

PRACE
MATEMATYCZNO-FIZYCZNE

WYDAWANE

przy współudziale

Wł. NATANSONA, J. PUZYNY, M. SMOLUCHOWSKIEGO, S. ZAREMBY,
i K. ŻORAWSKIEGO

PRZEZ

S. DICKSTEINA.

Tom XXVIII,

WYDANY PRZY CZĘŚCIOWEJ ZAPOMODZE KASY POMOCY DLA OSÓB PRACUJĄCYCH
NA POLU NAUKOWEM IM. D-RA J. MIANOWSKIEGO.



WARSZAWA.
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI GEBETHNERA I WOLFFA.

—
1917.

TREŚĆ TOMU XXVIII.
Table des matières du Tome XXVIII.

Gedruckt und freigegeben durch die Kais. Deutsche Presseabteilung
Warschan, den 17. II. 1917. T. № 4682. Dr. № 274.



Druk Rubieszewskiego i Wrotnowskiego w Warszawie.

	<i>Str.</i>
0'2s. W. Gąsiorowski. O niezmiennikach różniczkowych krzywych sferycznych i układów takich krzywych w grupie obrotów kuli w sobie. Über die Differentialinvarianten der sphärischen Kurven und Kurvenscharen bei der Gruppe der Bewegungen der Kugel in sich selbst	1-18 18-36
M ² d. Romuald Witwiński. O powierzchniach algebraicznych, zawierających dwa pęki krzywych wymiernych. Sur les surfaces algébriques contenant deux faisceaux de courbes rationnelles	19-48
D 1, 2a. J. Rudnicki. Badanie pewnego szczególnego typu wzrastania funkcji. Sur un mode de croissance différent de la croissance exponentielle	49-77
D 1a. Stefan Mazurkiewicz. O pierwszej pochodnej uogólnionej. Sur la dérivée première généralisée	79-85
02, Vd. Ch. H. Müntz. Z Geometrii rzutowej analitycznej. Zur projektiven analytischen Geometrie	86-93 93-100
L ² . Romuald Witwiński. Sur le problème de Ribaucour. O zagadnieniu Ribaucoura	101-108
D 2bβ. Stefan Mazurkiewicz. O niesumowalnych szeregach potęgowych i trygonometrycznych. Sur les séries de puissances et les séries trigonométriques non sommables	109-118
0'4g. Romuald Witwiński. Badanie z teorii odkształceń nieskończenie małych powierzchni prostoliniowych. Étude sur la théorie de la déformation infiniment petite des surfaces réglées	119-150

H 2 b.	M. Hamburger. O rozwiązaniach osobliwych równań różniczkowych algebraicznych rzędu pierwszego. Przekład S. Dicksteina. Sur les solutions singulières des équations différentielles algébriques du premier ordre. Traduit par S. Dickstein. . .	151—193
T 2 a β.	Alfred Denizot. O zagadnieniu de Saint-Venanta. Sur la problême de Saint-Venant	195—212
D 2 b β.	Al. Rajchman. O różniczkowalności szeregów Fouriera wyraz za wyrazem. Sur la possibilité de différentier une série de Fourier terme-à-terme	213—220

W. GAŚIOROWSKI.

O niezmiennikach różniczkowych krzywych sferycznych i układów takich krzywych w grupie obrotów kuli w sobie.

Über die Differentialinvarianten der sphärischen Kurven und Kurvenscharen bei der Gruppe der Bewegungen der Kugel in sich selbst.

Jeżeli linie minimalne t. j. tworzące prostoliniowe kuli o promieniu 1 obierzemy jako krzywe parametrowe x , y , to równania

$$(1) \quad x_1 = \frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}, \quad y_1 = \frac{\alpha y + \beta}{\gamma y + \delta}$$

przedstawiać będą obroty kuli w sobie. W pracy niniejszej zamierzamy rozwinąć teorię niezmienników dla grupy tych ruchów według metod Liego, skąd odrazu wynikną kryteria nakładalności dla krzywych sferycznych i dla układów takich krzywych. To rozwiązanie zagadnienia o równoważności dla krzywych sferycznych i układów takich krzywych jest prostsze i naturalniejsze od rozwiązania, zawartego w ogólnych kryteriach nakładalności dla krzywych w przestrzeni. Jest ono zwłaszcza interesujące dlatego, że daje się zastosować do grupy ruchów w płaszczyźnie nieeuklidesowej hyperbolicznej.

§ 1. Jeżeli pomyślimy sobie grupę parametrową (1), rozszerzoną przez dołączenie przekształceń, jakich doznają pochodne y' , y'' ... funkcji y względem x w tej grupie, to można wziąć pod uwagę funkcje zmiennych x , y , y' , y'' ..., pozostające niezmiennymi w grupie rozszerzonej. W tem to znaczeniu mówić będziemy o niezmiennikach różniczkowych grupy (1). Pomiedzy temi niezmiennikami różniczkowymi istnieje, jak wiadomo, w przypadku grupy trójparametrowej, jeden niezmiennik J_2 rzędu drugiego, jeden J_3 rzędu trzeciego i t. d., tak że najogólniejszy niezmiennik różniczkowy rzędu $(3+s)$ -go jest funkcją dowolną niezmienników J_2 , J_3 ... J_{3+s} . Można te niezmienniki wyznaczyć albo bezpośrednio z równań (1) przez różniczkowa-