{dt^2} = \rho Y_1$$

les projections, sur les axes, de la force effective (la force d'inertie est la force effective changée de signe).

Maintenant, si nous posons

$$(1) \quad \begin{aligned} X &= X_1 + X_2, \\ Y &= Y_1 + Y_2, \end{aligned}$$