



Mnożąc te równości odpowiednio przez  $B_n, B_{n-1} \dots 1$ , i dodając je następnie stronami odpowiedniami, otrzymujemy, po uwzględnieniu tożsamości (3), równanie

$$B_{k+n} x^{k+n} - B_1 x^{k+n-1} + B_2 x^{k+n-2} - \dots + (-1)^n B_n x^k = 0$$

Kładąc tu kolejno za  $k$  liczby  $k, k+1, \dots, k+n-1$ , znajdziemy  $n$  równań, które wraz z równaniem (2) dadzą układ  $n+1$  równań następujących:

$$x^{k+n} - B_1 x^{k+n-1} + B_2 x^{k+n-2} - \dots + (-1)^n B_n x^k = 0$$

$$x^{k+n+1} - B_1 x^{k+n} + B_2 x^{k+n-1} - \dots + (-1)^n B_n x^{k+1} = 0$$

$$x^{k+n+2} - B_1 x^{k+n+1} + B_2 x^{k+n} - \dots + (-1)^n B_n x^{k+2} = 0$$

$$\dots$$

$$x^{k+2n-1} - B_1 x^{k+2n-2} + B_2 x^{k+2n-3} - \dots + (-1)^n B_n x^{k+n-1} = 0$$

Rugując z tych równań  $n$  współczynników  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , dochodzimy do równania

$$\begin{vmatrix} x^{k+n} & , & x^{k+n-1} & , & x^{k+n-2} & \dots & 1 \\ x^{k+n+1} & , & x^{k+n} & , & x^{k+n-1} & \dots & x^k \\ x^{k+n+2} & , & x^{k+n+1} & , & x^{k+n} & \dots & x^{k+1} \\ \dots & & \dots & & \dots & & \dots \\ x^{k+2n-1} & , & x^{k+2n-2} & , & x^{k+2n-3} & \dots & x^{k+n-1} \end{vmatrix} = 0, \quad (5)$$

którego pierwiastki są tém bliższymi pierwiastków  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , równania danego (1), im większa jest liczba całkowita  $k$ . Dla  $k = \infty$  pierwiastki równania (5) są ściśle równe  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Przez podzielenie równania (1) przez równanie (5) otrzymamy wprost tak nazwany czynnik *główny* metody teleologicznej Wrońskiego. Równanie (5) stanowi czynnik *dopełniający*.

3. Wывód niniejszy jasno wskazuje, że uwzględnienie twierdzenia o czynniku „podstawowym“ nie jest wcale koniecznym, że więc twierdzenie to nie ma tego znaczenia zasadniczego w metodzie teleologicznej, jakie przypisywał mu Wroński; owszem, droga niniejsza daleko prościej i łatwiej prowadzi do celu. Rozumiemy teraz dla czego Wroński przypisywał taką doniosłość czynnikowi „podstawowemu“. Pochodziło to, jak widzimy, stąd, że z powodu zawilgłej symbolistyki, którą dziś tak doskonale zastępujemy algorytmem wyznaczników, Wroński nie podał rozwiniętego wyrażenia na czynnik główny lub dopełniający dowolnego stopnia,

a wskazał tylko na czynnik podstawowy, jako na wspólne źródło, z którego kolejne czynniki różnych stopni za pomocą odpowiednich przekształceń otrzymywać można.

Jaką drogą doszedł Wroński do odkrycia swojej metody? Czy była to droga prób, analogią wsparta, czy też droga dedukcyi z ogólniejszej jakiejś zasady? O ile poznać mogliśmy ducha metod Wrońskiego, należy przechylić się do drugiego przypuszczenia, które zresztą stwierdzają niejednokrotnie słowa samego Wrońskiego w rozmaitych ustępach jego pracy. W samej rzeczy, metoda teleologiczna co do istoty swęj wchodzi w zakres tak zwanego „tworzenia neutralnego“ (génération neutre), stanowiącego zasadę główną w najważniejszych badaniach analitycznych Wrońskiego, a polegającą na stopniowém zbliżaniu się do szukanych funkcji za pomocą wyrażen, coraz dokładniej odtwarzających ich naturę<sup>1)</sup>. Ta właśnie zasada doprowadziła prawdopodobnie Wrońskiego do metody teleologicznej, i to jest, jak sądzimy, przyczyna, dla której porównyując swoje rezultaty z pierwotną metodą Daniela Bernoulli'ego wyrzekł, że ta ostatnia, po za rozwinięciem wskazanem przez Eulera, nie nadawała się w żaden sposób do dalszych uogólnień. Nam się zdaje, że właśnie w metodzie teleologicznej Wrońskiego i w pokrewnęj metodzie Jacobi'ego znalazła ona rozwinięcie i udoskonalenie.

Warszawa, w październiku 1891 r.

<sup>1)</sup> Przedstawimy ją w dalszym ciągu naszego studjum o „Prawie najwyższém“ półrówn. „Prace mat. fiz.“ tom II, str. 141—168.