

PRACE
MATEMATYCZNO-FIZYCZNE

WYDAWANE

przy współudziale

WŁ. GOSIEWSKIEGO, WŁ. NATANSONA, A. WITKOWSKIEGO i K. ŻORAWSKIEGO

PRZEZ

S. DICKSTEINA.

Tom XXI.



WARSZAWA.

W GŁÓWNY W KSIĘGARNI GEBETHNERA I WOLFFA.

1910.

Druk Rubieszewskiego i Wrotnowskiego w Warszawie.



TREŚĆ TOMU XXI.

Table des matières du Tome XXI.

	<i>str.</i>
I 11. W. Sierpiński. O pewnej własności charakterystycznej liczb wymiernych. Sur une propriété caractéristique des nombres rationnels.	1—6
H 11. L. Lichtenstein. O niektórych zastosowaniach teorii równań całkowych liniowych. Sur quelques applications de la théorie des équations intégrales linéaires	7—16
D 2 α β. W. Sierpiński. Uwaga do twierdzenia Riemanna o szeregach warunkowo zbieżnych Remarque sur le théorème de Riemann relatif aux séries semiconvergentes.	17—20
J 7. A. Guntz i W. Broniewski. Opór elektryczny metali alkalicznych galu i telluru. Sur la résistance électrique des métaux alcalins, du gallium et du tellure	21—36
I 22 d. A. Axer. Przyczynek do charakterystyki funkcji ideałowej $\varphi(x)$. Sur la fonction $\varphi(x)$ dans la théorie des idéaux.	37—41
V 1 b β. E. Stamm. Zur Theorie der Beziehungen und Operationen. Przyczynek do teorii względności i działań	42—54
J 5. A. Rosenblatt. Reguła Lagrange'a w zagadnieniu izoperymetrycznym dla całek pojedynczych. Règle de Lagrange dans le problème isoperimétrique pour les intégrales simples	55—60
J 4. G. A. Miller. The group generated by two conjoints. Grupa wytworzona przez dwie sprzężone	61—64
III. A. Axer. Beitrag zur Kenntnis der zahlentheoretischen Funktionen $\mu(n)$ und $\lambda(n)$. Przyczynek do teorii funkcji liczbowych $\mu(n)$ i $\lambda(n)$	65—95

III. E. Landau. Über die Bedeutung einiger neuen Grenzwertsätze der Herren Hardy und Axer. O znaczeniu niektórych nowych twierdzeń Hardy'ego i Axera o wartościach granicznych.	97—177
H. Arctowski. La dynamique des anomalies climatiques. Dynamika anomalij klimatycznych.	179—196
D 2αβ. W. Sierpiński. Uwaga do mojej pracy: „O systematycznych rozwinięciach liczb na iloczyny nieskończone”. Remarque relative à mon article: „Sur les développements systematiques des nombres en produits infinis”. (Prace mat-fiz. t. XX).	197—198
Czasopisma, książki i broszury nadesłane do Redakcyi „Prac matematyczno-fizycznych”. Ouvrages, reçus par la Rédaction	199—200

W. SIERPIŃSKI.

O PEWNEJ WŁASNOŚCI CHARAKTERYSTYCZNEJ LICZB WYMIERNYCH.

(Sur une propriété caractéristique des nombres rationnels.)

Nazwijmy resztą liczby rzeczywistej x różnicę między x i największą, nie większą od x liczbą całkowitą, t. j. $x - E x$.

Dla ciągu kolejnych wielokrotności:

$$x, 2x, 3x, \dots$$

utwórzmy ciąg odpowiednich reszt:

$$r_1, r_2, r_3, \dots \quad (*)$$

(kładąc: $r_k = kx - E kx$).

Twierdzenie. Na to, aby liczba x była wymierna, potrzeba i wystarczy, iżby średnią wartością reszt (r) była liczba mniejsza od $\frac{1}{2}$.

Twierdzenie to jest natychmiastowym wnioskiem z dwóch następujących twierdzeń:

1) Jeżeli x jest liczbą wymierną, $\frac{a}{b}$ jej ułamkiem nieprzywiedlnym (mianownik b ma być liczbą naturalną, większą od jedności w razie niecałkowitego x , oraz równą jedności w razie całkowitego x , włączając tu i przypadek $x=0$), to wartością średnią reszt (r) jest liczba:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2b},$$

wyrażając się analitycznie:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{b=1}^n (kx - E kx) = \frac{b-1}{2b}.$$

Ja doszedłem więc do nich w sposób, poniekąd, naturalny, gdy tymczasem Cantor, wychodząc z wzoru Eulera i powodując się analogią, a priori zakłada formę swoich rozwinięć i następnie dopiero dowodzi ich istnienia oraz bada własności.

Dowiedziałem się też, że uogólnieniem rozwinięć Cantora zajmował się (w r. 1892) L. Gegenbauer, w artykule: „Über die G. Cantor'sche Zerlegung der Zahlen in unendliche Producte“ (Monatshefte für Mathematik und Physik, Tom III-ci, str. 87—91).

Lwów, 6-go marca 1910 r.

CZASOPISMA, KSIĄŻKI i BROSZURY,

NADEŚLANE DO REDAKCYI „PRAC MATEMATYCZNO-FIZYCZNYCH“

od listopada 1909 do grudnia 1910 r.

-
- Amsterdam.** Revue semestrielle des publications mathématiques, rédigée sous les auspices de la Société mathématique d'Amsterdam. 18.
— Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Proceedings of the Section of Sciences Vol. XII.
- Barcelona.** Memorias de la Real Academia de ciencias y artes de Barcelona; Año académico 1909—1910.
- Baltimore.** American Journal of Mathematics, Vol. XXXII.
- Bologna.** Rendiconto delle sessioni della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna
— Memorie delle R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna. Serie VI.
- Bruksella.** Annuaire l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique 1909, 1910.
— Bulletin de la Classe des sciences. 1909, 1910.
- Cambridge.** Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 1910. Transactions of the Camb. Ph. Soc. 1910.
- Charkow.** Soobszczenia Charkowskaho Matematyčeskaho Obszczestwa. 1909.
- Coimbra.** Annaes scientificos de Academia Polytechnica do Porto publicados sob a direcção de F. Gomes Teixeira Vol. V.
- Edinburgh.** Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, Vol. XXVIII.
- Genewa-Paryż.** L'Enseignement mathématique, XII Année 1910.
- Helsingfors.** Acta Societatis Fennicae XXXVII.
- Kopenhaga.** Oversigt over det Kong. Danske Videnskabernes Selskabs Forhandling. 1909, 1910.
- Kraków.** Rozprawy Wydziału matemat.-przyrodniczego Akademii Umiejętności 1909—1910.
— Sprawozdania z posiedzeń Akad. Um. 1909, 1910.
— Bulletin International de l'Académie des sciences de Cracovie. Classe des sciences mathématiques et naturelles 1909, 1910.
- Kansas.** Bulletin of the University of Kansas. 1909.
- Lima.** Revista de Ciencias 1909, 1910.

- Lipsk.** Zeitschrift für Mathematik und Physik, herausgegeben von Dr. R. Mehmke und Dr. C. Runge 1909, 1910.
 — Bibliotheca mathematica, Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften, herausgegeben von Gustaf Eneström in Stockholm, 3-e Folge 10 Band; B. G. Teubner.
- Londyn.** Proceedings of the London Mathematical Society 1909, 1910.
- Monachium.** Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der Kgl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München 1909, 1910.
- Medyolan.** Annali di matematica Serie III. Tomo XVII, XVIII.
- Moskwa.** Matematyčeskij Sbornik, izdawajemyj Moskovskim matematyčeskim Obsčestvom. 1909.
- New-York.** Bulletin of the American Mathematical Society Vol XVI, XVII.
 — Transactions of the American Mathematical Society Vol. XI.
- Palermo.** Rendiconti del Circolo matematico di Palermo 1909, 1910.
 — Annuario del Circolo matematico 1909, 1910.
- Paryż p. Geneva-Paryż.**
- Praga.** Rosprávy Česke Akademie Cisaře Františka Josefa etc, Třída II 1909, 1910.
 — Bulletin international de l'Académie des sciences de l'Empereur François Joseph I, Sciences mathématiques et naturelles 1909, 1910.
 — Věstník Kral.-České společnosti nauk, Třída math.-přir. 1909, 1910.
 — Věstník Česke Akademie, etc. 1909, 1910.
 — Časopis pro pěstování matematiky a fysiky. Rocznik XXXIX, XL.
 — Čeněk Strouhal, Thermika, v Praze 1908.
 — Živa, Časopis přírodnický 1909—1910.
- Rzym.** Atti della Reale Accademia dei Lincei 1909, 1910.
 — Memorie di Matematica e di Fisica della Società italiana delle scienze (3). XVII.
- Springfield.** The American Monthly 1909, 1910.
- Stockholm.** Arkiv för Matematik, Astronomie och Fysik etc. Bd. V, VI.
- Tokyo.** The Tokyo Mathematical-Physical Society 1909, 1910.
- Torino.** Atti della R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XLIII.
- Wiedeń.** Monatshefte für Mathematik und Physik 1909, 1910.



1912
 3294 [1/50k.]