

J. LAUB.

PRZYCZYNKI DO ELEKTRODYNAMIKI CIAŁ
PORUSZAJĄCYCH SIĘ.

(CONTRIBUTION À L'ELECTRODYNAMIQUE DES CORPS EN
MOUVEMENT).

I.

Elektrodynamika Hertz'a podlega prawom Mechaniki Newtonowskiej; w szczególności stosują się w niej postulaty działania i przeciwdziałania oraz ruchu względnego. Teoria ta nie obejmuje jednak wszystkich znanych obecnie zjawisk elektromagnetycznych. Zasada Dopplera, aberacja światła nie znajdują dostatecznego wyjaśnienia w Elektrodynamice Hertz'a, a przede wszystkim stanowi dla niej znane doświadczenie, wykonane przez Fizeau'a trudność, której nie może pokonać. Prędkość światła, mierzona przez Fizeau'a w wodzie płynącej, a później przez Michelsona¹⁾ i Morley'a, nie jest równa prędkości światła w wodzie, będącej w spoczynku, powiększonej o prędkość postępową wody. Jak wiadomo, prędkość światła w wodzie poruszającej się daje wzór:

$$\omega = \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

w którym c oznacza prędkość światła w próżni, n współczynnik załamania wody, a v stałą prędkość postępową wody; $1 - \frac{1}{n^2}$ jest to tak zwany

¹⁾ Michelson and Morley: American Journal of Science, p. 377, 1886.

„spółczynnik Fresnela“. Według Hertz a prędkość względna światła względem poruszającej się materii powinna być niezależna od prędkości ruchu.

Doświadczenie Fizeau'a było niezawodnie powodem, dla którego H. A. Lorentz¹⁾ postanowił na czele Elektrodynamiki ciał poruszających się hipotezę, że eter znajduje się w bezwzględnym spoczynku. Eter przenika, według Lorentza, wszelką materię. Eter spoczywa także wewnątrz poruszającej się materii; przebieg zjawisk optycznych w ciele, będącem w ruchu, jest zupełnie inny, niż w ciele spoczywającym, bo ruch zmienia tylko część polaryzacji elektrycznej, tkwiącą w materii. Można powiedzieć: według Lorentza istota zjawiska tkwi nie tylko w poruszającej się materii, lecz także w spoczywającym zawsze eterze.

Ze stanowiska Lorentza łatwo otrzymuje się teorię aberacji, zasadę Dopplera, współczynnik Fresnela i t. d. Natomiast napotyka my inne trudności, których nie mamy w Elektrodynamice Hertz a. Jeżeli w rzeczywistości Ziemia porusza się w oceanie eteru, to należałoby się spodziewać, że można będzie stwierdzić w pracowni za pomocą doświadczeń elektrycznych lub optycznych ruch i kierunek ruchu Ziemi. W badaniu teoretycznym tych kwestyj idzie zawsze o wielkość $\frac{v}{c}$ lub potęgi wyższe tego ułamka (v —prędkość Ziemi). Okazuje się, że co się tyczy wielkości rzędu pierwszego $\frac{v}{c}$, to już pierwotna teoria Lorentza wyklucza widoczny wpływ ruchu Ziemi na zjawiska optyczne, pochodzące ze źródeł świetlnych, znajdujących się na kuli ziemskiej. Inaczej ma się rzecz, jeżeli uwzględniamy wielkości $\frac{v^2}{c^2}$.

Jakkolwiek są to bardzo małe wielkości, to jednak pewne zjawiska interferencyjne powinnyby, według teorii Lorentza, dać poznać ruch Ziemi. Do tego rodzaju doświadczeń należy przedewszystkiem doświadczenie interferencyjne, wykonane przez Michelsona²⁾. Według teorii Michelsona musiałyby otrzymać przesunięcie prążków interferencyjnych o 0,37 odstępu prążka, podczas gdy w rzeczywistości otrzymał tylko 0,02. Celem wytłómaczenia wyniku ujemnego doświadczeń Michelsona,

wprowadza Lorentz już w podstawowej pracy: „Versuch einer Theorie der elektr. und opt. Erscheinungen“ tak zwaną hipotezę kontrakcyjną, na podstawie której ciała doznają skurczenia w kierunku ruchu Ziemi w stosunku $1:k$ ($k^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2}$) tak, że punkty, które w przypadku spoczywającej Ziemi leżałyby na kuli, leżą na ziemi, będącej w ruchu, na elipsoidzie.

Pytaniem, czy według teorii elektronów należy oczekiwać wyniku ujemnego doświadczeń Michelsona w przypadku, gdy światło rozchodzi się w dowolnym dielektryku, zajmuje się Lorentz w ostatniej pracy p. t. „Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light“ (Acad. van Wetensch. te Amsterdam, 1904). Lorentz rozszerza w tej pracy hipotezę kontrakcyjną na elektrony, cząsteczki i polaryzację elektryczną, i dochodzi do wyniku, że ruch Ziemi nie może nigdy wywrzeć wpływu na zjawiska optyczne i elektryczne. Hipotezy Lorentza nie dopuszczają również wpływu ruchu Ziemi na kierunek promienia względnego, jak i na zjawiska interferencyjne przy użyciu ciał, załamujących światło. Tem tłómaczy się wynik ujemny doświadczeń Rayleigha¹⁾ i Brace'a²⁾, które dążą do wykrycia podwójnego załamania rzędu $\frac{v^2}{c^2}$.

Lorentz wychodzi z równań, odnoszących się do układu współrzędnych, poruszającego się ze stałą prędkością v w kierunku dodatnim osi x . W równaniach tych występują jako zmienne niezależne prawdziwe współrzędne x, y, z i czas ogólny t . Jeżeli się wprowadza nowe współrzędne

$$x' = kx, \quad y' = y, \quad z' = z$$

układu pomocniczego Σ' , który powstaje z badanego, poruszającego się układu Σ , gdy pomnożymy wymiary równoległe osi x przez k , jeżeli następnie wprowadzimy tak zwany „czas miejscowy“, określony równaniem:

$$t' = \frac{1}{k} t - k \frac{v}{c^2} x,$$

to w takim razie równania Lorentza dla ciał poruszających się przybierają postać równań dla ciał spoczywających z tą różnicą, że jako zmienne niezależne występują x', y', z', t' .

Co się tyczy teorii Lorentza, jest ona, o ile mi się zdaje, pod trzema względami niezadawalająca:

¹⁾ H. A. Lorentz: Versuch einer Theorie d. elektr. u. opt. Erscheinungen in bewegten Körpern. 1895.

²⁾ A. Michelson: American Journal of Science, p. 120, 1881. Michelson und Morley: Phil. Mag. p. 449, 1887.

¹⁾ Lord Rayleigh: Phil. Mag. 4, p. 678, 1902.

²⁾ D. B. Brace: Phil. Mag. 7, p. 317, 1904.

1) Czas miejscowy t' jest symbolem matematycznym, którego znaczenie fizyczne jest bardzo niejasne.

2) Powody, nie dopuszczające wpływu ruchu Ziemi na zjawiska optyczne rzędu $\frac{v}{c}$ i $\frac{v^2}{c^2}$ są zupełnie różne, co się wydaje sztucznem.

3) Między Elektrodynamiką Lorentza a Mechaniką Newtona zachodzi pewna asymetria.

Jak wiadomo¹⁾, siły elektromagnetyczne, działające tylko na ciała materialne, nie podlegają postulatowi działania i przeciwdziałania.

Musiano się zatem zapytać, czy hipoteza eteru jest niezbędną podstawą Elektrodynamiki, czy ona odpowiada istocie zjawisk, czy też raczej zjawiska elektrodynamiczne zależą tylko od ruchu względnego i położenia względnego.

Z tego punktu widzenia wychodzi A. Einstein²⁾, który na czele Fizyki stawia zasadę względności i zasadę stałej prędkości światła. Zasady te brzmią:

1) Prawa, według których zmieniają się stany w układach fizycznych, są niezależne od tego, czy stany te odnosimy do układu spólrzędnych, będącego w spoczynku, czy też do układu, będącego w jednostajnym ruchu postępowym.

2) Każdy promień światła porusza się w układzie, będącym w spoczynku z określoną prędkością c niezależnie od tego, czy promień ten pochodzi od ciała spoczywającego lub poruszającego się³⁾.

W Elektrodynamice Einsteina musimy zawsze uwzględnić przy badaniu ciał poruszających się dwa układy: układ w „spoczynku“ i układ w „ruchu“. Zasada względności i stałości ruchu światła prowadzi do tego, że pojęciu równoczesności nie należy przypisać znaczenia bezwzględnego. Dwa zegary, które w jednym układzie są synchroniczne, badane w układzie poruszającym się względem danego z prędkością jednostajną v , nie biegają synchronicznie. Można także powiedzieć: Pomyślmy sobie, że w dwóch bardzo odległych od siebie punktach przestrzeni umieszczeni są obserwatorowie, którzy wykonywają kryterium Einsteina dla synchronicznego biegu dwóch zegarów i znajdują, że zegary biegają synchronicznie. W tym przypadku można mówić o układzie spoczywającym. Może się jednak zdarzyć, że te same zegary, badane w innym układzie, nie biegają już synchronicznie, w takim razie obserwatorowie będą mówili o „widocznym ruchu“.

¹⁾ Porówn. H. Poincaré, Arch Néerland. (2) 5, p. 252, 1900.

²⁾ A. Einstein: Ann. d. Physik. Bd. 17, p. 895, 1905.

³⁾ Zasada ta zawarta już jest w równaniach Maxwella.

Oba układy (spoczywający i poruszający się) są zupełnie identyczne, nie przypisuje się im szczególnych własności. Można je ze sobą zmieniać, w każdym układzie byłby dla nas bieg zjawisk zupełnie równy. Moglibyśmy tak samo mówić o układzie I i II i dla krótkości będziemy też w ciągu dalszym rozróżniali układ I i II. Modyfikacje zachodzą dopiero wtedy, jeżeli badamy związki między układami. Bez względu na spoczynek przestrzeni nie gra w Elektrodynamice względnej żadnej roli, nie przypisujemy też punktom próżni wektorów prędkości. Przez wprowadzenie bezwładności energii zasada działania i przeciwdziałania stosuje się i do sił elektromagnetycznych, które działają tylko na ciała materialne. Słowem: pojmowanie zjawisk jest w Elektrodynamice względnej zupełnie inne, niż u Lorentza.

Jak wiadomo, otrzymuje Einstein w pracy p. t. „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ równania transformacyjne dla czasu i spólrzędnych, które nam podają, jaki czas, względnie jaką długość mierzy obserwator w układzie I (w spoczynku), jeżeli zegary i miary znajdują się w układzie II. Za pomocą równań transformacyjnych otrzymuje Einstein w bardzo prosty sposób równania Lorentza i rozwiązanie wielu zagadnień z Optyki ciał poruszających się. Badania Einsteina wykonane są w próżni i dotychczas wszystkie jego wyniki ważne są tylko w próżni.

Wobec tego stanu rzeczy uważałem za rzecz ważną zbadać:

1) Jak się przedstawia teoria doświadczenia Fizea u'a ze stanowiska Elektrodynamiki względnej?

2) Czy i w jaki sposób można otrzymać równania transformacyjne w materii?

3) Jaki jest stosunek Elektrodynamiki względnej do Elektrodynamiki Lorentza?

4) Równania Maxwella i Lorentza dla ciał poruszających się w dowolnym izotropowym ośrodku z uwzględnieniem przewodnictwa elektrycznego (doświadczenia Eichenwalda, Wilsona, siły ponderomotoryczne i t. d.). Kwestyami temi zajmujemy się w następujących rozdziałach.

II.

Przy przejściu do materii nie przyjmujemy, że równania Einsteina, otrzymane w próżni, są niezależne od rodzaju zagadnienia. Definicja równoczesności, wykonana przez Einsteina dowolnie w próżni, należy bowiem do podstaw, z których Einstein otrzymuje równania transformacyjne; wyniki, otrzymane w próżni, nie są a priori ważne w dowolnej materii.

Niechaj w dwóch odległych punktach a i b układu I umieszczeni będą obserwatorowie z potrzebnymi zegarami i miarami. Obserwatorowie mają za zadanie wykonać kryterium Einsteina dla synchronicznego biegu dwóch zegarów. Oznaczmy przez t_a czas, w którym promień światła odchodzi od a do b , przez t_b czas, w którym promień zostaje odbity w b w kierunku ku a , przez t'_a czas, w którym promień przybywa znowu do a . W takim razie mamy dla synchronicznego biegu dwóch zegarów równanie charakterystyczne:

$$t_b - t_a = t'_a - t_b. \quad (1)$$

Oznaczając przez r bezwzględną wartość odległości między a i b , przez c prędkość światła w ośrodku normalnym (próżni), mamy z doświadczenia:

$$\frac{2r}{t'_a - t_a} = c.$$

Niech będzie oprócz tego dany układ II, który znajduje się w jednostajnym ruchu postępowym względem układu I; niech v oznacza wartość bezwzględną prędkości, z którą porusza się układ II w kierunku rosnącego x układu I. Wówczas dwa zegary, które, obserwowane w układzie I, uchodzą za synchroniczne, badane w układzie II nie będą więcej biegly synchronicznie, i odwrotnie: dwa zegary, które w układzie II biegają synchronicznie, badane w I nie są więcej synchroniczne. Równanie (1) nie zachodzi już; mamy raczej:

$$t_b - t_a = \frac{r}{c-v}; \quad t'_a - t_b = \frac{r}{c+v}.$$

Oznaczając różnicę $t_b - t_a$ przez t_1 , a różnicę $t'_a - t_b$ przez t_2 , otrzymujemy:

$$(1) \quad t_1 - t_2 = \frac{2v}{c^2 - v^2}.$$

Dotychczas¹⁾ nasze spostrzeżenia wykonane były w ośrodku normalnym, którego współczynnik załamania jest równy jedności. Niech teraz, zarówno układ I, jak i układ II wypełniony będzie ośrodkiem jednorodnym o współczynniku załamania, równym n . Przyjmujemy, że równania Maxwella można jeszcze także stosować i do dielektryku; w takim razie można ściśle wyznaczyć prędkość²⁾, z którą promień światła rozchodzi się w ma-

teryi. W zasadzie możemy w danym ośrodku wykonać kryterium Einsteina dla synchronicznego biegu dwóch zegarów i otrzymujemy równanie:

$$(2) \quad t_b - t_a = t'_a - t_b.$$

Przy porównaniu układu I z układem II żądamy, by różnica (1) była niezależna od ośrodka, znajdującego się między zegarami, czyli innymi słowy nasz postulat orzeka: bieg dwóch jednakowych zegarów, umieszczonych w różnych miejscach przestrzeni, zależy tylko od ruchu względnego badacza względem zegarów, natomiast bieg zegarów jest zupełnie niezależny od znajdującego się między nimi ośrodka. Otrzymujemy w ten sposób równania:

$$(3) \quad \begin{cases} t_b - t_a = \frac{1}{c' - v}, \\ t'_a - t_b = \frac{1}{c'' + v}; \end{cases}$$

i

$$(4) \quad \frac{1}{c' - v} - \frac{1}{c'' + v} = \frac{2v}{c^2 - v^2},$$

przyczem c' oznacza prędkość światła w ośrodku o współczynniku załamania n , jeśli promień porusza się w kierunku dodatnim osi x , c'' zaś prędkość światła w tym samym ośrodku dla ruchu w kierunku ujemnym. Wielkości c' i c'' uważamy tymczasowo za nieznanne funkcje wielkości v i n , które związane są z sobą za pomocą równania (4).

Dla otrzymania związku, zachodzącego między współrzędnymi x, y, z i t układu I a wartościami ξ, η, ζ, τ w układzie II, postępujemy analogicznie, jak Einstein w próżni. Jeżeli położymy

$$x' = x - vt,$$

to jasną jest rzeczą, że do punktu, spoczywającego w układzie II, należy określony układ wartości x', y, z niezależnie od czasu. Wyznamy najpierw τ jako funkcję zmiennych t, x', y, z przez zastosowanie kryterium równoczesności w układzie II.

Niech w początku układu II wysłany będzie w chwili τ_0 promień światła wzdłuż osi ξ do x' , promień ten zostaje odbity w chwili τ_1 ku punktowi początkowemu, dokąd przybywa w chwili τ_2 . W takim razie otrzymujemy równanie:

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = t,$$

¹⁾ A. Einstein, l. c.

²⁾ Porów. J. Laub: Ann. d. Phys. 23, p. 740, 1907.

³⁾ Porów. M. Cantor. Wien. Ber. 116, 1907.

albo, jeśli dołączymy argumenty funkcji τ i zastosujemy zasadę stałej prędkości światła w układzie I, będzie:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left[\tau(0, 0, 0, t) + t \left(0, 0, 0, \left\{ t + \frac{x'}{c' - v} + \frac{x'}{c' + v} \right\} \right) \right] \\ = \tau(x', 0, 0, t + \frac{x'}{c' - v}). \end{array} \right.$$

Jeżeli przyjmujemy, że x' jest nieskończenie małe, otrzymamy ze względu na równanie (4):

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{c' - v} + \frac{1}{c' + v} \right) \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{1}{c' - v} \frac{\partial \tau}{\partial t},$$

albo:

$$(6) \quad \frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{v}{c^2 - v^2} \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0.$$

Zastosujmy teraz te same rozumowania do osi η i ζ układu II. Promień światła porusza się zawsze wzdłuż tych osi, mierzony w układzie I, z prędkością

$$\sqrt{c_1^2 - v^2};$$

przyczem rozumiemy przez c_1 nieznaną chwilowo funkcję wielkości v i n . Jeżeli wykonamy ten sam rachunek, jak i przy osi ξ , otrzymamy:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0. \end{array} \right.$$

Przyjmując dla prostoty, że w punkcie początkowym układu II dla $\tau=0$, staje się $t=0$ i całkując równania (6) i (7) z uwzględnieniem, że τ jest funkcją liniową, mamy:

$$\tau = \psi(v, n) \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} x' \right).$$

Ponieważ żądamy, by czas, mierzony przez obserwatora, był niezależny od ośrodka, w którym doświadczenie zostało wykonane, musi koniecznie τ być równe czasowi, znalezionemu przez Einsteina w próżni; musi zatem zachodzić równanie:

$$\tau = \psi(v, n) \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} x' \right) = a(v) \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} x' \right),$$

(70)

t. j.

$$\psi = a.$$

Dla otrzymania wielkości ξ, η, ζ żądamy, by światło zarówno w układzie II, mierzone przez obserwatora w układzie II, jak i w układzie I, mierzone przez obserwatora w układzie I, rozchodziło się zawsze z prędkością $\frac{c}{n}$. Jeżeli wysyłamy w chwili $\tau=0$ w kierunku rosnących ξ układu II promień światła, mamy:

$$\xi = \frac{c}{n} \tau,$$

albo

$$(9) \quad \xi = a(v) \frac{c}{n} \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} x' \right).$$

Promień ten, mierzony w układzie I, porusza się względem punktu początkowego układu II z prędkością $c' - v$, tak, że otrzymujemy:

$$\frac{x'}{c' - v} = t.$$

Równanie (9) przybiera zatem postać:

$$(10) \quad \xi = a(v) x' \frac{c}{n} \left(\frac{1}{c' - v} - \frac{v}{c^2 - v^2} \right).$$

Żądamy: Długość sztaby, mierzona przez obserwatora, zależy tylko od prędkości względnej obserwatora i sztaby, natomiast jest ona zupełnie niezależna od rodzaju ośrodka, w którym pomiar jest wykonany. Równanie (10) musi zatem być identyczne z równaniem, znalezionem przez Einsteina w próżni, t. j. musi być:

$$(11) \quad \xi = a(v) x' \frac{c}{n} \left(\frac{1}{c' - v} - \frac{v}{c^2 - v^2} \right) = a(v) x' \frac{c^2}{c^2 - v^2}.$$

Obserwator, wykonywający kryterium równoczesności w ośrodku o współczynniku załamania n , znajduje zatem prędkość promienia światła, równą c' , jeżeli pomiar odbywa się w układzie I. Obliczając c' z równania (11), otrzymujemy prędkość, mierzoną przez obserwatora:

$$\frac{c}{c^2 - v^2} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{c' - v} - \frac{2v}{c^2 - v^2} \right),$$

(71)

$$\frac{nc-v}{c^2-v^2} = \frac{1}{c'-v}$$

$$c' = \frac{c^2+nc}{nc+v} = \frac{c}{1+\frac{v}{nc}}$$

albo

$$(12) \quad c' = \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left\{v - \frac{v^2}{cn} + \dots\right\}.$$

W analogiczny sposób znajdujemy dla promienia światła, poruszającego się wzdłuż osi η :

$$\eta = \frac{c}{n} \tau = a(v) \frac{c}{n} \left(t - \frac{v}{c^2-v^2} x'\right),$$

przyczem

$$x' = 0,$$

$$\frac{y}{\sqrt{c_1^2-v^2}} = t.$$

Mamy zatem:

$$\eta = a(v) \frac{c}{n} \cdot \frac{y}{\sqrt{c_1^2-v^2}}.$$

Ponieważ jednak długość, mierzona przez obserwatora, ma być niezależna od ośrodka, w którym wykonywamy pomiar, to η musi być równe η , znalezionemu przez Einsteina w próżni; musi zatem zachodzić równanie:

$$\eta = a(v) \frac{c}{n} \cdot \frac{y}{\sqrt{c_1^2-v^2}} = a(v) \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} y.$$

Z równania tego możemy obliczyć prędkość c_1 , mierzoną przez obserwatora i otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{c_1^2-v^2}} &= \frac{n}{\sqrt{c^2-v^2}}, \\ n^2(c_1^2-v^2) &= c^2-v^2, \\ c_1^2 &= \frac{c^2}{n^2} + v^2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \\ c_1 &= \sqrt{\frac{c^2}{n^2} + v^2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}, \end{aligned} \quad (72)$$

albo

$$(13) \quad c_1 = \frac{c}{n} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{nc} (n^2-1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \frac{v^4}{nc^3} (n^2-1)^2 + \dots$$

Zupełnie tak samo obliczamy i współrzędną ζ . Otrzymujemy zatem i w dowolnym ośrodku równania transformacyjne:

$$(14a) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi &= a(v) x' \frac{c^2}{c^2-v^2} = \varphi(v) \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} x', \\ \eta &= a(v) \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} y = \varphi(v) y, \\ \zeta &= a(v) \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} z = \varphi(v) z, \\ \tau &= a(v) \left(t - \frac{v}{c^2-v^2} x'\right) = \varphi(v) \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} \left(t - \frac{v}{c^2} x'\right). \end{aligned} \right.$$

Z rachunku, przeprowadzonego przez Einsteina¹⁾, wynika, że $\varphi(v) = 1$, tak, że mamy:

$$(14b) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \left(t - \frac{v}{c^2} x'\right), \\ \eta &= y, \\ \zeta &= z, \\ \tau &= \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \left(t - \frac{v}{c^2} x'\right). \end{aligned} \right.$$

Znaczenie fizyczne naszych rozważań jest jasne. Próżnia nie jest jedynym miejscem, w którym musimy kalibrować nasze zegary i miary. W zasadzie można stwierdzić w każdym ośrodku zależność biegu zegarów od względnego ruchu przyrządów i obserwatora; przyrządy nasze podlegają zawsze równaniom (14). Jeżeli przenosimy zegary i miary, kalibrowane w ośrodku o współczynniku załamania n_1 , do innego o współczynniku załamania n_2 , otrzymujemy zawsze równania (14b), kontrolując przyrządy za pomocą kryterium równoczesności, ponieważ obserwator mierzy zawsze prędkości c' i c_1 , wyrażone przez równania (12) i (13).

¹⁾ A. Einstein l. c. p. 901, 1901.

Badania nasze dają równocześnie i współczynnik Fresnela, określony równaniem:

$$c' = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \left\{ v - \frac{v^2}{cn} + \dots \right\}.$$

Równanie to powiada nam: jeżeli światło rozchodzi się w „spoczywającym” dielektryku z prędkością $\frac{c}{n}$, to dla obserwatora, poruszającego się z prędkością jednostajną v , miarodajnym jest c' .

Widzimy, że można otrzymać współczynnik Fresnela bez hipotezy eteru. Ciało unosi z sobą światło, ale właśnie dlatego ze stanowiska Elektrodynamiki względnej mierzymy c' , a nie $\frac{c}{n} + v$.

Równanie:

$$c_1 = \frac{c}{n} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{nc} (n^2 - 1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \frac{v^4}{nc^3} (n^2 - 1)^2 + \dots$$

daje nam „nowy współczynnik”, ponieważ wyraża, jaką prędkość mierzy „spoczywający” obserwator, jeżeli światło rozprzestrzenia się prostopadle do kierunku ruchu materji. Nie jest wykluczonem, że można będzie jeszcze doświadczalnie wyznaczyć wyraz $\frac{1}{2} \frac{v^2}{nc} (n^2 - 1)$.

III.

Równanie (12) powiada nam, jak obserwatorowi, poruszającemu się z prędkością v , przedstawia się promień światła, który, przychodząc od źródła „spoczywającego”, rozchodzi się w ośrodku, będącym w spoczynku, albo: jak się przedstawia spoczywającemu obserwatorowi prędkość światła, które, przychodząc od źródła „poruszającego się” z prędkością v , rozchodzi się w ośrodku „poruszającym” się z tą samą prędkością v .

By otrzymać zupełnie ten sam przypadek, jak w doświadczeniu Fizeau'a (źródło światła, obserwator w powietrzu w spoczynku, poruszający się dielektryk), musimy tylko w wyrazie $\frac{c}{n}$ równania (12) wprowadzić w n zamiast względnego okresu T' bezwzględny okres T , który odpowiada źródłu „spoczywającemu” w powietrzu. W tym celu zastosujemy zasadę Dopplera w postaci, danej jej przez Einsteina. Zasada Dopplera brzmi i w naszym przypadku:

$$T' = T \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}},$$

albo

$$T' = T \left(1 + \frac{v}{c} - \frac{1}{4} \frac{v^2}{c^2} \dots \right).$$

Oznaczając przez N współczynnik załamania „spoczywającego ośrodka” dla okresu bezwzględnego T , mamy:

$$n = N + \frac{\partial N}{\partial T} \cdot T \left(\frac{v}{c} - \frac{1}{4} \frac{v^2}{c^2} \dots \right) = N + \frac{\partial N}{\partial \lambda} \cdot \lambda \left(\frac{v}{c} \dots \right),$$

przyczem $\lambda = cT$ oznacza długość fali światła w próżni. Jeżeli w równaniu (12) uwzględnimy tylko wyrazy:

$$\frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

otrzymamy:

$$c' = \frac{c}{N} \left(1 - \frac{\partial N}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{N} \frac{v}{c} \right) + \frac{n^2 - 1}{n^2} v.$$

Jeżeli następnie wprowadzimy w wyrazie, zawierającym v , wartość przybliżoną $n = N$, otrzymuje się:

$$c' = \frac{c}{N} - \frac{\partial N}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{v}{N} + v \frac{N^2 - 1}{N^2} = \frac{c}{N} + v \left(\frac{N^2 - 1}{N^2} - \frac{\partial N}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{N^2} \right).$$

Wzór ten odpowiada prędkości, którą mierzymy w doświadczeniu Fizeau'a.

(D. c. u.).

Würzburg, w styczniu 1908.