

Zawiadujący Pracownią oznaczał objętości cząsteczkowe i łamliwość cząsteczkową związków azotu z tlenem oraz przeprowadzał studia porównawcze nad ozonizatorami znanymi i ozonizatorem własnego pomysłu. Badania te niebawem będą ogłoszone drukiem.

Na zakończenie dodać wypada, że zasoby Pracowni okazały się użyteczność zarówno w przygotowaniu odczytów na dochód Kasy imienia Dr J. Mianowskiego, jak i w demonstrowaniu wykładów o elektryczności, które Zawiadujący prowadził w sekcji technicznej Tow. Popierania Przemysłu i Handlu.

Warszawa, w lutym r. 1892.

SPRAWOZDANIA Z PIŚMIENNICTWA POLSKIEGO

W DZIEDZINIE NAUK MATEMATYCZNO-FIZYCZNYCH.

ROK 1890.

I. MATEMATYKA.

1. **Baraniecki M. A.** *O pewnym wnioskowaniu analitycznym w tomie I tego wydawnictwa.* Prace mat.-fiz., tom II, str. 220—222.

Autor zastanawia się nad analityczną stroną rozumowania, użytego przez p. Gosiewskiego w artykule: „O prawdopodobieństwie błędów przypadkowych“ (Prace mat.-fiz., t. I) i stawia zarzut wnioskowaniu, według którego pewne dwa równania, do których dochodzi w wywodzie swym p. Gosiewski, mają być tożsamościowe.

W przypisku do tego artykułu uznaje p. Gosiewski słuszność podniesionego zarzutu.

S. D.

2. **Ciemniewski M.** *Z dziedziny rachunku całkowego.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 228—242.

Artykuł składa się z dwóch części. W pierwszej: „O pewnym sposobie redukcji całek wielokrotnych“ podaje autor sposób redukcji całki

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} f(x+y) dx dy$$

za pomocą podstawień

$$x + y = \xi, \quad y = \eta;$$

całki

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt[n]{1-x^n}} f(x^n + y^n) dx dy$$

za pomocą podstawień

$$x^m + y^n = \xi, \quad y^n = \eta;$$

wreszcie ogólnie całki

$$\int \int \dots \int (x_1^{m_1} + x_2^{m_2} + \dots + x_n^{m_n}) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

z warunkami dla granic

$$x_1^{m_1} + x_2^{m_2} + \dots + x_n^{m_n} \leq 1,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0,$$

za pomocą podstawień

$$x_1^{m_1} + x_2^{m_2} + \dots + x_n^{m_n} = \xi_1,$$

$$x_2^{m_2} = \xi_2, \quad x_3^{m_3} = \xi_3 \dots x_n^{m_n} = \xi_n$$

i stosuje metodę tę do kilku przykładów.

W części drugiej: p. t. „O rozwinięciu całki oznaczonej na szereg“ otrzymuje autor wyrażenia całki oznaczonej przez rozwinięcie na szereg Maclaurina funkcji, znajdującą się pod znakiem całkowania. Jeżeli

$$\omega = \int_a^b f(x) dx,$$

to rozwijając funkcję $f(x)$ według szeregu Maclaurina, znajduje

$$\omega = \sum_{i=0}^{i=\infty} \frac{b^{i+1} - a^{i+1}}{(i+1)!} f^{(i)}(0),$$

i stosuje tę metodę do całek

$$\int_{-1}^{+1} x e^x dx, \quad \int_{\mu-v}^{\mu+v} x e^x dx.$$

S. D

3. **Dickstein S.** *Dopełnienie artykułu „O metodzie teleologicznej Hoene-Wrońskiego rozwiązywania równań algebraicznych“.* Rozpr. i Spr. Ak. Um. tom XX, str. 287—291.

Metoda Jacobi'ego, wyłożona w ustępie piątym jego rozprawy „Observatiunculae ad theoriā aequationum pertinentes (Crelle-Journal, XIII 1835), rozwiązuje w zupełności zagadnienie Fouriera. Jak autor spostrzega, jest ona w gruncie rzeczy identyczną z metodą Wrońskiego, podaną w r. 1827 i rozwiniętą w 1847. Opierając się w tej rozprawie Jacobi'ego, autor podaje dowód metody teleologicznej, nie pozostawiający nic do życzenia pod względem prostoty. Dość przytoczyć, że czynnik główny stopnia n -go otrzymuje się tu pod postacią wyznacznika stopnia $n+1$, mającego w wierszu pierwszym potęgę:

$$x^n, x^{n-1}, \dots, x, 1,$$

w wierszu drugim: funkcje alef od rzędu $k+n$ do rzędu k włącznie, w wierszu trzecim: funkcje alef od rzędu $k+n+1$ do rzędu $k+1$ włącznie, i t. d. W mierze jak skażnik k rośnie, pierwiastki czynnika stopnia n -go zbliżają się coraz więcej do n pierwiastków równania, bezwzględnie największych.

Wł. G.

4. **Dickstein S.** *Kanony logarytmów Hoene-Wrońskiego.* Warszawa, 1890, 80 str. III i 30, tablic 6.

Kanony Wrońskiego pojawiają się w wydaniu polskim poraz pierwszy; sam Wroński wydał je po francusku w r. 1827.

Tablice poprzedzone są krótkim wstępem, obejmującym teorią kanonów, ich układ i sposób użycia. Nie jest to tłumaczenie dosłowne tekstu Wrońskiego, ale uproszczony wykład i opis kanonów, uzupełniony przykładami na szukanie liczby, odpowiadającej danemu logarytmowi, który ch w oryginale niema.

Wyższość kanonów Wrońskiego nad zwykłymi tablicami logarytmowymi polega na znakomitej oszczędności miejsca do tego stopnia, że, jak sam twórca kanonów obliczył, kanon 7-cyfrowy zajmuje tylko 78-ą część tablic logarytmowych Bordy. W użyciu jednak tablic logarytmowe zwykle są łatwiejsze, z powodu krótszej i prostszej manipulacji.

Kanon nr 1 zawiera logarytmy 4-cyfrowe, kanony: nr 1 bis, nr 2 i nr 3 — logarytmy 5-cyfrowe, kanon nr 3 bis — logarytmy 6-cyfrowe, a kanon nr 4 — logarytmy 7-cyfrowe.

Wł. G.

5. **Dickstein S.** *Tablica logarytmów Hoene-Wrońskiego.* Warszawa 1890, S^o, str. 15 i jedna tablica.

Jest to skrócone wydanie poprzedzającego, ograniczające się do kanonu nr 3, obejmującego liczby i logarytmy 5-cyfrowe. Tablica poprzedzona jest opisaniem kanonu i sposobu jego użycia, za pomocą stosowania dobranych przykładów.

Wł. G.

6. **Dickstein S.** „O prawie najwyższem“ *Hoene Wrońskiego w matematyce.* Artykuł pierwszy. Prace mat.-fiz., t. II, str. 145—168.

W r. 1810 przedstawił Wroński Instytutowi francuskiemu rozprawę, mającą za przedmiot rozwinięcie funkcji $f(x)$ na szereg

$$f(x) = A_0 \Omega_0 + A_1 \Omega_1 + A_2 \Omega_2 + \dots,$$

w którym $\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2, \dots$ są funkcjami zmiennej x dowolnymi, a $A_0, A_1, A_2, \dots$ liczbami stałymi, zależnymi od natury funkcji $f(x), \Omega_0, \Omega_1, \Omega_2, \dots$. Zadanie polegało na oznaczeniu współczynników $A_0, A_1, A_2, \dots$, które Wroński formalnie wyznaczył, a otrzymany w ten sposób szereg $f(x)$ nazwał „prawem najwyższem“. Lwia jednak część zadania, a mianowicie warunki zbieżności szeregu $f(x)$, pozostały nieoznaczonymi.

Autor wyjaśnia najprzód sposób Wrońskiego otrzymania współczynników, który następnie upraszcza według E. Westa. Dalej wyklada warunki stosowności „prawa najwyższego“, tak jak je podał Wroński. Dalej sposób Ch. Lagrange'a i wynikające stąd warunki zbieżności szeregu. Następnie zastosowanie „prawa najwyższego“ do rozwijania funkcji według potęg innej funkcji, według szeregów Bürmana i Lagrange'a. Nareszcie kończy autor swoją pracę tak zwanem „zagadnieniem powszechnem“ Wrońskiego, dającem się rozwiązać przy pomocy „prawa najwyższego“. Zagadnienie to jest następujące. Z równania

$$0 = f(x) + x_1 f_1(x_1) + x_2 f_2(x_2) + \dots,$$

w którym $x_1, x_2, \dots$ są liczby znane, a $f, f_1, f_2, \dots$ są funkcje znane, oznaczyć niewiadomą x lub daną funkcją $F(x)$ tej niewiadomej.

Wł. G.

7. **Gosiewski Wł.** *Dowód prawa Gaussa, które dotyczy błędów przypadkowych.* Prace mat.-fiz., tom II, str. 223—227.

W poszukiwaniach, mających na celu ściśle uzasadnienie prawa Gaussa, dotyczącego błędów przypadkowych, autor oparł się tym razem na pewniku, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu jest funkcją ciągłą błędu, od niewiadomej wyraźnie niezależną i dającą się względem tej niewiadomej różniczkować, oraz na twierdzeniu, że prawdopodobieństwo P popełnienia błędów $x-x_1, x-x_2, \dots, x-x_n$, wyrażające się iloczynem

$$\varphi(x-x_1) \cdot \varphi(x-x_2) \cdot \dots \cdot \varphi(x-x_n),$$

gdzie $\varphi(x-x_\mu)$ jest prawdopodobieństwem błędu $x-x_\mu$, ma taką samą wartość, jak prawdopodobieństwo osiągnięcia sumy

$$n\varepsilon = (x-x_1) + (x-x_2) + \dots + (x-x_n).$$

Oznaczając przez $\psi(\varepsilon)$ prawdopodobieństwo popełnienia błędu ε , otrzymuje stąd autor

$$P = [\psi(\varepsilon)]^n;$$

wynik ten, na co zwrócił uwagę p. Rusjan (Prace mat. III), w ogóle nie jest zgodny z prawdą i dlatego droga niniejsza do celu nie prowadzi. Skutkiem tego w tomie niniejszym podał p. Gosiewski zupełnie nową metodę wywodu prawa Gaussa.

S. D.

8. **Gosiewski Wł.** *Zastosowanie sposobu najmniejszych kwadratów do rozwiązania pewnego praktycznego zadania.* Wszechświat, tom IX, str. 202—204.

9. **Gosiewski Wł.** *O znaczeniu odpowiedzi prawdopodobnych.* Wszechświat, tom IX, str. 234—235.

Z powodu obliczeń statystycznych, przez p. Danielewicza wykonanych (porównanie rozkładu procentowego ludności izraelskiej oraz książeczek oszczędnościowych na cyrkule m. Warszawy), autor okazuje, jak w zadaniach podobnych należy stosować metodę najmniejszych kwadratów. W drugim artykule tłumaczy, jak powstaje i co oznacza odpowiedź *prawdopodobna* na pewne zadanie; tłumaczy, że, z samego założenia rzeczy, odpowiedź *prawdopodobna* jest tylko najprawdopodobniejszą ze względu na znane warunki zadania; gdy jednak warunki te nie są jedynymi (skoro uciekamy się do pomocy teorii prawdopodobieństwa), może ona przeto zawsze być całkiem nieprawdziwą ze względu na pozostałe warunki zadania, których nie znamy.

W. N.

10. **Grzybowski G.** *Początki o powierzchniach skośnych (spaczonych). Przyczynek do nauki wykreślnej geometrii w szkole realnej.* Sprawozdanie dyrekcji c. k. szkoły realnej w Tarnopolu za rok szkolny 1889/90, XV, str. 1—10.

Praca obejmuje dokończenie rozprawy, pod powyższym tytułem zamieszczonej w XII i XIV Sprawozdaniu. Autor mówi o spaczonym walcu, to jest o powierzchni, utworzonej ruchem linii prostej (rodzącej) po dwóch liniach krzywych, nie na jednej płaszczyźnie leżących, gdy taż linia prosta (rodząca) jest wciąż równoległą do płaszczyzny zwaną podstawną; zajmuje się przekrojami płaskimi spaczonego walca i sposobami wykreślenia płaszczyzny stycznej do niego; w szczególności rozbiiera płaską spaczoną powierzchnią śrubową, stanowiącą rodzaj spaczonego walca.

A. Cz.

11. **Kępiński S.** *Własności szczególnych trójkątów trójkąta.* Prace mat.-fiz., tom II, str. 169—219.

Jeżeli punkt dowolny trójkąta połączymy z jego wierzchołkami, natenczas proste te wyznaczają na bokach trójkąta trzy punkty, które połączone prostymi z punktami przecięcia się dowolnej linii prostej, na płaszczyźnie trójkąta poprowadzonej, z bokami trójkąta, wyznaczają na innych bokach sześć takich punktów, iż proste, łączące je z wierzchołkami trójkąta, przecinają się po trzy w dwóch punktach. Otóż te dwa punkty i punkt dany przedstawiają szczególną trójkę punktów trójkąta. Wykazanie własności tych punktów jest przedmiotem rozprawy p. Kępińskiego. Własności, które podaje, dają się zastosować do innej trójki punktów: punktu Lemoine'a i dwóch punktów Brocarda; punkt Lemoine'a określa się jako punkt trójkąta, dla którego suma kwadratów odległości od boków trójkąta jest minimum; punkty Brocarda są takie, iż proste, przechodzące przez nie i przez wierzchołki trójkąta, tworzą z jego bokami odpowiednio kąty równe.

Autor w § I swęj rozprawy zajmuje się roztrząsaniem analitycznym własności ogólnych trójki punktów. Przedewszystkiem dowodzi, że proste, łączące wierzchołki trójkąta z punktami przecięcia się prostych, powstałych z połączenia punktów K_a, K_b, K_c (przecięć prostych, przez wierzchołki trójkąta i punkt dowolny poprowadzonych, z bokami trójkąta) i prostych, z tychże punktów K_a, K_b, K_c poprowadzonych do punktów przecięcia się dowolnej linii prostej z bokami trójkąta, przecinają się po trzy w dwóch punktach. Następnie, że sześć punktów, powstałych z przecięcia się prostych, łączących punkty K_a, K_b, K_c z punktami przecięcia się dowolnej prostej z bokami trójkąta, leży na jednym przecięciu stożkowym. Potem rozbiera przypadek, gdy punkt dowolny zmienia swoje położenie, prosta zaś dowolna zajmuje toż samo położenie, i przypadek odwrotny, gdy prosta dowolna zmienia swoje położenie, punkt zaś dowolny pozostaje w tém samym położeniu; w każdym z tych przypadków wykazuje własności trójki punktów.

W § II rozważa szczególny przypadek, gdy punkt dowolny jest tego rodzaju, że jego współrzędne trójkątne są proporcjonalne odpowiednio do boków trójkąta danego, a prosta dowolna jest w nieskończoności. W ten sposób określony punkt jest punktem Lemoine'a. Dowodzi, że proste, łączące punkt Lemoine'a z wierzchołkami trójkąta, dzielą jego boki przeciwległe na odcinki w stosunku kwadratów boków przyległych. Ponieważ prosta dowolna jest w nieskończoności, więc pozostałe punkty z rozważanej w § I trójki punktów są punktami Brocarda. Uzasadnia, że przecięcie stożkowe, opisane na trójkącie danymi przechodzące przez oba punkty Brocarda, jest hyperbolą; że przez sześć punktów przecięcia się boków trójkąta z równoległymi, do nich poprowadzonymi przez punkt Lemoine'a, daje się poprowadzić koło, zwane kołem Lemoine'a. Jeżeli wierzchołki trójkąta A, B, C połączymy z punktami ω i ω' Brocarda, to z przecięcia prostych

$A\omega, B\omega, C\omega$ odpowiednio z prostymi $C\omega', A\omega', B\omega'$ powstanie trójkąt B_1, C_1, A_1 , który się zowie pierwszym trójkątem Brocarda; z przecięcia się zaś prostych $B\omega, C\omega, A\omega$, odpowiednio z prostymi $C\omega', A\omega', B\omega'$ powstanie trójkąt, który się zowie drugim trójkątem Brocarda. Przecięcie stożkowe, opisane na pierwszym trójkącie Brocarda a przechodzące przez punkty Brocarda jest kołem; koła Lemoine'a i Brocarda są współśrodkowe. Prosta, łącząca punkt Lemoine'a za środkiem koła opisanego na trójkącie, jest średnicą koła i jest prostopadła do prostej w punkcie, dzielącej na połowę jej odcinek, zawarty między punktami Brocarda. Na podstawie tej własności daje się łatwo wykreślić koło Brocarda. Kąt $\omega'BC = \omega'CA = \omega'AB = \alpha$ i $\omega BC = \omega BA = \omega AC = \alpha$; ten kąt zowie się kątem Brocarda. Autor wyprowadza związek, podany przez Clarke'a w r. 1849: $\sin^3 \alpha = \sin(A - \alpha) \sin(B - \alpha) \sin(C - \alpha)$; A, B, C są kątami trójkąta, określającego kąt Brocarda. Dowodzi, że trójkąt pierwszy Brocarda i trójkąt dany mają wspólny środek ciężkości. Jeżeli przez punkty przecięcia się koła opisanego na trójkącie z prostymi, łączącymi jego środek ciężkości z wierzchołkami, poprowadzimy równoległe do boków trójkąta, otrzymamy trzy punkty przecięcia tego koła z owymi równoległymi takie, iż trzy proste, łączące je z wierzchołkami trójkąta, przecinają się w punkcie Lemoine'a, która to własność służy do wyznaczenia punktu Lemoine'a dla danego trójkąta. Autor dowodzi własności, dostrzeżonej przez Kiepert'a w r. 1869, że jeżeli na bokach trójkąta, jako na podstawach, wystawimy trójkąty równoramienne podobne, to każde trzy proste, łączące wierzchołki trzech takich trójkątów sobie odpowiadających z wierzchołkami przeciwległymi trójkąta, przecinają się w jednym punkcie; miejscem zaś geometrycznym takich punktów jest hyperbola równoboczna.

W § III autor wyprowadza różne własności punktów Lemoine'a i Brocarda, które nie są szczególnymi przypadkami własności trójki punktów, rozważanych w § I.

W końcu rozwiązuje zadania: 1) wykreślić trójkąt, mając dwa jego boki b i c i odcinek AK_a , gdzie K_a jest punktem przecięcia się boku BC z prostą, łączącą wierzchołek A z punktem Lemoine'a, 2) wykreślić trójkąt, gdy dany jest jego bok BC , odcinek AK_a i środkowa AE_a , 3) wykreślić trójkąt, mając dane dwa jego wierzchołki i jeden z punktów Brocarda i 4) wykreślić trójkąt, mając dwa jego wierzchołki i punkt Lemoine'a.

A. Cz.

12. **Kretkowski Wł.** *Pzyczynik do teoryi eliminacji.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 21—32.

Autor podaje tu metodę otrzymywania równania, dającego pierwiastki wspólne dwóm danym wielomianom, oraz dwóch równań, dających ich pierwiastki niewspólne.

Niechaj

$$A_m = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_m z^m,$$

$$B_n = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_n z^n$$

będą dwa dane wielomiany stopnia m i n ($m > n$). Napiszmy rugownik S Sylwestera tych dwóch wielomianów, który, jest, jak wiadomo, wyznacznikiem stopnia $m+n$, i utwórzmy z niego n wyznaczników, zastępując p -y wiersz pionowy ($p = 1, 2, \dots, n$) przez wiersz, złożony z elementów

$$A_m z^{n-1}, A_m z^{n-2} \dots A_m z, A_m, B_n, B_n z \dots B_n z^{m-2}, B_n z^{m-1},$$

i opuszczając następnie w tak zmienionym wyznaczniku $p-1$ obwodów zewnętrznych. Oznaczmy te wyznaczniki przez $S_{m+n-2(p-1)}$; ($p = 1, 2, \dots, n$). Każdy z nich autor rozwija dwoma sposobami: raz przedstawia je pod postacią

$$S_{m+n-2(p-1)} = A_m C_{m+n-2(p-1)} + B_n D_{m+n-2(p-1)},$$

$$(p = 1, 2, \dots, n)$$

gdzie wyznaczniki C i E są względem z wielomianami odpowiednio stopnia $n-p$ i $m-p$; drugi raz nadaje im postać

$$S_{m+n-2(p-1)} = \sum_{r=0}^{r=p-1} E_{p,r} z^r,$$

$$(p = 1, 2, \dots, n)$$

gdzie $E_{p,r}$ są wyznacznikami rzędu $m+n-2(p-1)$. Z porównania tych dwóch rozwinięć otrzymuje n tożsamości

$$A_m C_{m+n-2(p-1)} + B_n D_{m+n-2(p-1)} = \sum_{r=0}^{r=p-1} E_{p,r} z^r,$$

$$(p = 1, 2, \dots, n)$$

które służą do rozwiązania postawionego zadania.

Warunki konieczne istnienia największego wspólnego dzielnika stopnia s -go wielomianów A_m i B_n przedstawiają się pod postacią

$$0 = E_{s,r}; \quad r = 0, 1, 2, \dots, s-1; \quad E_{s+1,s} \neq 0;$$

dzielnikiem wspólnym największym jest każda strona tożsamości dla $p=s+1$, a ilorazami z podzielenia wielomianów danych przez ten największy wspólny dzielnik są wielomiany $D_{m+n-2(s-1)}$, $C_{m+n-2(s-1)}$

Równanie

$$\sum_{r=0}^{r=s} E_{s+1} z^r = 0$$

daje s pierwiastków wspólnych danym dwóm wielomianom; pierwiastki zaś niewspólne dane są przez równanie

$$D_{m+n-2(s-1)} = 0 \quad \text{dla wielomianu 1-go}$$

$$C_{m+n-2(s-1)} = 0 \quad \text{,, ,, 2-go.} \quad S. D.$$

13. **Martens F.** O wprowadzeniu nowych zmiennych do wyrażeń różniczkowych. Rozpr. i Spraw. Akad. Um., t. XX, str. 267—271.

Autor podaje sposób ułatwiania rachunku przy przekształcaniu wyrażeń różniczkowych, polegający na następującej zasadzie.

Niechaj $\nabla(u)$ będzie pewnym wyrażeniem całkowitem, w które wchodzi pochodne funkcji u względem zmiennych $x, y, \dots$; Zamiast nich wprowadzamy tyleż nowych zmiennych $\xi, \eta, \dots$, wtedy kształt ogólny wyrażenia przekształconego będzie

$$\nabla(u) = \omega U + \omega' U' \dots$$

gdzie w funkcjach $U, U' \dots$ zachodzą pochodne funkcji u względem nowych zmiennych, współczynniki zaś $\omega, \omega' \dots$ od szczególnej postaci funkcji u nie zależą. Nadając więc funkcji u rozmaite postaci szczególne, zapewniające łatwy rachunek, otrzymamy stąd szereg równań liniowych, z których szukane współczynniki wyznaczyć się dają.

Sposób ten głosuje autor do znanego wyrażenia

$$\nabla(u) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$$

które przekształca przez wprowadzenie współrzędnych biegunowych r, ϑ, ψ zamiast prostokątnych x, y, z . Te ostatnie wyrażają się, jak wiadomo, za pomocą pierwszych przez równania

$$x = r \sin \vartheta \cos \psi$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \psi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

Napisawszy ogólnie:

$$\begin{aligned} \nabla(u) = & A \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + B \frac{\partial u}{\partial r} + C \frac{\partial^2 u}{\partial \vartheta^2} + D \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + E \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \\ & + F \frac{\partial u}{\partial \psi} + G \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \vartheta} + H \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \psi} + J \frac{\partial^2 u}{\partial \vartheta \partial \psi}, \end{aligned}$$

i wprowadzając kolejno:

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r, \quad u = x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \quad u = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} = \operatorname{tg} \vartheta,$$

$$u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \operatorname{cotg} \vartheta, \quad u = \frac{y}{x} = \operatorname{tg} \psi, \quad u = \frac{x}{y} = \operatorname{cotg} \psi,$$

$$u = z = r \cos \vartheta, \quad u = \frac{y}{z} = \operatorname{tg} \vartheta \sin \psi, \quad u = y = r \sin \vartheta \sin \psi,$$

otrzymujemy stąd szereg równań, które doprowadzają do wartości

$$A = 1, \quad B = \frac{2}{r}, \quad C = \frac{1}{r^2}, \quad D = \frac{\operatorname{cotg} \vartheta}{r^2},$$

$$E = \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta}, \quad F = 0, \quad G = 0, \quad H = 0,$$

a stąd do znanego wzoru.

$$\nabla(u) = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \vartheta^2} + \frac{\operatorname{cotg} \vartheta}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2}.$$

S. D.

14. **Mertens F.** O funkcjach całkowitych układu m zmiennych, tworzących m wierszy i n kolumn. Pam. Akad. Um., t. XVII, str. 143—165.

Autor rozważa funkcją całkowitą θ elementów

$$\left. \begin{array}{cccc} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} \end{array} \right\} \quad (1)$$

jednorodną względem elementów każdego pojedynczego wiersza i zawierającą ogólnie elementa i -go wiersza w rzędzie l_i -ym. Liczbę l_i nazywa liczbą rzędną; funkcją θ charakteryzuje szeregiem liczb rzędnych l_1, l_2, l_m . Sumę

$$\sum_{a,b,\dots,e} a_{p',a} a_{q',b} \dots a_{r',e} \frac{\partial^k \theta}{\partial a_{p,a} \partial a_{q,b} \dots \partial a_{r,e}}$$

w której skażniki $a, b, \dots, e$ przyjmują każdy wartości $1, 2, \dots, n$, zaś $p, q, \dots, r$ i $p', q', \dots, r'$ są kombinacjami bez powtórzeń klasy k -ej elementów $1, 2, \dots, m$, oznacza przez

$$\left(\begin{array}{c} p' \ q' \ \dots \ r' \\ p \ q \ \dots \ r \end{array} \right) \theta;$$

w szczególności, wyrażenie

$$\left(\begin{array}{c} p' \\ p \end{array} \right) \theta = a_{p',1} \frac{\partial \theta}{\partial a_{p,1}} + a_{p',2} \frac{\partial \theta}{\partial a_{p,2}} + \dots + a_{p',n} \frac{\partial \theta}{\partial a_{p,n}}$$

dla $p' \geq p$ nazywa „biegunową“ funkcji θ , a działanie

$$\left(\begin{array}{c} p' \\ p \end{array} \right) = a_{p',1} \frac{\partial}{\partial a_{p,1}} + a_{p',2} \frac{\partial}{\partial a_{p,2}} + \dots + a_{p',n} \frac{\partial}{\partial a_{p,n}}$$

„działaniem biegunowym“. Działanie to i jego wynik jest „pierwszego rodzaju“, gdy $p' < p$, „drugiego rodzaju“ gdy $p' > p$.

Biegunowa funkcji może być poddana znowu działaniu biegunowemu, i tym sposobem otrzymywać można kolejno biegunowe podwójne, potrójne i t. d.

Autor bada zmiany, jakim podlega biegunowa podwójna lub wielokrotna, gdy w niej przemienimy porządek działań; dla biegunowej $II\theta$, gdzie II oznacza szereg kolejnych działań biegunowych, otrzymuje wyrażenie $\Sigma c II'\theta$, w którym c są liczby wymierne, zaś $II'\theta$ oznacza szereg działań biegunowych takich, że: a) działanie $\left(\begin{array}{c} s \\ r \end{array} \right)$ o dolnym skażniku r nie zachodzi więcej niż l_r razy; b) działania biegunowe pierwszego rodzaju, uporządkowane według malejących skażników dolnych, idą najprzód, po nich zaś działania drugiego rodzaju, uporządkowane według rosnących skażników górnych. Na podstawie tego badania dochodzi do związku, który pozwala wyrażenie

$$\left(\begin{array}{c} \lambda \ \mu \ \dots \ \tau \\ 1 \ 2 \ \dots \ m \end{array} \right) \theta$$

gdzie $\lambda, \mu, \dots, \tau$ jest daną przemianą szeregu $1, 2, \dots, m$, przedstawić jako funkcją liniową i jednorodną funkcji danej θ i jej biegunowych. Od tego zaś związku przechodzi do wzoru, stanowiącego główny cel rozprawy:

$$N\theta = \Sigma c II_1 \theta + \sum_{a,b,\dots,e} A_{a,b,\dots,e} \frac{\partial^m \theta}{\partial a_{1,a} \partial a_{2,b} \dots \partial a_{m,e}}$$

gdzie N jest pewną liczbą całkowitą, II_1 oznacza szereg działań biegunowych z których pierwsze jest pierwszego rodzaju; $A_{a,b,\dots,e}$ oznacza wyznacznik

$$\left| \begin{array}{cccc} a_{1,a} & a_{1,b} & \dots & a_{1,e} \\ a_{2,a} & a_{2,b} & \dots & a_{2,e} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,a} & a_{m,b} & \dots & a_{m,e} \end{array} \right|$$

przyczeń w sumie drugiej po stronie prawej każdy ze skazników $a, b, \dots e$ przebiega wartości $1, 2, \dots n$.

Dla $m > n$ otrzymujemy stąd następujące wyrażenie funkcji θ za pomocą jej biegunowych

$$N\theta = \sum c \Pi_1 \theta,$$

zaś dla $m \leq n$ znajdujemy

$$N\theta = \sum c \Pi_1 \theta + \Omega \theta,$$

gdzie

$$\Omega = \sum A_{p,q} \dots \left(\frac{\partial^m}{\partial a_{1,p} \partial a_{2,q} \dots \partial a_{m,r}} \right)$$

W tym ostatnim wyrażeniu suma odnosi się do wszystkich kombinacji m -ej klasy $p, q, \dots s$, dających się utworzyć z liczb $1, 2, \dots n$, zaś wyrażenie w nawiasie ma znaczenie sumy

$$\sum \pm \frac{\partial^m}{\partial a_{1,a} \partial a_{2,b} \dots \partial a_{m,c}}$$

która, podobnie jak przy tworzeniu wyznacznika, odnosi się do wszystkich przemian $a, b, \dots e$ liczb $p, q, \dots s$.

Z tych twierdzeń wyprowadza autor kilka innych ważnych dla teorii niezmienników. Zastanawia się w dalszym ciągu nad warunkami podzielności funkcji całkowitej n -krotnie jednorodnej elementów

$$a_{1,1} \ a_{1,2} \ \dots \ a_{1,n}$$

$$a_{2,1} \ a_{2,2} \ \dots \ a_{2,n}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_{n,1} \ a_{n,2} \ \dots \ a_{n,n}$$

przez potęgę p — a wyznacznika tych elementów, i dochodzi do twierdzenia, że warunkiem koniecznym i dostatecznym tej podzielności jest zniknięcie identyczne wszystkich biegunowych $\Pi\theta$ funkcji θ , które zawierają elementa

$$a_{n,1} \ a_{n,2} \ \dots \ a_{n,n}$$

(lub jakiegobądź innego wiersza) w niższym niż p -ym rzędzie. Wreszcie do wodzi następującego twierdzenia:

Jeżeli funkcja całkowita jednorodna θ elementów 1) daje się przedstawić jako suma funkcji całkowitych $\theta', \theta'', \dots$ z których każda zawiera p z pomiędzy

$$\frac{n(n-1) \dots (n-m+1)}{1 \cdot 2 \dots m}$$

wyznaczników $P, P' \dots m$ -go rzędu ($m < n$), które się z układu 1) utworzyć dają, to wszystkie biegunowe $\Pi'\theta$ funkcji θ , zawierające elementa wiersza m -go

$$a_{m,1} \ a_{m,2} \ \dots \ a_{m,m}$$

w rzędzie $< p$, znikają tożsamościowo; i odwrotnie, jeżeli biegunowe te znikają, to funkcję θ można przedstawić pod postacią sumy

$$\theta = QP + Q'P' + \dots$$

S. D.

15. **Ptaszycki J.** *O sprowadzaniu pewnych całek Abelowych do postaci normalnej.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 57—74.

W niniejszej rozprawie podaje autor nowy sposób sprowadzania do postaci normalnej całki

$$\int F(x, \sqrt[m]{R_0}) \, dx$$

gdzie F oznacza funkcją wymierną ilości x i $\sqrt[m]{R_0}$, m — liczbę całkowitą dodatnią, R_0 — funkcją całkowitą zmiennej x . Ponieważ ta całka może być przedstawiona jako suma całek postaci

$$\int \frac{P \, dx}{Q \sqrt[m]{R}}$$

gdzie P, Q, R są wielomianami całkowitemi, przeto autor ogranicza się na całce tej ostatniej formy, przyczeń zakłada, co jest zawsze możliwe, że wielomian R nie zawiera pierwiastków o wielokrotności wyższej nad m i że $\sqrt[m]{R}$ nie może być sprowadzonym do pierwiastków stopnia niższego.

W § I przedstawia w formie dogodniejszej do założonego celu wzory podane przez Abela (*Oeuvres complètes*, 2 éd. t. II, p. 210—213) na redukcję całek

$$\int \frac{x^\mu \, dx}{\sqrt[m]{R}}, \quad \int \frac{dx}{(x-b)^\mu \sqrt[m]{R}}.$$

Na podstawie tych wzorów można całkę

$$\int \frac{P \, dx}{Q \sqrt[m]{R}}$$

wyrazić przez całki

$$\int \frac{dx}{\sqrt[m]{R}}, \quad \int \frac{x dx}{\sqrt[m]{R}}, \quad \dots \quad \int \frac{x^{A-2} dx}{\sqrt[m]{R}}$$

oraz przez całki postaci

$$\int \frac{dx}{Q_1 \sqrt[m]{R}} \quad (x - b \text{ nie dzieli wielomianu } R);$$

albo inaczej mówiąc, sprowadzić do całki

$$\int \frac{P_1 dx}{Q_1 \sqrt[m]{R}},$$

w której P_1, Q_1 są wielomianami całkowitemi takimi, iż stopień ułamka $\frac{P_1}{Q_1}$ nie jest wyższy od $1 - 2$, wszystkie zaś pierwiastki wielomianu Q_1 są pojedynczymi i nie sprowadzającymi do zera wielomianu R . Będzie to właśnie całka, sprowadzona do postaci normalnej.

W § II zajmuje się autor badaniem wyrażenia

$$-\frac{X}{Y \sqrt[m]{R}} + \sum A \log W,$$

gdzie

$$W = \varphi(\sqrt[m]{R}) \varphi^\alpha(\alpha \sqrt[m]{R}) \varphi^{\alpha^2}(\alpha^2 \sqrt[m]{R}) \dots \varphi^{\alpha^{m-1}}(\alpha^{m-1} \sqrt[m]{R}),$$

gdzie X, Y oznaczają funkcje całkowite zmiennej x , A — współczynnik stały, α — pierwiastek pierwotny równania $x^m - 1 = 0$, $\varphi(\alpha^i \sqrt[m]{R})$ — funkcją wymierną ilości x i $\alpha^i \sqrt[m]{R}$.

Na podstawie tego badania udawadnia w § III twierdzenie, że jeżeli całka

$$\int \frac{P_1 dx}{Q_1 \sqrt[m]{R}}$$

sprowadza się do postaci skończonej, wtedy jej wartością będzie $\sum A \log W$; że całka ta nie sprowadza się do postaci skończonej, jeżeli stopień wyrażenia

$\frac{P_1}{Q_1 \sqrt[m]{R}}$ przewyższa -1 ; że nie sprowadza się też i wtedy do postaci skoń-

czonój, gdy stopień wyrażenia $\frac{P_1}{Q_1 \sqrt[m]{R}}$ jest niższy od -1 , lecz jednocześnie $Q_1 = 1$.

W § IV wykłada sposób redukcji, stanowiący główne zadanie artykułu. Wielomian

$$(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n),$$

równy iloczynowi czynników pojedynczych wielomianu R , rozkłada na dwa czynniki R_1 i R_2 , z których drugi dzieli wielomian Q , pierwszy zaś jest pierwszy względem Q ; kładąc następnie

$$\int \frac{P dx}{Q \sqrt[m]{R}} = \frac{M R_1}{N \sqrt[m]{R}} + \int \frac{P_1 dx}{Q_1 \sqrt[m]{R}}$$

wskazuje, jak oznaczyć wielomiany M, N, P_1, Q_1 za pomocą prostych działań arytmetycznych. Teorię tę objaśnia na przykładach.

W § V rozwiązuje zagadnienie:

„Jakim powinien być pierwiastek $\sqrt[m]{R}$, aby całka

$$\int F(x, \sqrt[m]{R}) dx$$

mogła być przedstawioną za pomocą skończonej liczby funkcji algebraicznych“

Rozwiązanie zagadnienia prowadzi do dwóch postaci pierwiastka $\sqrt[m]{R}$:

$$\sqrt[m]{R} = \sqrt[n]{V(x - a)^n}$$

$$\sqrt[m]{R} = \sqrt[n]{V(x - a_1)^{n_1} (x - a_2)^{n_2} \dots}$$

S. D.

16. **Puzyna J.** O pewnym twierdzeniu F. Fol'ego. Pam. Ak. Um., tom XVII str. 24—45.

Autor uogólnia twierdzenie Pappusa w inny sposób, niż to był uczynił p. Folie, a mianowicie: W krzywą algebraiczną stopnia $n > 5$ wpisuje dwa n -boki, i zadawszy z góry wartość stosunku iloczynu z odległości punktu krzywej od wszystkich boków jednego n -boku do iloczynu z odległości tego punktu od wszystkich boków drugiego n -boku, stara się ten punkt oznaczyć. Dowodzi, że dla danych: krzywej, dwóch wieloboków i pomienionego stosunku, istnieje tylko $(n-2)^2$ punktów krzywej.

Wł. G.

17. **Rajewski J.** O pewnych całkach określonych. Rozpr. i Spraw. Akad. Um. t. XX, str. 272—281.

Autor wyprowadza wartości następujących dwóch całek określonych

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\gamma-1} \varphi_m \varphi_n dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } m \geq n \\ \frac{\Gamma(1+n) \cdot \Gamma^2(\gamma)}{\Gamma(\gamma+n)} & \text{dla } m = n \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{x}} x^{-(\gamma+1)} \psi_m \psi_n dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } m \geq n, \gamma > m+n \\ \frac{\Gamma(1+n) \Gamma(1+\gamma-n)}{\gamma-2n} & \text{dla } m=n, \gamma > 2n \end{cases}$$

Skażniki m i n są liczbami całkowitymi, funkcje zaś φ i ψ , zachodzące w tych wzorach, mają następujące znaczenie. Funkcja $\varphi_m = \varphi(-m, \gamma, x)$ jest funkcją całkowitą wymierną stopnia m -go, otrzymaną z szeregu hypergeometrycznego,

$$1 + \frac{\alpha}{1 \cdot \gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)}{1 \cdot 2 \gamma(\gamma+1)} x^2 + \dots$$

przy $\alpha = -m$, a więc funkcją, która w otoczeniu punktu $x=0$ jest całką szczególną równania różniczkowego liniowego rzędu drugiego:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + (\gamma - x) \frac{dy}{dx} - my = 0.$$

Funkcja ψ_m jest funkcją całkowitą stopnia m -go, otrzymaną z szeregu hypergeometrycznego

$$1 - \frac{\alpha(\gamma-\alpha)}{1} x + \frac{\alpha(\alpha-1)(\gamma-\alpha)(\gamma-\alpha-1)}{1 \cdot 2} x^2 - \dots$$

przy $\alpha = -m$, a więc jest w otoczeniu punktu $x=0$ całką szczególną równania różniczkowego liniowego rzędu drugiego

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + [1 - (\gamma-1)x] \frac{dy}{dx} - m(\gamma-m)y = 0$$

Analogiczne znaczenie mają funkcje φ_n, ψ_n .

Autor dochodzi do wyrażenia całek prostą metodą, wskazaną przez Jordana (Cours d'analyse, III, str. 231—234) przy wywodzie pewnego wyrażenia całkowego.

S. D.

18. **Rajewski J.** O całkach nieregularnych równań różniczkowych liniowych. Pam. Akad. Um., t. XVII, str. 166—180.

W pracy: „Sur les integrales irregulières des équations linéaires (Acta mathematica, VIII) wprowadza Poincaré szeregi postaci:

$$e^Q x^a \left(A_0 + \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x^2} + \dots \right)$$

w których Q jest wielomianem całkowitym stopnia n ; nazywa je szeregami normalnymi rzędu n -go i stosuje do wyrażania całek równań różniczkowych liniowych. Idąc za tym przykładem, funkcji $F(x)$, która po podzieleniu przez $e^g \left(\frac{1}{x-a} \right)$, gdzie g jest funkcją całkowitą, zachowuje się regularnie w punkcie istotnie osobliwym $x = a$, autor nadaje postać

$$F(x) = e^g \left(\frac{1}{x-a} \right) [a_0(x-a)^r + a_1(x-a)^{r+1} + \dots];$$

nazywa tę postać szeregiem normalnym (co wyraża też, mówiąc, że funkcja $F(x)$ w punkcie istotnie osobliwym $x = a$ należy do funkcji wymiernej g stopnia n -go) i te szeregi normalne stosuje do badania całek równań różniczkowych

$$\frac{d^m y}{dx^m} + p_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + p_2 \frac{d^{m-2} y}{dx^{m-2}} + \dots + p_m y = 0 \quad 1)$$

W rozdziale I stawia sobie zadanie następujące: „Niech do równania należy m takich całek, że, gdy je pomnożymy przez $e^g \left(\frac{1}{x-a} \right)$, to one w otoczeniu punktu istotnie osobliwego $x = a$ zachowywać się będą regularnie; zbadać zachowanie się współczynników p_k równania w otoczeniu tego punktu“. Wynikiem tego badania jest twierdzenie: „Jeżeli m całek równania 1) w swym punkcie istotnie osobliwym daje się przedstawić szeregami normalnymi rzędów $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_m$, natenczas punkt ten jest dla współczynników p_k punktem nieistotnie osobliwym rzędów, nie przewyższających $k + n_1 + n_2 + \dots + n_k$ “.

W rozdziale II zakłada, że współczynniki równania są funkcjami jednowartościowymi, a całka ogólna posiada ograniczoną ilość punktów osobliwych, i bada kształt współczynników.

W rozdziale III wreszcie stosuje powyżej wskazaną formę całek, nadając równaniu 1) postać

$$\frac{d^m y}{dx^m} + \frac{P_1(x)}{x^{s_1}} \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \frac{P_2(x)}{x^{s_2}} \frac{d^{m-2} y}{dx^{m-2}} + \dots + \frac{P_m(x)}{x^{s_m}} y = 0,$$

gdzie $P_1, P_2, \dots, P_m$ są w otoczeniu punktu $x=0$ funkcjami ciągłymi, skończonymi jednowartościowymi, zaś liczby $s_1, s_2, \dots, s_m$ całkowitymi dodatnimi lub zerami, i przedstawiając całki w otoczeniu punktu $x = 0$ pod postacią $e^g \left(\frac{1}{x} \right) \varphi(x)$, wskazuje sposób oznaczenia funkcji g .

S. D.

19. **Sochocki J.** Uwagi o rozwinięciu pewnych funkcji na szeregi. *Prace mat.-fiz.* Tom II, str. 1—20.

Wychodząc ze znanego przekształcenia Eulera szeregu

$$S = u_0 + u_1 + u_2 x^2 + \dots$$

na szereg

$$S = u_0 + u_1 \frac{x}{1-x} + \Delta u_1 \left(\frac{x}{1-x} \right)^2 + \dots,$$

autor podaje rozmaite interesujące wzory, służące do rozwijania funkcji.

Najprzód, stosując przekształcenie Eulera do szeregu

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} \log \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = 1 + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{5} + \frac{x^3}{7} + \dots,$$

dochodzi do wzoru:

$$\log \left(1 + \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{1+2x} \left[2 + \frac{1}{6x(x+1)} - \frac{1}{60x^2(x+1)^2} + \frac{1}{420x^3(x+1)^3} - \dots + \frac{(-1)^{m-1}}{a_m x^m (x+1)^m} + \dots \right]$$

gdzie

$$a_m = 4(2m-1)(2m+1) \frac{n(m+1) \dots (2m-3)}{1 \cdot 2 \dots (m-2)}.$$

Kładąc w tym wzorze zamiast x :

$$\frac{-1+i\sqrt{(2x+1)^2-2}}{2},$$

otrzymuje nowy wzór

$$\sqrt{(2x+1)^2-2} \arctg \frac{\sqrt{(2x+1)^2-2}}{2x^2+2x+1} = 2 - \frac{1}{6x(x+1)} - \frac{1}{60x^2(x+1)^2} - \dots,$$

który przekształca na następujący:

$$\arctg \frac{1}{x} = 1 - \frac{4}{12(x^2+1)} - \frac{4^2}{120(x^2+1)^2} - \dots$$

Te szeregi dają się stosować do obliczania wartości całki

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^m (x+1)^m};$$

znana zaś wartość tej całki pozwala obliczyć wartość sumy

$$\sum_m = \frac{1}{x^m (x+1)^m} + \frac{1}{(x+1)^m (x+2)^m} + \dots,$$

Od wartości tej sumy można przejść do badania szeregu

$$F(x) = \frac{1}{2a_1 x} - \frac{1}{2a_2} \sum_2 + \frac{1}{2a_3} \sum_3 - \dots$$

gdzie $a_1, a_2, \dots$ mają wartości obliczone z wzoru, wyżej na a_m podanego. Autor szeregu ten sprowadza do postaci:

$$F(x) = f(x) + f(x+1) + \dots + f(x+n) + \dots,$$

gdzie

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2} \right) \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) - 1,$$

i na tej podstawie przechodzi do zadania o interpolacji szeregu liczb

$$1, \quad 1.2, \quad 1.2.3, \quad 1.2.3.4, \dots$$

Czyniąc

$$\varphi(x) = \left(x - \frac{1}{2} \right) \log x - x,$$

otrzymuje z łatwością

$$\Delta [\varphi(x) + F(x)] = \log x;$$

oznaczając więc przez $\Gamma(x)$ funkcję

$$e^{\varphi(x) + F(x) + C},$$

gdzie C jest ilością stałą, znajduje

$$\Delta \log \Gamma(x) = \log x$$

Aby funkcja $\Gamma(x)$ przyjmowała dla $x = 1, 2, \dots$ wartości $1, 1.2, 1.2.3, \dots$, należy stałą C nadać wartość

$$C = -\varphi(1) - F(1),$$

skąd dochodzimy do wzoru

$$C = \lim. \log \frac{1.2.3. \dots ne^{n+1}}{(n+1)^{n+\frac{1}{2}}},$$

lub do

$$e^v = \lim \frac{1.2.3. \dots ne^n}{\sqrt[n]{n. n^n}},$$

a uwzględniając po stronie drugiej znany wzór Wallisa, otrzymujemy bezpośrednio wzór Stirlinga

$$\lim \frac{1.2.3. \dots n}{\sqrt{2\pi n} \cdot e^{-n} n^n} = 1$$

i następujące wyrażenie funkcji Γ

$$\Gamma(x) = \sqrt{2\pi} \cdot x^{x-\frac{1}{2}} e^{-x} e^{\Gamma(x)},$$

t. j. wzór Gudermanna.

Wreszcie wyprowadza autor znany wzór

$$\log \Gamma(x) = \frac{1}{2} \log 2\pi + \left(x - \frac{1}{2}\right) \log x - x + \frac{B_1}{1.2} \frac{1}{x} - \frac{B_2}{3.4} \frac{1}{x^3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{B_n}{(2n-1) 2n} \frac{1}{x^{2n-1}}$$

gdzie $B_1, B_2, \dots$ są liczby Bernoulli'ego, θ zaś jest ułamkiem właściwym dodatnim, i podaje niektóre płynące z tego wzoru wnioski.

S. D.

20. **Sanat B.** O sumowaniu n -ych potęg z p początkowych liczb całkowitych. Sprawozdanie c. k. gimnazjum w Brzeżanach, za rok 1890, str. 3—18. Referat podamy w Tomie IV „Prac”.

II. MECHANIKA.

21. **Gosiewski Wł.** O ciśnieniu kinetycznym w płynie nieściśnialym i jednorodnym. Pam. Akad. Um., t. XVII, str. 128—134.

Helmholtz otrzymał znane swe równania hydrodynamiczne przez wyrównanie ciśnienia z równań zasadniczych; autor przeciwnie, stara się ciśnienie to oznaczyć. Jest to więc zadanie hydrocynetyczne w ścisłym znaczeniu, podczas gdy zwykłą teorią nazwać by należało hydrocynematyczną.

Płyn uważany wypełnia całą przestrzeń i porusza się jedynie pod wpływem bezwładności. Niechaj będą: p ciśnieniem na jednostkę pola elementu płaskiego w miejscu x, y, z , gdzie znajduje się wierzchołek elementu $dx dy dz$ w chwili t ; oraz u, v, w — składowymi prędkości elementu. Gęstość płynu przyjęta za jedność. Wówczas, prócz równań ruchu

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{i t. d.},$$

$$\text{mamy warunki:} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

oraz $p = 0$, gdzie $x^2 + y^2 + z^2 = \infty$. Stąd można otrzymać

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -4\pi \varrho^2 + 4\pi \varepsilon^2,$$

gdzie $2\pi\varrho^2$ oznacza energią cynetyczną odkształcania się dla jednostki masy płynu, zaś $2\pi\varepsilon^2$ energią cynetyczną wirowania dla téżej jednostki.

Jedynym rozwiązaniem tego równania, sprawdzającym warunek $p = 0$ (w nieskończoności), jest, jak dowodzi autor,

$$p = \iiint \frac{1}{r} (\varrho_1^2 - \varepsilon_1^2) dx_1 dy_1 dz_1.$$

Całkowanie rozciąga się tu do całkowitej przestrzeni, zaś ϱ_1 i ε_1 są wartościami ϱ i ε dla $x = x_1$, $y = y_1$, $z = z_1$; wreszcie

$$r^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2.$$

Każdy zatem element $dx dy dz$ doznaje od elementu $dx_1 dy_1 dz_1$ działania

$$-\frac{1}{r^3} (\varrho_1^2 - \varepsilon_1^2) dx dy dz dx_1 dy_1 dz_1$$

w kierunku prostej, łączącej elementy. Jeśli $(\varrho^2 - \varepsilon^2)$ zgodzimy się uważać za gęstość nowego fikcyjnego płynu („cynetycznego“), a płyn istotny nazwiemy dla odróżnienia *bezwładnym*, otrzymamy twierdzenie: ruch płynu bezwładnego daje jakoby początek fikcyjnemu płynowi cynetycznemu, jako siedlisku ostatnio przytoczonej siły, ruch ten wytwarzającą.

W uzupełnieniu tego twierdzenia autor dowodzi jeszcze następującego twierdzenia: jeśli w płynie ciągłym, jednorodnym i bezwładnym powstaną w pewnej chwili prędkości, zgodne z warunkiem nieściśliwości, warunek ten utrzyma się mocą samej bezwładności już na zawsze. Wł. N.

22. **Gosiewski Wł.** *O naturze ruchu wewnątrz elementu płynnego.* Pam. Akad. Um., t. XVII, str. 135—142.

Według Helmholtza, ruch chwilowy elementu płynnego sprowadza się zawsze, po za ruchem postępowym, do odkształcania i do wirowania elementu. Twierdzeniu temu zaprzeczył, jak wiadomo, Bertrand, zaś Beltrami przyjmuje je z pewnym zastrzeżeniem. Autor rozstrząsa to zagadnienie w sposób następujący.

Odnosimy płyn do stałych osi prostokątnych, i oznaczamy przez x, y, z współrzędne, przez u, v, w składowe prędkości punktu M w chwili t . Oprócz punktu M , uważamy dwa jeszcze nieskończenie bliskie punkty M' i M'' , dla których tworzymy wielkości analogiczne: $x', i. t. d. x'' i t. d. aż do w''$. Zależymy

$$(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2 = r^2$$

$$x' - z'' = ar; y' - y'' = br; z' - z'' = cr$$

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = s$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = N_1; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = N_2; \quad \frac{\partial w}{\partial z} = N_3;$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 2T_1; \quad \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 2T_2; \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 2T_3;$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} = 2\omega_1; \quad \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = 2\omega_2; \quad \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 2\omega_3.$$

Ażby wyznaczyć zmiany, zachodzące w elemencie płynnym w czasie od t do $t + dt$, należy wyznaczyć dla trzech różnych kierunków (a, b, c), wielkości: s czyli prędkość zmieniania się jednostki długości każdego z wymiarów prostolinijnych elementu, poprowadzonego w kierunku (a, b, c), zaś nadto da/dt , db/dt , dc/dt czyli prędkości zmieniania się tego kierunku. Dokonajmy tego wszakże nie dla dowolnych kierunków, lecz dla takich, które sprawdzają równania

$$a(N_1 - s) + bT_3 + cT_2 = 0;$$

$$aT_3 + b(N_2 - s) + cT_1 = 0;$$

$$aT_2 + bT_1 + c(N_3 - s) = 0.$$

Jeśli przez (a_n, b_n, c_n) oznaczmy jeden z trzech wzajemnie prostopadłych kierunków, mamy z tych równań potrójny układ rozwiązań s_n, a_n, b_n, c_n ; gdzie $n = 1, 2, 3$; s_n będzie prędkością „główną“, odpowiadającą kierunkowi a_n, b_n, c_n . Okazuje się wówczas, iż element płynny w ciągu czasu dt odkształca się w trzech oznaczonych i wzajemnie prostopadłych kierunkach a_n, b_n, c_n , z prędkościami głównymi s_n , oraz, iż wiruje z prędkością kątową, której $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ są składowymi. Idzie jednak o to, czy powyższy sposób rozłożenia ruchu chwilowego w elemencie płynnym jest jedynym możliwym, czy też mogą być inne? Oznaczmy kierunek osi obrotu elementu w chwili t przez α, β, γ . Na wyznaczenie go mamy równania (σ oznacza wartość s przy $\alpha = \alpha, b = \beta, c = \gamma$):

$$\alpha(N_1 - \sigma) + \beta(T_3 + \omega_3) + \gamma(T_2 - \omega_2) = 0,$$

$$\alpha(T_3 - \omega_3) + \beta(N_2 - \sigma) + \gamma(T_1 + \omega_1) = 0,$$

$$\alpha(T_2 + \omega_2) + \beta(T_1 - \omega_1) + \gamma(N_3 - \sigma) = 0,$$

które mają wogóle bądź jedno, bądź trzy rozwiązania rzeczywiste. Jeśli mają *jedno* rozwiązanie rzeczywiste, element odkształca się w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach, oraz wiruje około osi, do jednego z nich równoległej; jeśli zaś mają *trzy* rozwiązania rzeczywiste, element *nie* wiruje i odkształca się tylko w trzech kierunkach, z których dwa mogą być do siebie prostopadłe lub nieprostopadłe, podczas gdy do trzeciego są zawsze prostopadłe. Twierdzenie to rozwiązuje zagadnienie, będące przedmiotem rozprawy.

Wł. N.

23. **Jewniewicz H.** *Zarys cynematyki cieczy.* Przegląd Techniczny, t. XXVIII, str. 94—102, 149—153 i 173—177.

Antor wychodzi z równań Naviera, dotyczących ruchu cieczy niedoskonałej, t. j. nieściśliwej, izotropowej i jednorodnej, ale przytęm lepkiej, innymi słowy, cieczy, której cząsteczki trą się o siebie wzajemnie, lub, jak autor mówi, podlegają oporom hydraulicznym.

Nie czyniąc żadnych na początku zastrzeżeń o naturze sił zewnętrznych, na ciecz działających, i przyjmując składowe prędkości cząsteczek cieczy, tak w ruchu postępowym (wyraźnie) jak i obrotowym (domyślnie), za funkcyę ciągle współrzędnych i czasu, autor określa *strugę i włókno wicirowate* (zapewne *wiruwate*, od wyrazu vortex=wir) i dowodzi, że każda struga i każde włókno mają kształt pierścieniowaty. Dowodzi nadto, że cząsteczki cieczy lepkię nie wirować nie mogą.

Następnie przyjmuje autor istnienie funkcyi sił dla sił zewnętrznych i tę funkcyę, wraz z ciśnieniem hydradynamicznem, ruguje z równań ruchu. To go prowadzi do równań, które, w przypadku cieczy doskonałej, zamieniają się na równania Helmholtza. Tu okazuje twierdzenia Lagrange'a i Helmholtza o trwałości ruchu wirowego i osi obrotu cząsteczki cieczy doskonałej.

W rozwinięciu praw ruchu wirowego dla cząsteczki cieczy niedoskonałej, autor rozpoczyna od ustanowienia równania *powierzchni prędkości stałych* (bez względu na ich kierunek) i dowodzi w końcu, że obrót takiej cząsteczki uważać można jako wynikowy trzech obrotów: 1) około strugi, 2) około normalnej do powierzchni prędkości stałych i 3) około przecięcia płaszczyzny styczney do tej powierzchni z płaszczyzną normalną do strugi; przyczem oś pierwsza jest prostopadłą do płaszczyzny dwóch ostatnich. Wielkości prędkości, odpowiadających trzem pomienionym osiom, są również wyznaczone, ale bez użycia formuł trudno się dają wyrazić.

Dalęj rozwijażuje autor zadanie oznaczenia układu powierzchni, przecinających strugi pod kątem prostym, który nazywa *układem przecięć poprzecznych cieczy*. To jednak zadanie stawia autor ogólnie w ten sposób: przez punkt a strugi s prowadzi odcinek nieskończenie mały ab (autor go oznacza przez dk , rozumiejąc przez k kierunek, a przez dk przyrost nieskończenie mały w kierunku k , począwszy od punktu a na strudze s) prostopadle do kierunku tej strugi, i przedłużając ten ostatni, jako też kierunek strugi nieskończenie blizkiej s' w punkcie b , wyznacza kierunek ab tak, aby dwa poprzednie kierunki przecinały się z sobą. Oznaczając odległość punktu tego przecięcia od punktu a przez R , otrzymuje równanie stopnia drugiego względem $1/R$. Po wyczerpującej dyskusyi, dochodzi do wniosku, że układ przecięć poprzecznych cieczy istnieje tylko wówczas, gdy oba pierwiastki pomienionego równania są rzeczywiste i gdy kierunki ab im odpowiadające są do siebie prostopadłe. Wtedy pierwiastki równania wyrażają krzywizny przecięć głównych przecięcia poprzecznego cieczy, a strugi i włókna przecinają się pod kątem prostym.

Ten ostatni warunek naprowadza autora na myśl zbudowania układu powierzchni, przecinających włókna pod kątem prostym, który nazywa *układem powierzchni równikowych*, a układ krzywych, według których przecinają się z układem przecięć poprzecznych, nazywa *włóknami równikowemi cieczy*. Rozważanie własności włókien równikowych prowadzi do wyrażenia pracy

elementarnę, użytą na pokonanie oporów hydraulicznych, jako wielkości proporcjonalnej do energii cynetycznej ruchu wirowego cząsteczek cieczy.

Przyпуска jeszcze autor istnienie układu powierzchni, przecinających włókna równikowe pod kątem prostym, który nazywa układem *powierzchni południkowych*, a który z dwoma poprzedniami tworzy potrójny układ powierzchni, przecinających się pod kątem prostym, według linii krzywiznowych, a więc służyć może jako układ współrzędnych krzywokreślnych.

Aby wyczerpać wszystkie elementy, przedstawiające się w ruchu cieczy, daje autor także krótki pogląd na prawa odkształcania się cząsteczki, który kończy twierdzeniem, dającym w przypadku cieczy doskonałej znane twierdzenie Helmholtza: prędkość obrotu cząsteczki wzrasta lub maleje, stosownie do tego czy cząsteczka wydłuża się lub skraca w kierunku osi obrotu.

W dopełnieniu rzeczy o układzie powierzchni potrójnym wyraża autor równania ruchu cieczy w układzie krzywokreślnym ogólnym, potrójnie prostopadłym, i przechodzi z tego do układu powierzchni poprzecznych, równikowych i południkowych.

W końcu przytacza autor wyniki Stokes'a i Helmholtza, dotyczące postaci ogólnej całek równań ruchu cieczy nieściśliwej i jednorodnej.

Wł. G.

24. *Thullie M. Podręcznik statyki budowli. Podręcznik teorii mostów.* Lwów, 1886—1890.

Najdotkliwiej czuć się u nas daje brak podręczników, któreby adeptom techniki przypominały prawa natury, wyniki nauki i doświadczeń, i dlatego praca p. Thulliego o jest bardzo pożądanym nabytkiem.

P. Thullie opracował swój podręcznik statyki budowy na wzór znanych podręczników Otta. I słusznie to uczynił. Liczne wydania dzieł Otta były rozchwytywane przez techników dla swych zalet pedagogicznych i w skutek uwzględnienia najnowszych metod badania.

W technice analiza i geometrya—wzór i figura—mają jednakie znaczenie, dopełniając i wspomagając się wzajemnie. Obie metody badań są dziś w technice niezbędne a w podręcznikach konieczne. Praca niniejsza daje rzeczy, praktyką stwierdzone a na teorii oparte; poglądy i metody nowe i wskazuje dwójaki sposób obliczeń konstrukcyj technicznych: analityczny i geometryczny.

W podręczniku p. Thulliego o uwydatnionem zostało znaczenie graficznych metod badania; wyznaczanie ngięcia belki drogą rysunku (Tab. V) może służyć za dowód, że kreślenie figur doprowadza technika tam, gdzie rachunek analityczny dla swej zawiłości nie sięga.

Przy opracowaniu szczególnych działów statyki budowy p. Thullie uwzględnił najnowsze zdobycze, bądź to praktyki, bądź teorii. Podał wiele cennych danych odnośnie do przepisów ministerjalnych austriackich, pruskich, francuskich oraz przepisów ministerjalnych w Cesarstwie rosyjskiem. Te dane

wraz z systematycznym i krytycznym obrobieniem zasadniczych kwestyj pozwalają technikowi wysnuwać wnioski i obliczać budowle, nasuwające mu się w praktyce. Nie wątpię, że statyka budowli prof. Thulliego pojawi się wkrótce w nowym wydaniu i że figury geometryczne tekstu będą starannie wykonane, znakowanie systematyczniej w całym dziele zostanie utrzymane.

Terminologia wzorowana na czasopismach technicznych, przeważnie na Przeglądzie Technicznym warszawskim, wogóle jest poprawną.

Podręcznik teorii mostów obejmuje belki statycznie wyznaczalne. Spodziewać się należy, że autor rozwinie nam w następnej części teorię elastyczności, wykaże doniosłość znaczenia pracy deformacyjnej (Castigliano), z której, jak z kłębka, wysnuć się dają obliczenia wszelkich kombinacji konstrukcyjnych.

J. SŁ.

III. ASTRONOMIA, FIZYKA I CHEMIA TEORETYCZNA.

25. *Boguski J. J. i Zaleski J. O prędkości działania chemicznego pomiędzy glinem metalicznym i ługami alkalicznymi.* Prace mat.-fiz., tom II, str. 243—244.

W notatce niniejszej przytaczają autorowie następujące wyniki wykonanych przez się badań. Glin handlowy rozpuszcza się w ługach alkalicznych mniej jednostajnie, niż marmur lub cynk w kwasach. Okres przygotowania nie zależy od stężenia roztworu, i trwa dłużej przy niższej, krócej przy wyższej temperaturze. Roztwory rozcieńczone działają wogóle energiczniej od stężonych. Glin może się również rozpuszczać w roztworze glinianu, przyczém wydziela się glinaka.

E. N.

26. *Bogucki I. Przydatność teorii Kappa przy projektowaniu maszyn dynamo.* Odbitka z „Czasopisma Technicznego“ we Lwowie, r. 1890.

Teoria dynamomaszyn Kappa z r. 1885 (w której, analogicznie z prawem Ohma, t. z. siła „magnetomotoryczna“ obliczona jest jako iloczyn z „oporu magnetycznego“ przez całkowitą liczbę linii sił w obwodzie pola) zawiera nader cenne wskazówki dla konstruktorów dynamomaszyn, ale nie rozporządza jednakże dotychczas dostatecznym materiałem doświadczalnym. Wymieniona okoliczność zwróciła uwagę p. F. Dobrzyńskiego, docenta politechniki lwowskiej, który zachęcił jednego ze swych uczniów do porównania wzorów Kappa z pomiarami doświadczalnemi, otrzymanemi w r. 1883 w Wiedniu przez profesora Waltenhofena nad dynamoszeregiemi Schuckerta (typu E. L.). Otóż, p. Bogucki wywiązał się bardzo umiejętnie ze zleconego mu zadania i napisał rozprawę, w której wyłożył jasno znaczenie wzorów Kappa, porównyując je z doświadczeniami Waltenhofena. I tak, na zasadzie dokładnego rysunku owęj dynamomaszyny Schuckerta, oraz z wiadomą zależnością pomiędzy odpowiedniami jej sił elektromotorycznymi i natężeniem prądu, autor obliczył szczegó-

lowo wartość t. z. „rozproszenia magnetycznego“, t. j. stosunku liczb linii sił w elektromagnesach i w zbroi dynamomaszyny. Okazało się, że miara tego „rozproszenia“ jest zmienną w granicach od 1,01 do 1,79, i że wzrasta przy zwiększającym się natężeniu prądu. Stąd wnioskuje p. B o g u c k i, iż stała liczba 1,25, przyjęta w tym razie przez K a p p a i przez inżynierów angielskich, nie może być ogólnie stosowana; oraz że dla obliczenia pewnego typu dynamomaszyny, według zaprojektowanego rysunku, potrzeba jeszcze wyznaczyć doświadczalnie na jednym z modeli tegoż typu odpowiednią funkcją „rozproszenia magnetycznego“.

A. H.

27. *Brzostowicz K. Prawa indukcji.* Sprawozdanie c. k. gimnazjum w Sanoku za rok szkolny 1890; str. 1—37.

W dalszym ciągu swęj rozprawy dawniejszej z r. 1888. (Porówn. referat w Pracach matematyczno-fizycznych, tom II, str. 470), autor wykłada ilościowe prawa indukcji wzajemnej przewodników ruchomych w pobliżu prądów „głównych“ (wzbudzających) lub też magnesów. Pierwsza część tej pracy o zakresie czysto-pedagogicznym obejmuje doświadczenia miernicze, wykonane dawniej przez Hermanna, Matteucci'ego, W. Webera, Felici'ego i Buffa, w celu sprawdzenia praw Lenza i zła, które określają warunki natężenia największego w prądach wzbudzonych.

W drugiej części rozprawy, przeważnie matematycznej, streszczony jest zarys elektro-indukcji, według teorii W. Webera, dopełnionej przez wzory Wüllnera, Stefana i Umowa. Zaznaczyć wypada, że autor nie uwzględnił w swym wykładzie nowszych prac Ewinga, a mianowicie teorii wzbudzania w cewach elektromagnetycznych i odnośnego zjawiska t. z. „hysterezis“.

A. H.

28. *Fabian O. Urywek z najnowszych dziejów fizyki.* Kosmos, rok XV, str. 1—16.

Autor kresli w sposób popularny dzieje kilku ważniejszych przewrotów w poglądach fizycznych współczesnych: poznanie zasady zachowania energii, powstanie termodynamiki i teorii cyklicznej gazów, skroplenie gazów, zwanych stałymi, poznanie natury zjawisk elektrycznych. Imiona Clausiusa, Joule'a, Wróblewskiego, Edlunda i Kirchhoffa, wszystkich zmarłych w ciągu kilku lat ostatnich, następują tu same przez się i dają autorowi popohop do opowiedzenia przebiegu ich życia, do wyłożenia przedmiotów i celów ich badań, doniosłości i owoców ich odkryć.

W. N.

29. *Frank W. Zasady Termodynamiki.* Sprawozdanie dyrekcji c. k. gimnazjum w Przemyślu za rok szkolny 1890. Przemyśl, 1890, str. 3—43.

Rozprawa ta nie jest badaniem oryginalnym, stanowi raczej jasny i ściśle wykład dwóch podstawowych zasad termodynamiki czystej. Autor przypomina w § 1-ym zasadę zachowania energii i wygłasza ją pod jej specjalnie

termodynamiczną postacią. W § 2-im wyклада o rodzajach możliwych przemian termodynamicznych, zwłaszcza zaś o zjawisku kołowym Carnota, i o maszynach termodynamicznych. Podaje przytęm twierdzenie Carnota, dowodząc go na zasadzie pewnika Sir. W. Thomsona. Tu wszakże powinien był autor dopełnić ów pewnik zastrzeżeniem, że zjawisko, jakie uważany układ materjalny przebywa, musi być kołowym; jak dobrze wiadomo, pewnik Sir W. Thomsona nie jest ogólnie prawdziwy bez tego zastrzeżenia. Uzyskawszy dowód zasady Carnota, autor nadaje jej kształt analityczny, posługując się, w sposób znany, funkcją Carnota. W ostatnim wreszcie paragrafie wprowadza skalę bezwzględną lub termodynamiczną temperatur, wskutek czego równania termodynamiki przybierają zwykłą swą, bezpośrednio użyteczną postać.

Rozprawa ta, napisana sumiennie, może być cenną pomocą przy poznawaniu zasad termodynamiki.

W. N.

30. *Falb Rudolf. Przewroty we wszechświecie.* Z trzeciego wydania niemieckiego przełożył W. P. Z 96 drzeworytami w tekście. Warszawa, 1890. 8-ka mała, str. 233 i VI.

Jestto jedna z kilku książek F a l b a, w których autor, paradoksalnością swych twierdzeń i zachwalnością wniosków imponuje czytelnikom, z nauką nie obeznanym; ktokolwiek wszakże bez uprzedzenia książkę tę przeczyta, pozna łatwo, że wszelkie wywody autora zgola są bezzasadne. Z tego względu wydanie książki tej w języku polskim byłoby po niekąd użytecznym, mogłoby bowiem może rozwiać wiarę w „teorię“ F a l b a, którą pisma codziennie tak gorliwie u nas szerzą, gdyby przekład był choć znośnym. Jakkolwiek jednak przywykli jesteśmy do lichych tłumaczeń, takiej osobliwości zapewne jeszcze nie było; śmiało można powiedzieć, że ani jeden termin naukowy należycie nie został użytym, ani jedno zdanie dobrze nie przetłumaczone. Na usprawiedliwienie tego sądu sprawozdawca odwołuje się do „Wszechświata“ z r. 1890, gdzie na stronie 636 dostateczna liczba przykładów wykazuje niezrównane błędy tłumaczenia.

S. K.

31. *Grajnert J. Pogadanki astronomiczne o świecie powszechnym.* Warszawa, F. Czerwiński, 1890. 16-ka, str. 62.

32. *Grajnert J. Pogadanki o ziemi naszej, jak się tworzyła i z czego się składa?* Warszawa, F. Czerwiński, 1890, 16-ka, str. 35.

Przed zgromadzonymi gospodarzami wiejskimi i parobczakami tłumaczy nauczyciel ludowy niektóre elementarne pojęcia i wiadomości: z kosmografii i astronomii w pierwszej książeczce; z kosmogonii, geologii i paleontologii w drugiej. Objaśnienia autora nie wszędzie są szczęśliwe, a styl jego wydaje się niepotrzebnie napuszonym i prawdopodobnie nie dosyć jest zrozumiałym dla

czytelników, do których autor przemawia; pomimo to przecież obie książeczki mogą czytelnika zająć, rozbudzić jego ciekawość i w niejakiem stopniu ją zaspokoić.

W. N.

33. *Helmholtz v., H. Termodynamika zjawisk chemicznych. Za upoważnieniem autora przełożył Fr. Tomaszewski.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 104—144.

W znakomitych tych rozprawach Helmholtz wprowadził po raz pierwszy do nauki pojęcie *energii swobodnej*; a jakkolwiek uprzedzony został poniekąd w tym względzie przez Massieu'go i Gibbsa, nowsze przecież poglądy na osnovę i zakres drugiej zasady termodynamiki z tych jego badań początek swój wzięły. Najważniejszym osiągnięciem w nich rezultatem jest niewątpliwie odróżnienie ciepła chemicznego od voltaicznego, i bezpośrednio z tém odkryciem związane wyjaśnienie zależności pomiędzy siłą elektrobodźczą ogniwa a zjawiskami cieplnymi, które się w niem odbywają. Doniosłość tych rozpraw skłoniła przeto Redakcyę „Prac” do przyswojenia ich piśmiennictwu naszemu; tym sposobem rozpoczęto zamierzony przez nią obraz rozwoju termodynamiki w czasach najnowszych.

W. N.

34. *K. S. Czego nas Kopernik o obrotach ziemi nauczył. Pierwsze początki astronomii w sposób dla każdego zrozumiały wyłożył S. K. Książeczka ozdobiona portretem Kopernika z 16 rysunkami.* Warszawa 8° mała str. 62.

Książeczka ta należy do wydawnictwa „książeczek dziesięciogroszowych”, przeznaczonych dla ludu miejskiego i wiejskiego. Opowiadanie swe podzielił autor na dwie części. W pierwszej wyjaśnia obrót ziemi około osi w rozdziałach: 1. Pomnik Kopernika, 2. Obrót dzienny gwiazd, 3. Obrót ziemi na około osi, 4. Bieguny świata, 5. Oś świata, równik i południk, 6. Obrót ziemi na około osi, 7. Co przemawia za obrotem ziemi? 8. Dowód obrotu ziemi. W drugiej części tłumaczy bieg ziemi na około słońca, w rozdziałach: 9. Słońce, 10. Wędrowka słońca po niebie, 11. Zwierzyniec niebieski, 12. Pory roku, 13. Dnie długie i krótkie, 14. Na równiku, 15. Na biegunie, 16. Bieg ziemi na około słońca, 17. Pochylenie osi ziemskiej, 18. Dowód biegu ziemi około słońca, 19. Jak szybko ziemia bieży? 20. O kalendarzu.

Dzięki swemu darowi pedagogicznemu i jasności przedstawienia wywiązał się autor bardzo szczęśliwie z niełatwego wcale zadania.

S. D.

35. *Kowalski J. O warunkach, którym stałe przewodnictwa cieplnego kryształów czynić zadosyć powinny.* Prace mat. fiz., t. II, str. 100—103.

W zjawisku prostego przewodzenia ciepła w ciele izotropowem, ulegającym prawom F o u r i e r a, zasada wzrastania entropii sprowadza się oczywiście do twierdzenia, iż stała przewodnictwa jest dodatnią. Autor rozwa-

za toż samo zagadnienie w przypadku ciała krystalicznego. Oznaczając przez V temperaturę w miejscu x, y, z i w chwili t , przez dQ ilość ciepła, którą element $dx dy dz$ wymienia w czasie dt , przez $k_{11}, k_{21}, \dots, k_{33}$ dziewięć stałych przewodnictwa ciała, znajdujemy.

$$\frac{d}{dt} \int \frac{dQ}{V} = \iiint \frac{dx dy dz}{V^2} \left\{ k_{11} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \dots + (k_{12} + k_{21}) \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} + \dots \right\}$$

jeśli ciało nie traci, ani zyskuje na ciepło. Ażeby ta wielkość zawsze była dodatnią, mamy zatem, prócz warunków, jak $k_{11} < 0$, podobnych jak w przypadku ciała izotropowego, jeszcze nadto warunki formy

$$k_{11} k_{22} - \left(\frac{k_{12} + k_{21}}{2} \right)^2 > 0.$$

zawsze wypełnione z natury rzeczy, z wyłączeniem systematu monoklinicznego i tryklinicznego.

W. N.

36. *Kowalski J. O hartowaniu szkła.* Prace mat.-fiz. t. II. str. 93—99.

W pracy tej autor starał się zbadać zmiany molekularne, towarzyszące hartowaniu szkła.

Do doświadczeń wybrano sztabki cylindryczne o promieniach od 0,8729 do 0,8635 mm., wykazujące słabe podwójne załamanie. Przy pomocy dokładnej wagi hydrostatycznej oznaczono ich ciężar gatunkowy, następnie hartowano przez pogrążenie sztabki, ogrzanej w kąpeli łożawej do 410°C., w oleju parafinowym, ogrzanym w pierwszej seryi doświadczeń do 100°C., w drugiej do 200°C. Teraz powtórnie badano sztabki, zahartowane w aparacie polaryzacyjnym przy pomocy kompensatora, i do dalszego badania na ciężar gatunkowy wybierano tylko te egzemplarze, które w całej swej długości przedstawiały jednakowo silnie rozwiniętą własność podwójnego załamania. Z powtórnego oznaczenia ciężaru gatunkowego okazało się:

1) że założenie, które autor we wstępie teoretycznym uczynił, posilując się równaniami N e u m a n a, iż wpływ końca cylindra może pozostać nieuwzględnionym w formułach, jest przez doświadczenie usprawiedliwionem, albowiem sztabki różnej długości jednakowo zmieniają ciężar gatunkowy;

2) że sztabki przy hartowaniu zmniejszają swą objętość i to tém więcej, im większą jest temperatura hartowania. Badanie współczynnika elastyczności wykazało, że E zmniejsza się po hartowaniu blisko o 1,5%, wytrzymałość zaś zwiększa się prawie o $\frac{1}{3}$.

E. N.

37. *Krzyżanowski K. O doświadczeniach Picteta nad skropleniem i zestaleniem wodoru.* Rozpr. i Spraw. Akad. Um. t. XX str. 1—11.

W r. 1878 R a o u l P i c t e t zdołał skroplić a nawet zestalić wodór.

Ponieważ późniejsze badania prof. Olszewskiego doświadczeń Picteta nie potwierdziły, więc zrodziło się pytanie, czy zjawiska, przez Picteta spostrzeżone, nie pochodzą od obecności ciał obcych, wodoru zanieczyszczających? Doświadczenia, w tym kierunku przez autora podjęte, potwierdziły to przypuszczenie i wykazały, że przy rozkładzie mieszaniny mrówkianu potasu, choćby zupełnie czystego, z wodanem potasu (metoda przez Picteta używana), nawet przy nadmiarze tego ostatniego, otrzymuje się obok wodoru wodę, pomimo najstaranniejszego suszenia mieszaniny (do 150°C.). Przy niedostatecznej ilości wodanu potasu otrzymuje się oprócz wody tlenek i dwutlenek węgla w znacznej ilości. Ponieważ Pictet nie pracował z nadmiarem KOH , ale odwrotnie z nadmiarem CH_2O_2 , więc niewątpliwie między produktami rozkładu otrzymać musiał CO i CO_2 . Fakt ten bardzo dobrze tłumaczy zjawiska, przez Picteta przy doświadczeniach nad skropleniem wodoru opisywane, z wyjątkiem zjawisk akustycznych, które pozostały zagadkowymi.

Pracę, powyżej streszczoną, ciekawą w założeniu i wykonaniu, wykonał autor w pracowni prof. Olszewskiego. E. N.

38. Leski J. *Pipeta automatyczna pomysłu Karola Berenta*. Przegląd Techniczny, tom XXVII, str. 289.

Nader prosta i praktyczna biureta, służąca do szybkiego odmierzania z góry oznaczonych objętości cieczy. W. N.

39. Merczyng H. *Zarys teorii matematycznej telefonowania na znaczne odległości*. Przegląd Techniczny, t. XXVII, str. 153—156.

W artykule tym autor wnioskuję najpierw na zasadzie znanych wzorów, że prawo Ohma daje tylko przybliżony obraz zjawiska, występującego w obwodzie elektrycznym, w którym, oprócz oporu, czynnikami są nadto dwa inne wpływy, a mianowicie samoindukcja i pojemność.

Jeżeli przypuścimy stały opór obwodu i pominiemy względnie mniej znaczny czynnik jego pojemności, to szybkość wzrastania prądu będzie odwrotnie proporcjonalną do współczynnika samoindukcji (t. z. „kadranów”) co jest zasadniczym dla teorii telefonów, które dźwięczą tym słabiej, im mniejszą jest pochodna natężenia prądu względem czasu. Autor oblicza następnie (na przykładzie liczbowym) samoindukcję aparatów i linii telefonicznej i wykazuje dowodnie korzyści, wynikające z zamiany przewodników żelaznych na miedziane (wolne od wpływów namagnesowania). W rzeczywistości, rachunek ten jest tylko pierwszym grubszym przybliżeniem, gdyż współczynnik samoindukcji nie jest wielkością stałą dla cewek, zawierających jądra żelazne, a nadto we wzorach Witlisbacha, którymi autor się posługuje, pominięte zostały wpływy pojemności. Z tych wzorów matematycznych wynika jednakże wniosek doniosły, że obraz zjawisk w dłuższej linii

telefonicznej jest nadzwyczaj zawiłym i że drgania pierwotne zostają różnie przeinacone w aparatach odbiorczych, (odnośnie do amplitudy i do fazy fal), a to zależnie od zmiennej wysokości dźwięków. Szkodliwemu wpływowi samoindukcji można do pewnego stopnia przeciwdziałać w linii telefonicznej za pomocą włączonych kondensatorów. Kondensatory i tak zwane „graduatory” prądów telegraficznych stosowane są też korzystnie w aparatach Van-Rysseberghe’a, służących do jednoczesnego przesyłania telegramów i rozmów telefonicznych. Otóż, autor zapewnia (w końcu swego artykułu), że p. Gwozdiew udoskonalił obecnie na tyle pomysł Van-Rysseberghe’a, iż bez pomocy „graduatorów”, a nawet w linii żelaznej o długości 300 wiorst, można będzie wybornie telefonować, przysyłając jednocześnie depesze telegraficzne. Ze zbyt krótkich objaśnień autora. trudno jednakże domysleć się, na czém polega nowość owego wynalazku p. Gwozdiewa.

A. H.

40. Merczyng H. *Korespondencya „Wszelchświata”*. Wszelchświat t. IX, str. 557.

Znajdując się na szczycie Rysów nad Morskim Okiem podczas burzy, słyszał autor silne szyczenie, towarzyszące bezpośredniemu wyładowywaniu się elektryczności ziemi w chmury. W. N.

41. Merczyng H. *O biegu w rurach wody, nafty i ropy*. Przegląd Techniczny, t. XXVII str. 245—249, 273—295.

Jestto opis i rezultaty badań doświadczalnych autora nad przepływem cieczy przez rury niesprężyste. Po treściwym wstępie historycznym wprowadza autor wzór dla rur włoskowatych, według którego ilość przepływającej cieczy jest proporcjonalna do czwartej potęgi średnicy rury, i wykazuje przyczyny, dla których zasada ta do rur szerszych stosować się nie może. Dla tego też przy obliczeniach szybkości przepływu cieczy przez rury odwoływać się trzeba do wzorów mniej lub więcej empirycznych, które podają zależność między prędkością przepływu cieczy a ciśnieniem hydraulicznym, i średnicą rury, przyczem wpływ wywierają i własności fizyczne samej cieczy. Dla oznaczenia zatem dróg prób zarówno natury samej funkcji, wyrażającej tę zależność, jak i wchodzącej tam ilości stałej, autor przeprowadził szereg doświadczeń dla wody, nafty i ropy, posługując się trzema rurami o średnicy 21,2, 26,2 i 45,25 milimetrów. Z doświadczeń swych wnosi autor, że ze wszystkich proponowanych wzorów objawom istotnym najlepiej odpowiada związek $id = av^2 + bv$, gdzie i oznacza stratę ciśnienia na jednostkę długości, d średnicę rury, v średnią szybkość biegu cieczy w rurze. Co do stałych a i b , to współczynnik a jest proporcjonalny do gęstości, b zaś do współczynnika tarcia wewnętrznej cieczy, co autor uzasadnia tym, że pierwszy wyraz przedstawia stratę energii ruchu na wiry, drugi na tarcie wewnętrzne cieczy. Inne uwagi autora mają znaczenie bardziej praktycz-

ne, pobudką bowiem pracy były głównie kwestye, nastrożające się przy budowie naftociągów.

S. K.

42. **Meyer Wiktor Prof.** *Zadania i wyniki badań stereochemicznych. Odczyt wygłoszony na posiedzeniu Towarzystwa chemicznego niemieckiego w Berlinie 28 stycznia 1890 r. Przełożył Bronisław Znatowicz.* (Biblioteka przyrodnicza Wszechświata). Warszawa, 1890, 8, str. 58.

Za rzetelną zasługę poczytać należy tłumaczowi przekład tego gruntuwnego i w myśli bogatego odczytu prof. W. Meyera. Historyczno-krytyczny rozbiór badań Le Bela, van't Hoffa, Wislicenusa, jako też szeregu uczonych, jacy w ciągu kilku lat ostatnich poświęcili się badaniom stereochemicznym, daje jasny obraz współczesnego stanu tej sprawy i zasadnie prowadzi do wniosku: „nie mamy prawa do uważania atomów za punkty materialne, ale jesteśmy zmuszeni zwracać uwagę na ich wymiary, i już obecnie, jakkolwiek w ograniczonym stopniu, możemy tworzyć pojęcia o stosunkowych ich wielkościach“.

Znaczenie stereochemii i miejsce jej w rozwoju chemii teoretycznej objaśnił tłumacz w krótkiej lecz wymownej notatce, pomieszczonej we Wszechświecie, 1890, № 35, str. 555—556.

W. N.

43. **Natanson Wł.** *O teorii cynetycznej zjawiska Joule'a.* Prace II, str. 75—92

Zjawisko Joule'a objaśniano zwykle w ten sposób. „Przy wyrównaniu się ciśnień (podczas przepływu gazu z naczynia pełnego do próżnego) powstaje prąd gazu; energia zwłaszcza zostaje wytworzona, a przeto odpowiednia ilość ciepła zniknąć musi. Stąd oziębianie się tego gazu, który pozostaje w pierwotnie pełnym naczyniu. Gdy zaś energia molarna prądu zostaje zmieniona powtórnie na ciepłą w drugim naczyniu, powstaje tam ogrzanie, które teoretycznie poprzedniemu oziębieniu wyrównywać winno“.

Autor sądzi, że wytłomaczenie to jest w zasadzie prawdziwem, ale wątpi, czy jest zupełnem. Możemy, powiada, zapytać, dla czego ciepło niezbędne dla wytworzenia energii molarniej zostaje odebrane tym właśnie cząsteczkom gazu, które pozostają w naczyniu początkowo pełnem, a nie tym, które przepływają do próżni? Na to pytanie pragnąc odpowiedzieć, albo raczej usiłując je uczynić zbytecznem, autor wyjaśnia zjawisko Joule'a, wychodząc z teorii cynetycznej gazów.

Według teorii cynetycznej, cząsteczki gazu zawartego w naczyniu posiadają prędkości różne; z pomiędzy zatem cząsteczek warstwy gazu, leżącej tuż przed otworem komunikującym z naczyniem próżnem, te cząsteczki najprawdopodobniej osiągną otworu po upływie czasu niezmiernie krótkiego od chwili otwarcia kranu, które mają stosunkowe prędkości największe w kierunku normalnym ku otworowi. Przedewszystkiem więc z naczynia pełnego do próżnego przejdą cząsteczki najcieplejsze warstwy pierwszej;

w chwili następnej przejdą najcieplejsze tej warstwy, która będzie pierwszą na początku nowej chwili, i t. d., w sposób, że ostatecznie cząsteczki zimniejsze pozostaną w naczyniu początkowo pełnem, a cieplejsze przejdą do początkowo próżnego.

Z takiego punktu widzenia, o energii molarniej w zjawisku Joule'a nie ma co i mówić, bo cząsteczki gazu przechodzą z naczynia pełnego do próżnego wskutek prędkości, posiadanych w naczyniu pełnem; że zaś cząsteczki, posiadające prędkość większą, są tym samem cieplejsze od posiadających mniejszą, przeto nie można również wyobrazić sobie gazu, któryby w zjawisku Joule'a zachował się odwrotnie, t. j. przy przejściu z naczynia pełnego do próżnego ocieplił pierwsze i oziębił drugie.

Taką jest myśl przewodnia autora, którą bardzo zrećnie rozwija przy pomocy prawa Clerk-Maxwella, dotyczącego rozdziału prędkości w gazie doskonałym i w założeniu, że zjawisko odbywa się adyabatycznie.

Ostatni ustęp pracy poświęcony jest wyjaśnieniu cynetycznemu praw Graham'a, dotyczących efuzji.

Wł. G.

44. **Natanson Wł.** *Wstęp do Fizyki teoretycznej.* Warszawa, 1890, 8° str. XII i 458.

Od czasu odkrycia równoważnika mechanicznego ciepła i pojawienia się rozprawy Helmholtza o zachowaniu siły, nastąpił nowy zwrot w poglądach fizycznych. Zamiast modelowania zjawisk na sposób układu planetarnego, w którym dominuje działanie sił centralnych, powstało usiłowanie, aby je sprowadzić do rozważania samej tylko energii w jej różnych przejawach. Energia może się przenosić z miejsca na miejsce w przestrzeni, może przechodzić z jednego ciała na drugie, może wreszcie przekształcać się z jednego rodzaju na inny. Poznanie praw tych wszystkich przejawów energii stanowi naukę nową, zwaną energetyką.

W układzie ciał, podlegających siłom centralnym, istnieją również zjawiska przenoszenia się i przekształcania energii. Z tego względu energetyka, stanowiąc jedno tylko zadanie z dziedziny dynamiki, zdaje się być nauką mniej od niej ogólną. Jednak zauważyć należy, że nie wszystkie rodzaje energii dają się przez rozważanie sił centralnych wytłomaczyć. Gdy np. mamy do czynienia z oporem lub tarcie, wtedy kosztem energii, na ich pokonanie zużytej, wywiązują się ciepło; ale ani oporu lub tarcia, ani też objawów ciepła dotąd przez siły centralne objaśnić nie zdołano. W energetyce zatem wychodzi się wogóle po za obręb sił centralnych, i o tyle jest ona zawsze ogólniejszą od dynamiki.

P. Wł. Natanson miał więc myśl nader szczęśliwą, dając jako wstęp do fizyki teoretycznej: dynamikę i energetykę.

Dynamika w układzie autora obejmuje właściwie trzy pierwsze rozdziały; rozdział czwarty stanowi jakby przejście od dynamiki do energetyki; rozdziały: piąty, szósty i siódmy obejmują termodynamikę (najwłaściwiej do-

brany przykład energetyki), a rozdział ósmy: teorią cynetyczną materii (jako próbę wyjaśnienia zjawisk ciepłych ruchem).

W rozdziale pierwszym autor, poświęciwszy paragrafy wstępne przypomnieniu pojęć: materii przestrzeni i czasu, określił: prędkości i przyspieszenia, jakoteż jednostek i wymiarów, rozpoczyna właściwy wykład od określenia siły, w którym przyjmuje za początek zasadę działania i oddziaływania. Przez siłę rozumie autor „część jednostronną“ działania w wzajemnym działaniu dwóch ciał. W rozwinięciu dalszemu definicji siły ze względu na skutek, wywierany przez nią na ciało, i opór, jaki ciało jej działaniu stawia niezależnie od wpływów zewnętrznych (masa), autor dochodzi do pojęcia miary siły i miary masy. Kwestyą mierzenia sił i mas kończy wykładem o jednostkach dynamicznych. Następnie mówi o prawie składania sił i otrzymuje w ten sposób zasady dynamiczne równoważne trzem prawom ruchu Newtona. Kończy wreszcie rozdział ustanowieniem równań dynamicznych.

W rozdziale II są wyłożone kwestye następujące: spadek ciał, środki bezwładności, wahadło proste i złożone, miara przyspieszenia ciężkości, przyciągania ziemi, zmiana ciężkości na jej powierzchni, gęstość średnia ziemi.

Rozdział III rozpoczyna się krótkim opisem układu planetarnego i wykładem praw Keplera i Newtona. Potem idzie teoria ruchu planet, z krótkim poglądem na obliczanie perturbacji i na poszukiwania, dotyczące trwałości układu słonecznego. Dalej jest mowa o rozciągnięciu praw Newtona do gwiazd podwójnych i o skutkach wpływu ich przyciąganie na układ słoneczny. Ażeby sprawdzić ścisłość prawa ciężenia, podaje autor łatwy sposób dowodzenia twierdzenia Newtona, które dotyczy długości drogi zawartej między dwiema absydami, w razie gdy przyciąganie jest proporcjonalne do n -ej potęgi odległości. W kwestyi proporcjonalności przyciągania do masy autor cytuje tylko twierdzenie Laplace'a, w którym równości działania słońca na jednostkę masy ziemi i księżyca dowodzi się przez uważanie nierówności paralaktycznej. Rozwija również autor zadanie o prędkości rozchodzenia się atrakcji i teoryą atrakcji Le Sage'a.

Rozdział IV stanowi przejście od dynamiki do energetyki. Wyjaśnwszy znaczenie pracy, przychodzi autor do określenia energii i sformułowania zasady jej zachowania w układach dynamicznych; wreszcie uogólnia tę zasadę i daje krótki pogląd na rozwój pojęcia energii.

W rozdziale V wyklada autor termodynamikę czystą, przez którą rozumie ogół praw, rządzących przekształcaniem się energii dynamicznej w ciepłą i nawzajem. Prawa te są niezależne od własności ciał szczególnych, ale wynikają jedynie z zasady równoważności ciepła i pracy i z zasady Carnota. Wykład rozpoczyna autor od określenia temperatury, najprzód termoskopowo. To mu wystarczy do opisanja zjawiska kołowego Carnota (cykl Carnota), tak dla ciał exotermicznych jak i endotermicznych, i do sformułowania pierwszej zasady termodynamicznej (zasady równoważności). Następnie określa zjawisko odwracalne i nieodwracalne i usiłuje wyprowadzić zasadę Carno-

ta, wychodząc raz z postulatu Clausiusa, drugi raz z postulatu Sir W. Thomsona. W ten sposób znajduje się w możności ustanowienia skali bezwzględnej temperatury Sir W. Thomsona i określenia entropii dla zjawisk odwracalnych. Stosowne rozważanie cyklu Carnota wiedzie znowu autora do nowego pojęcia, które nazywa „ciepłem przeistoczonem“. Podczas przemiany izotermicznej ciało ciepła nie przeistacza, podobnie jak podczas przemiany adyabatycznej — nie pobiera go. Rozwijając w dalszym ciągu termodynamikę zjawisk odwracalnych, wyprowadza autor związki Maxwella, określające funkcye, zwane termodynamicznymi. Jedną z nich, t. j. „energiją swobodną“ Helmholtza bada szczegółowo i dowodzi, że w miarę przeistaczania się ciepła, energia swobodna przechodzi w związaną. Następnie traktuje zjawiska nieodwracalne i usiłuje dowieść zasady wzrastania entropii. Kończy zaś rozdział wykładem teorii Sir W. Thomsona tak zwanąj ruchliwości termodynamicznej i rozpraszania się energii.

W rozdziale VI rozpoczyna autor termodynamikę materii, t. j. zastosowanie praw, poprzednio sformułowanych, do badania ciał przyrody. Na pierwszym miejscu idą gazy doskonałe, później — niedoskonałe, gdzie studjuje przedewszystkiem równanie van der Waalsa. Dalej wyklada teorią par nasyconych. Studium nad stanem krytycznym wiedzie autora do rozbiórki hipotezy J. Thomsona, teorii van der Waalsa i twierdzenia Maxwella. Wreszcie podaje twierdzenie van der Waalsa o ciśnieniach „odpowiednich“, które popiera nowymi obliczeniami, uzupełnia twierdzeniem analogicznem Z. Wróblewskiego i uogólnia własnymi badaniami.

W rozdziale VII traktuje autor teorią reakcji. W wykładzie reakcji klasy pierwszej trzyma się metody Plancka, którą uzupełnia twierdzeniami Moutiera i Robina. Szczególnie pięknie traktuje autor punkt potrójny, ustanawiając dlań równanie, z którego otrzymuje łatwo wyniki Kirchoffa, Plancka i Helmholtza. W końcu zajmuje się teorią ogólną reakcji według Gibbsa i Plancka, uzupełniając ją w przypadku dysocjacji własnymi spostrzeżeniami.

Rozdział VIII poświęcony jest teorii cynetycznej materii Maxwella. Ustanowiwszy, na podstawie zasad prawdopodobieństwa, rozdział cząstek w przestrzeni, postawionych samym sobie, wyklada autor prawa ogólne ruchu cząsteczkowego, niezależnie od natury cząsteczek i od praw działania, które na siebie wywierają. W ten sposób dochodzi do równań ruchu hydrodynamicznych, najogólniejszych. Następnie wprowadza hipotezę dynamiczną (Maxwella) i otrzymuje równania hydradynamiczne w przypadku cieczy lepkich, których odkrycie przypisuje Poissonowi (zdaje się, że pierwszy Navier podał te równania w r. 1822). Posługując się dalej działaniem z odległości według prawa nieznanego i twierdzeniem o silniku, daje teorią gazów niedoskonałych. Powraca znowu do niezależności od hipotezy dynamicznej i wyprowadza prawo Maxwella rozdziału prędkości. To prawo stosuje do udowodnienia prawa Avogadra, do wytlomaczenia

zjawiska Joule'a i do obliczenia drogi swobodnej. W końcu oblicza współczynnik tarcia wewnętrznego (lepkości) i czyni uwagi o naturze zadań w teorii gazów wieloatomowych.

Wł. G.

45. **Olearski K.** *O sprężystości aliażów cynku i miedzi.* Rozpr. i Spraw. Ak. Um., t. XX, str. 18—32.

Autor przedsięwziął zbadanie pytania, czy wyrażone przez Wertheima przypuszczenie, że metale zachowują w aliażach właściwą sobie sprężystość sprawdza się dla drutów, ciągniętych z aliażu miedzi i cynku. Doświadczenia, wykonane przez autora w Cavendish Laboratory w Cambridge, dotyczyły współczynnika sprężystości Younga, oznaczonego bezpośrednio przy pomocy noniusza na obciążonych przez ciężarki drutach, oraz współczynnika sprężystości skręcenia, obliczonego na podstawie metody wahań przy pomocy wibratora Maxwella o zmiennym i wiadomym momencie bezwładności.

Rezultaty streszcza autor w sposób następujący:

1) sprężystość wydłużenia aliażów cynku i miedzi jest, jak można było wnosić z doświadczeń Wertheima, mniejszą, aniżeliby wypadała z proporcjonalności do składu chemicznego.

2) sprężystość objętościowa aliażów (funkcja współczynnika Younga i sprężystości przy skręcaniu otrzymana, przez W. Thomsona do nauki wprowadzona i warunkująca opór, stawiony przez ciało jednostajnemu ze wszystkich stron ciśnieniu, sprawiającemu zmniejszenie objętości bez zmiany kształtu—przyp. sprawozdawcy), znaleziona doświadczalnie, zgadza się ze sprężystością, obliczoną podług ich złożenia.

3) Natomiast sztywność i zwięźlenie poprzeczne nie mogą być w podobny sposób obliczane; doświadczenia dowodzą, że sztywność jest o wiele mniejszą, aniżeli wypada z rachunku. Mała ilość cynku dodana do miedzi znacznie zmniejsza sztywność; liczby, wyrażające zwięźlenia poprzeczne, nie leżą nawet w pośrodku liczb dla cynku i miedzi.

E. N.

46. **Olszewski K.** *O zachowaniu się etanu i propanu w niskiej temperaturze i pod ciśnieniem.* Rozpr. i Spraw. Ak. Um., t. XX, str. 12—17.

Doświadczenia, dotyczące punktu krytycznego etanu i propanu oraz zależności temperatur skroplenia od ciśnienia, wykonał prof. Olszewski w przyrządzie Cailleteta, używając do mierzenia temperatur termometru rtęciowego, do mierzenia ciśnień manometru powietrznego. Rezultaty są następujące:

Dla etanu:

temperatura	ciśnienie
+ 34° (temp. krytyczna)	50,2 (ciśnienie kryt.)
+ 29° „ „	46,7 „ „
+ 23,5° „ „	40,4 „ „
0° „ „	23,8 „ „

Dla propanu:

temperatura	ciśnienie
+ 97° (temp. krytyczna)	44 (ciśnienie kryt.)
+ 49° „ „	18 „ „
+ 43° „ „	15,7 „ „
+ 30° „ „	11,1 „ „
+ 20° „ „	8,8 „ „
+ 10° „ „	7,4 „ „
0° „ „	5,0 „ „

Oba ciała przy — 151° pozostały jeszcze ciekłymi.

W sprawozdaniu szczególnie podnieść należy nową a wielce dowcipną metodę, zastosowaną przez autora do oczyszczenia ciał badanych. Polega ona na kilkakrotnej destylacji w bardzo niskiej temperaturze, t. j. w temperaturze wrzenia odpowiednich gazów.

Z zestawienia ciśnień i temperatur krytycznych dla CH_4 , C_2H_6 , C_3H_8 okazuje się, że $\frac{T}{P}$ wzrasta dosyć regularnie, w miarę zwiększania się ciężaru

cząsteczkowego. Odnosne wartości dla $\frac{T}{P}$ wynoszą: 3, 5 dla metanu, 6, 1 dla etanu, 8, 4 dla propanu.

E. N.

47. **Olszewski K.** *Zachowanie się selenowodoru w niskiej temperaturze i pod ciśnieniem.* Rozpr. i Spraw. Ak. Um., t. XX, str. 282—286.

Selenowódor należy do gazów, których warunki skroplenia i zestalenia nie zostały dotychczas zbadane. Prof. Olszewski zajął się wskutek tego powyższą kwestyą i otrzymał rezultaty następujące:

Selenowódor skrapla się:

przy temp.	pod ciśnieniem
0°	6,6 atm.
18	8,6 „
52	21,5 „
100	47,1 „
137	91,0 „ (punkt krytyczny).

Doświadczenia były czynione w przyrządzie Cailleteta, ciśnienie mierzone manometrem rtęciowym (?). Gaz, otrzymany przez działanie kwasu solnego na selenek żelaza, okazał się po opłukaniu i osuszeniu dostatecznie czystym i na rtęć działał tak powolnie, że doświadczenia w przyrządzie Cailleteta mogły być robione z dostateczną ścisłością.

Przy tej sposobności powtórzył prof. Olszewski doświadczenia z siarkowodorem i znalazł rezultaty dosyć zgodne z dawniejszymi oznaczeniami.

E. N.

48. **Pawlewski Br.** *O kwasie chromowym.* Rozpr. i Spraw. Ak. Um., t. XX, str. 261—266.

Dla wytlomaczenia spostrzeżeń, dokonanych nad przewodnictwem elektrycznym roztworów kwasu chromowego, przypuszcza Ostwald istnienie w wodnym roztworze kwasu $Cr_2 O_7 H_2$, nie zaś $Cr O_4 H_2$, jak zazwyczaj bywa przyjmowanym. Hypotezę tę autor poddał sprawdzeniu, oznaczając cząsteczkową łamlliwość światła roztworu kwasu chromowego, oraz—metodą Raoult'a—obniżenie temperatury zamarzania w tym również roztworze. Łamlliwość cząsteczkowa, otrzymana za pomocą refraktometru Pulfricha, zgadza się dobrze z łamlliwością teoretyczną (t. j. z łamlliwości atomowych wyliczoną), jeśli formułą kwasu jest $Cr O_4 H_2$. Ciężar zaś cząsteczkowy, otrzymany metodą Raoult'a, wyniósł średnio 84, rezultat w każdym razie bliższy do wagi 118,4 (odpowiadającej wzorowi $Cr O_4 H_2$) niż do 218,8, której wymagałaby formuła $Cr_2 O_7 H_2$.

W. N.

49. **Plewński S.** *Prawo Dulonga i Petita.* Wszechświat, t. IX, str. 375—376 i 394—396.

Popularne objaśnienie osnowy i doniosłości prawa Dulonga i Petita.

W. N.

50. **Rudzki M. P.** *O rytmicznych oscylacjach morza.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 33—56.

Autor przedsięwziął oznaczyć przyczynę rytmicznych oscylacji wód kuli ziemskiej o peryodzie długim, t. j. oscylacji, mogących sprawiać długotrwałe i większe zalewy peryodyczne. Przebiegając rozliczne przyczyny oscylacji wód wogóle, wykazuje rachunkowo, że reakcja przyływów i kurczenie się ziemi wskutek obciążenia działają niesłychanie powoli i od niepamiętnych czasów w jednym tylko kierunku; zaś perturbacje w położeniu osi bezwładności ziemi względem jej figury powodują wprawdzie oscylacje wód peryodyczne, ale za to krótkotrwałe. Zdaje się przeto autorowi, że jedynie hipoteza Adhemara mogłaby wyjaśnić i większe i długotrwałe zalewy, lecz odnośnych rachunków nie przeprowadza.

Wł. G.

51. **Skarbk-Rudzki E.** *O teorii maszyn do wytwarzania ściśniętego powietrza i jego zastosowaniu do przenoszenia ruchu na dalekie odległości.* Przegląd Techniczny, t. XXVII, str. 184—187.

W treściwym artykule podaje autor główne zarysy teorii maszyn, wytwarzających powietrze ściśnione: oblicza pracę, jaką na nie potrzeba wydatkować, ilość wody, potrzebnej do chłodzenia powietrza, tłoczy sposób obliczania wymiarów maszyn, wreszcie wyznacza stosunek pracy, rozporządzalnej w aeromotorze, do pracy, wydatkowanej przy ścisnaniu.

W. N.

52. **Soleski J.** *Nauka Fizyki. Podręcznik dla niższych klas gimnazjów i szkół realnych. Z 232 figurami w tekście.* Wydanie drugie. Lwów, Nakł. autora, 1890. Str. IV i 199.

Podręcznik ten zawiera następujące rozdziały: Wstęp. Rozdział I: Ważniejsze fizyczne własności ciał. Rozdział II. Nauka o cieple. Rozdz. III. Niektóre ważniejsze chemiczne własności ciał. Rozdział IV. Nauka o ruchu i równowadze ciał w ogólności. Rozdz. V. Nauka o równowadze i ruchu gazów. Rozdz. VII. O magnetyzmie. Rozdz. VIII. A) Nauka o elektryczności statycznej. B) Elektryczność voltaiczna (galwaniczna). Rozdział IX. Nauka o głosie. Rozdział X. Nauka o świetle (Optyka).

Nie wdając się w szczegółowy rozbiór tej książki, powiemy ogólnikowo, że wydaje się ona jedną z najlepszych, jaką posiadamy do nauki szkolnej. Jest przedewszystkiem jasną, prostą i zwięzłą; jest nawet do pewnego stopnia oryginalną w metodzie wykładu, ponieważ widoczne są usiłowania autora, skierowane ku *indukcyjnemu* wprowadzaniu pojęć, gromadzeniu wiadomości i wyciąganiu wniosków. Jest rzeczą naturalną, że metoda ta nie wszędzie w całkowitej czystości mogła być zastosowana; lecz samo usiłowanie konsekwentnego jej używania, i osiągnięta stąd szczerokość i prostota nauki zasługują, w naszym mniemaniu, na wysokie uznanie. Drugą zaletę „Nauki Fizyki” stanowią liczne przykłady, objaśnienia, zadania, z twierdzeniami nauki abstrakcyjnej związane, a z różnych gałęzi przemysłu, z życia codziennego, z przejawów i zjawisk natury, skrzętnie i umiejętnie przez autora zebrane. Pragnął zapewne autor rozproszyć tą drogą ów mur, sztuczny a szkodliwy, jaki naukę szkolną dzieli od tego wszystkiego, co dzieje się wokoło nas, a co jest źródłem umiejętności, sił ożywczych jej dostarcza i pomocy jej żąda.

Ogólny plan książki, jej ton i sposób wykładu witamy tedy z uznaniem; lecz pewną liczbę szczegółów musimy w niej zganić. Obok nader udatnych rozdziałów (np. trzeci, o zjawiskach chemicznych, znacznie starszemu opracowaniu, niż to zwykle bywa w podręcznikach fizyki szkolnej), napotykamy rozdziały znacznie słabsze i *poniżej* poziomu nauki szkolnej na Zachodzie stojące, np. o zjawiskach elektrycznych. Rozdział optyczny nie zadowolnić nas również; instrukcja szkolna tłoczy autorowi zapewne do pewnego stopnia. W rozdziale o cieple zauważyliśmy: na str. 17, w. 3 od dołu redakcyą niejasną, skutkiem której czytelnicy wnieść mogą, iż woda nie odzyskuje objętości pierwotnej, jeśli po ogrzaniu przywrócimy jej temperaturę pierwotną. Podobny *lapsus*: str. 18, twierdzenie 4. Zestawienie na str. 32 wyrazów: *praca, ruch*, jak gdyby synonimów, raz. Twierdzenie o „mierze różnicy temperatury” na str. 13, wzięte dosłownie, jest wprost fałszywe.

W § 62 podane prawa 2. i 3. ruchu jednostajnego nie zostały wykryte za pomocą doświadczeń, jak powiada autor, lecz wynikają z określenia tego rodzaju ruchu. Analogiczny błąd powtarza się w innych miejscach. W § 89 zupełnie zbytecznie wprowadza autor czas wykonywania pracy do określenia pojęcia pracy; uczeń z tego ustępu nabędzie niewątpliwie przekonania, że, pod-

nosząc 1 kg. na wysokość 1 metra w ciągu np. 3-ch sekund, *nie* wykonywamy pracy 1 kilogramometru. Autor będzie tu winien pomieszczeniu pojęć pracy i sprawności.

Język książki szpecą liczne, rażące błędy, zazwyczaj germanizmy. Tak np. punkt topliwości *u* rtęci, *u* siarki (str. 21), *przyroda* cieczy (str. 24), *prądowanie* (str. 29), ciała *atermaniczne* (str. 31), „*z reguły*“ (str. 42), *pomalej* (str. 82), pomnożony drugim pierwiastkiem (ib.), *wahać* (zam. *wahać się*, str. 82 i 83), i t. d. i t. d.

W. N.

53. **Wierzbicki D.** *Lunety astronomiczne XIX wieku.* Kosmos, rocznik XV, str. 257—281 i 363—384.

Praca ta stanowi uzupełnienie opowiedzianej przez autora w r. 1888 w Bibliotece Warszawskiej „historii wynalazku lunety“. Czytamy tu tedy najpierw, jak refraktory czyli lunety soczewkowe ustąpić musiały reflektorom czyli teleskopom zwierciadłowym, a to z powodu dwu ich wad: aberacji barwnej i aberacji kulistości, które długo wydawały się niepodobnymi do usunięcia; pierwsze też swe tryumfy zawdzięcza astronomia gwiazd stałych potężnym teleskopom Herschla. Wynalazek wszakże soczewek achromatycznych wywołał znowu zwrot do refraktorów, udoskonalonych zwłaszcza przez Fraunhofera i Merza, Barlowa i Plössla. W Anglii jednak Lassell i Rosse posługiwali się dalej reflektorami, budował je we Francji Foucault, a najnowsze odkrycia astronomiczne dokonane zostały przy pomocy przyrządów, zarówno jednéj jak i drugiéj kategorii. Potężnymi refraktorami góruje wszakże obecnie Ameryka, gdzie Clark i inni stawiali się groźnymi rywalami konstruktorów europejskich. Autor opisuje więc szczegółowo słynne obserwatorium Licka na górze Hamilton w Kalifornii, a wreszcie tłumaczy, na czém polegają zalety olbrzymich przyrządów astronomicznych i do jakich celów są przydatne.

S. K.

54. **Zakrzewski J.** *Współczynnik rozszerzalności ciał stałych w temperaturach niskich* (— 100°, — 103° C). Rozpr. i Spraw. Ak. Um., t. XX, str. 227—260.

W obszerniej rozprawie streszcza autor rezultaty pracowitego badania nad rozszerzalnością szkła, miedzi i żelaza pomiędzy temperaturami wrzenia wody i etylenu. Doświadczenia były robione przy pomocy dwóch mikroskopów, pozwalających robić odczytania z dokładnością 0,00001-mm, t. j. 0,0001 do 0,00001 mierzonej długości. Posługiwano się pięciu stałymi temperaturami: 1) wrzenia wody, 2) pokojową, 3) topnienia lodu, 4) mieszaniny stałego dwutlenku i eteru, 5) wrzenia etylenu. W każdym doświadczeniu mierzono zmianę długości przy przejściu od temperatury pokojowej do każdej z 4-ch pozostałych.

Rezultaty są następujące:

Temperatury graniczne	10° × α			Średnia z temp. gran.
	Szkło	Żelazo	Miedź	
+ 100, + 25	898	1252	1753	+ 62,5
+ 25, 0	874	1232	1699	+ 12,5
0, — 78	756	1070	1602	— 39
— 78, — 103	624	1020	1516	— 90,5

Wielce ciekawem i ważnem jest wynikające z tych doświadczeń spostrzeżenie, że współczynnik rozszerzalności żelaza doznaje w okolicy temperatury topnienia lodu nagłej zmiany, a mianowicie maleje koło 0° nadzwyczaj szybko. To samo spostrzedz można dla miedzi lecz w mniejszym stopniu.

Praca powyższa została wykonana w Zakładzie fizycznym Uniwersytetu Jagiellońskiego przy współudziale prof. Witkowskiego.

E. N.

HISTORIA WIEDZY.

55. **Baraniecki M. A.** *List do Redakcji Wszechświata. Z powodu wydania Algorytmu księdza Tomasza Kłosa.* Wszechświat, t. IX, str. 28.

56. **Dickstein S.** *Odpowiedź na list powyższy.* Tamże.

Treść listu i odpowiedzi dotyczy pytania, czy Kłós był czystym abacistą, jak twierdzi p. Baraniecki, czy też w książce jego znajdują się także ślady arytmetyki cyfrowej, jak utrzymuje p. Dickstein.

Wł. G.

57. **Bieliński Józef.** *Stan nauk matematyczno-fizycznych za czasów wszechświata wileńskiej. Szkic bibliograficzny.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 265—432.

„Szkic bibliograficzny“ o stanie nauk matematyczno-fizycznych jest obszerną i pracowicie ułożoną bibliografią nauk mat.-fiz. za czasów wszechświata wileńskiej, z dodaniem źródłowych wiadomości, odnoszących się do życia wielu uczonych, programów ówczesnych wykładów, oraz stanu gabinetów i instytucji pomocniczych naukowych. Dla historyka wiedzy i oświaty praca p. Bielińskiego stanowi nader cenną podstawę badań. Znajdzie on w niej bowiem dane, niezbędne przy badaniu stanu następujących nauk: I. Matematyka (Arytmetyka, Algebra, Rachunek różniczkowy i całkowy, Geometria, Rachunek prawdopodobieństwa). II. Mechanika i Matematyka stosowana (Mechanika, Technologia, Górnictwo, Hutnictwo, Geodezja, Rysunek topograficzny, Miernictwo). III. Architektura (Budownictwo wiejskie, Inżynieria). IV. Astronomia (Astronomia teoretyczna i praktyczna, Obserwatorium astronomiczne, Geografia fizyczna i polityczna, Kalendarze). V. Nauki fizyczne (Fizyka, Gabinet fizyczny, Chemia, Gabinet chemiczny). VI. Agronomia (Gospodarstwo wiejskie, domowe, Leśnictwo).

S. D.

58. **Boguski J. J.** *Sprawozdanie z działalności Pracowni Fizycznej Muzeum Przemysłu i Rolnictwa w Warszawie.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 449—453.

Sprawozdanie z nabytków Pracowni w przyrządach, książkach i pomocach naukowych; z obrotu jej funduszy; z zajęć w niej odbywanych i z badań, które w niej dokonane zostały. Sprawozdanie to obejmuje drugą połowę roku 1888 oraz rok 1899, i stanowi ciąg dalszy ogłoszonego w tomie I „Prac“ (str. 119) Sprawozdania pierwszego.

E. N.

59. **Dickstein S.** *Wiadomość bibliograficzna o badaniach historyczno-matematycznych w Polsce.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 247—264.

Historycy literatury oraz bibliografowie (Sołtykowicz, Bentkowski i inni) podejmowali pierwsi studia nad uprawą nauk matematycznych w Polsce; lecz właściwe badania historyczno-matematyczne rozpoczął dopiero Żebrawski ułożeniem znanej „Bibliografii“. Po Żebrawskim pracowali na tym polu Franke, Trybalski i inni. Historycy nauk matematycznych w ogólności zajmowali się Śniadecki, Wroński i inni. Po ogólnej charakterystyce tych badań, podaje autor w porządku chronologicznym, według lat kolejnych od 1781 aż do 1890, bibliografią historyi matematyki czystej u nas; składa się na nią 99 tytułów dzieł, rozpraw i artykułów.

W. N.

60. **Dickstein S.** *Foronomia Wrońskiego.* Pam. Tow. Przyjaciół Nauk w Poznaniu. Tom XVII, str. 1—10.

Zasługę wydzielenia zadań cyfematycznych z mechaniki i utworzenia z nich oddzielnej nauki przypisywano zwykle A m p è r e' o wi (Essai sur la philosophie des sciences, 1834). Abel Transon zwrócił uwagę na to, (Nouvelles Annales des Mathématiques 1874, str. 305—318), że Wroński przed A m p è r e m („Sphinx“, 1818) dowiódł potrzeby foronomii jako osobnej nauki. Autor przyznaje słusność Transonowi w tym, że dopomina się o pierwszeństwo dla Wrońskiego przed A m p è r e m, lecz zarazem prostuje jego twierdzenie, wykazując, że pomysł nowej nauki należy się K a n t o w i; że jednocześnie C a r n o t i Wroński, drugi idąc za K a n t e m, zwrócili uwagę na ważność foronomii. Wroński bliżej określił jej zadanie, jako umiejętności czysto-matematycznej, A m p è r e zaś pobudził uczonych do traktowania zadań cyfematyki, jako oddzielnej gałęzi mechaniki. Wroński wpływu nie wywarł, bo praca jego pozostała nieznaną do ostatnich czasów.

Wł. G.

61. **Dziwiński H.** *Rys działalności naukowych i nauczycielskiej Waworzyńca Żmurki.* Prace mat.-fiz., t. II, str. 433—448.

Obok wiadomości bibliograficznych, charakterystyki wykładów uniwersyteckich, pomysłów i wynalazków w dziedzinie narzędzi matematycznych, streacza autor pokrótce wszystkie prace naukowe Żmurki, drukiem ogłoszone.

S. D.

62. **K(ramszytk) St.** *Z dziejów nauki. Waga mądrości.* Wszechświat, t. IX, str. 563—565 i 687—589.

Wiadomość o „księdze o wadze mądrości“, dziele, streszczającym wiedzę mechaniczną arabów, oraz o autorze jęj, Alkhażinim.

W. N.

63. **Rembacz M.** *Krótko zebrana historia geometrii wykreslnęj.* Część I. Sprawozdanie c. k. szkoły realnęj w Stanisławowie za rok 1890.

Pracowicie, zajmującą i z zamilowaniem przedmiotu skreslony rysrozwoju geometrii wykreslnęj, obejmujący: rzuty środkowe i perspektywę wolną, perspektywę płaskorzeźby, perspektywę panoramową, fotogrametrię i perspektywę w Polsce. Druga część tēj pracy wydaną została w r. 1891. W następnym tomie „Prac“ podamy obszerniejsze sprawozdanie o obu częściach.

S. D.

64. **S. A.** *Eugeniusz Dziewulski.* Sprawozdanie ósme z czynności Komitetu Zarządzającego Kasą pomocy dla osób pracujących na polu naukowém, imienia D-ra Med. J. Mianowskiego; za rok 1889. Warszawa, 1890, str. 90—97.

Życiorys zmarłego, serdecznie malujący jego niestrudzoną ruchliwość, zdolności organizacyjne, zasługi naukowe i społeczne.

W. N.

V A R I A.

65. **Flammarion K.** *Urania. Z ilustracyami De Bieler, Gambarda i Myrba-cha.* Przełożył z francuskiego **Stanisław Kramszytk.** Warszawa, 1890, str. 276. 8-ka.

Jest to opowieść fantastyczna, przez którą przesuwają się bezładnie wszystkie wielkie zagadki, jakimi zajmował się człowiek: istnienie i budowa światów, nieskończoność i wieczność, istota materii i siły, tajemnice życia i myśli, wielość światów zamieszkałych, a nawet halucynacje i „telepatya“. Pomimo wielu, niekiedy zresztą wytwornie podanych, wiadomości i objaśnień naukowych, przeważnie astronomicznych, książka ta ze stanowiska naukowego musi zostać potępioną za urojone fantazje, za jałowe spekulacje, za błędy wreszcie, jakie zawiera. Ze stanowiska artystycznego sądzić jęj na tēm miejscu nie będziemy, wątpimy wszakże, czyby i pod tym względem doznała pochwały. Szczególną stronę wydania polskiego (niezwykle starannego) stanowią przypiski tłomacza, w których tekst, przezeń tłomaczony, surowej krytyce ulega.

W. N.

66. **Z. Gabryelski.** *Nägeli jako filozof.* Ateneum, Rok XV, ogólnego zbioru, tom LX, str. 148—173. (Zeszyt za m. październik).

Rozprawa ta, zwłaszcza w ostatnim swym rozdziale, porusza wiele najważniejszych zagadnień fizyki, chemii i astronomii; niestety jednak rozumowaniu autora brak jest ścisłości.

W. N.

67. **Kramszytk St.** *O równomierności w wykładzie nauk przyrodniczych.* Wszechświat, t. IX, str. 8—4.

68. **K(ramszytk) St.** „O nauki przyrodnicze“. Z powodu artykułu *Przeglądu Pedagogicznego* „O lclasyeizm“. Wszechświat, t. IX, str. 241—245.

Uwagi o nauczaniu rozmaitych gałęzi nauk przyrodniczych, oraz obrona ich doniosłości w systemacie kształcenia. Musimy poprzestać w tym miejscu na zwróceniu na artykuły te uwagi czytelnika.

W. N.

69. **Mahrburg Ad.** *Monizm współczesny i echa jego u nas.* Ateneum rok XV, ogólnego zbioru tom LIX, str. 75—106 (zeszyt za m. lipiec) oraz 274—290 zeszyt za m. sierpień 1890).

W pracy tej wkracza autor niejednokrotnie w dziedzinę fizyki teoretycznej, zastanawia się np. szczegółowiej nad zasadą zachowania energii; gdy jednak środki ciężkości zawartych w rozprawie rozumowań leży po za granicami Sprawozdań niniejszych, poprzestajemy na bibliograficznej o niej wzmiance.

W. N.

70. **Osfrzeniewski A.** *Kilka zarysów matematyczno-filozoficznych.* Warszawa, 1890, 8-ka mała, str. 60.

Broszura ta zawiera trzy rozprawy: 1. „Kilka uwag o myśli czyli zdaniu ze stanowiska matematyki“. 2. „Kilka uwag o różności języków ze stanowiska matematyki“. 3. „Kilka uwag o człowieku ze stanowiska mechaniki“.

W dwóch pierwszych rozprawach autor okazuje, jak za pomocą zwykłej teorii kombinacji wyliczyć możnaby było liczbę zgłosek, wyrazów, zdań i wreszcie dzieł, jakie utworzyć się dadzą z danej liczby głosek abecadła. Analiza podana jest dosyć niezupełną, zaś wnioski, które z niej wyprowadza autor, nie liczą się z różnicą, zachodzącą pomiędzy wyrazem a pojęciem, pomiędzy zdaniem a sądem; tą okolicznością tłumaczyć sobie wypada wniosek autora (str. 17), iż „teoretycznie nie ma już żadnych tajemnic“. Przegląd „pojęć głównych“ w umiejętnościach (str. 14—16) jest prostym wygłoszeniem sądów autora—nader zresztą pierwotnych—o najtrudniejszych zagadnieniach nauki, bez żadnej nawet próby uzasadnienia ich lub choćby ścisłego sformułowania. W rozprawie trzeciej stara się autor dowieść świadomości przyrody, przyczem bądź w pojmowaniu pojęcia funkcji popełnia błąd zasadniczy (równosć dwóch szczególnych wartości dwóch funkcji nie wymaga bynajmniej zachodzenia związku *funkcyjnego* pomiędzy ich zmiennymi niezależnymi); bądź też, zapominając całkowicie o źródle naszej wiedzy, zapoznawszy w zupełności charakter matematycznego badania praw przyrody (które rozwija tylko wyniki spostrzeżeń i doświadczeń), rozumuje w sposób, którego następujące zdanie jest okazem: „Naprzykład siła ciężkości, jeśli nie ma pojęcia ani o sobie, ani o tém, do czego dąży,—to jak może działać w zgodzie z obliczeniami matematycznymi, które są przecie wynikami pracy rozumu czystego, czyli myśli“.

W. N.

71. **Promyk K.** *Ociekawie zjawiska w świecie, co choć ludzie na nie ciągle patrzą, ale ich zwykle nie rozumieją.* Warszawa, 1890, 16-ka, str. 80. Wydanie trzecie.

Książeczka ta tłumaczy w sposób niezmiernie prosty i przystępny, czém jest powietrze, atmosfera, pompy, barometr, azot, tlen, kwas węglany; uczy o termometrach, balonach, urządzeniu kominów, o wietrze, mgłach, rosie, szronie, o chmurach, deszczu, śniegu, gradzie, o błyskawicach i piorunach, o gromochronach, o tęczy. Zdaje się, że byłoby trudno popularyzować wiedzę da-
lęj jeszcze, niż w tej książeczce, posunąć.

W. N.