O NOWYM WZORZE INTERPOLACYJNYM DLA WIDMA PRYZMATYCZNEGO.

NAPISAŁ

M. ERNST.

W badaniach astronomicznych w celu otrzymania widma używane są przeważnie pryzmaty. Jak wiadomo, widmo refrakcyjne, jakiem jest także widmo pryzmatyczne, różni się od widma dyfrakcyjnego (otrzymywanego za pomocą t. zw. siatek) tem, iż promienie, odpowiadające różnym długościom fali, rozkładają się w różnych miejscach widma tak, że długość fali jest bardzo skomplikowaną funkcyą położenia w widmie. To też długość fali linij, występujących w widmie pryzmatycznem może być określoną tylko względnie do niektórych znanych linij, których długość fali określona została bezwzględnie z widma siatkowego.

W celu takiego względnego określenia długości fali, używają się wzory interpolacyjne. Wzorów takich istnieje bardzo wiele. Jeżeli chodzi tylko o cel praktyczny, to dokładność tych wzorów oczywiście nie potrzebuje przekraczać możliwej do osiągnięcia dokładności pomiarów. W miarę doskonalenia się metod i środków mierzenia wytwarza się też potrzeba coraz dokładniejszych wzorów interpolacyjnych. Jak rozmaitą jest wartość różnych wzorów interpolacyjnych, wynika z porównania ich przez Hartmana w pracy, ogłoszonej przed dwoma laty w rocznikach obserwatoryum astrofizycznego w Poczdamie[1]).

[1]) Hartmann: Ueber eine einfache Interpolationsformel für das prismatische Spectrum. Publ. Potsd., Heft 42.

W tymże artykule podaje Hartmann nowy wzór, który pod względem dokładności oraz prostoty jest olbrzymim postępem w tym kierunku. Wzór Hartmanna:

$$y = b + \frac{c}{x - a}, \tag{1}$$

można uważać za zupełnie dokładny, jeżeli chodzi o niewielki kawałek widma mniej więcej w granicach 20 $\mu\mu$. Oznacza w nim y długość fali, x odczytanie śruby mikrometrycznej, a, b, c stałe, dla których określenia wystarczają 3 wartości y, odpowiadające trzem wartościom x. Dla większych części widma wzór ten staje się coraz mniej dokładnym i Hartmann używa w tym razie wzoru:

$$y = b + \frac{c}{(x-a)^\alpha}. \tag{2}$$

Skutkiem wprowadzenia tej nowej stałej α wzór wszakże komplikuje się w znacznej mierze. Przedewszystkiem wynalezienie owego α wymaga nader zmudnych rachunków; powtóre zaś, nawet przy znanem α, obliczenie stałych a, b, c, które dla każdego widma obliczać na nowo trzeba, jest bardzo uciążliwe z powodu całego szeregu przybliżeń, które w tym celu wykonać należy. Wprawdzie α dla danego spektografu zachowuje wartość stałą i raz tylko obliczonem być potrzebuje, ale, jak mogłem się niejednokrotnie przekonać, zmienia się ono w zależności od długości fali — w rzeczywistości zatem przy danem stałem α, wzór (2) nie wiele jest dokładniejszy niż wzór (1).

Krzywa Hartmanna tem się różni od prawdziwej krzywej dyspersyi pryzmatycznej, że przecina się z ostatnią w 3-ch punktach, obie krzywe wszakże zwracają zawsze wypukłą stronę ku osiom spółrzędnych. Wynika stąd, że różnią się one krzywizną, która w branej zazwyczaj pod uwagę części widma zmniejsza się w kierunku zmniejszających się długości fali. Jeżeli temu kierunkowi odpowiadają wzrastające wartości x, to przesuwając krzywą interpolacyjną w kierunku przeciwnym oraz pochylając ją o pewien kąt względem osi spółrzędnych, będzie można zmniejszyć różnicę obu krzywizn.

Niechaj ten kąt pochylenia będzie α, to należy we wzorze (1) podstawić zamiast x i y odpowiednio:

$$x \sin\alpha + y \cos\alpha,$$

$$x \cos\alpha - y \sin\alpha.$$

Równanie (1) zmienia się wówczas na następujące:

$$(x \sin \alpha + y \cos \alpha - a)\,(x \cos \alpha - y \sin \alpha - b) = c. \tag{3}$$

Dla wyznaczenia stałych a, b, c, α wystarcza rozwiązać 4 równania pierwszego stopnia z 4-ma niewiadomemi, co uskutecznia się bardzo szybko. Dla wyznaczenia zaś x na podstawie y, oraz y na podstawie x z łatwością otrzymuje się wzory następujące:

$$\begin{aligned} y &= m_1 \sec \varphi_1 + n_1 x + p_1, \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = q_1 (r_1 + x), \\ x &= m_2 \operatorname{tg} \varphi_2 + n_2 y + p_2, \quad \sec \varphi_2 = q_2 (r_2 + y), \end{aligned} \tag{4}$$

we wzorach tych oznacza:

$$\left\{ \begin{aligned} m_1 &= \sqrt{-2c \operatorname{cosec} 2\alpha} = -m_2, \\ n_1 &= \operatorname{cotg} 2\alpha = -n_2, \\ p_1 &= (a \sin \alpha - b \cos \alpha) \operatorname{cosec} 2\alpha, \quad p_2 = (a \cos \alpha + b \sin \alpha) \operatorname{cosec} 2\alpha, \\ q_1 &= \frac{1}{\sqrt{-2c \sin 2\alpha}} = q_2 \\ r_1 &= -a \sin \alpha - b \cos \alpha, \quad r_2 = -a \cos \alpha + b \sin \alpha. \end{aligned} \right. \tag{5}$$

Dla sprawdzenia dokładności wzorów (4), wymierzone zostały 43 linie widma słonecznego od długości fali 492 $\mu\mu$. do 398 $\mu\mu$, t. j. w części widma, obejmującej blisko 100 $\mu\mu$. Stałe a, b, c, α określone zostały na podstawie 4-ch linij, którym odpowiadają następujące odczytania śruby mikrometrycznej oraz długości fali według Rowlanda:

1) $\lambda = 492{\cdot}068\ \mu\mu$, $r = 7{\cdot}339$
2) $\lambda = 444{\cdot}789$ „ $r = 67{\cdot}917$
3) $\lambda = 416{\cdot}382$ „ $r = 127{\cdot}767$
4) $\lambda = 399{\cdot}879$ „ $r = 179{\cdot}349$.

Wartości otrzymane są następujące:

$$\log a = 3.4957603, \quad \log b = 1.7647027,$$
$$\log c = 5.4182663, \quad \alpha = -56'\,34''.86.$$

Wypływają stąd następujące wzory interpolacyjne:

$$\begin{aligned} \lambda &= [3.6009740] \sec \varphi_1 + [1.4824167_n]\, r - 201.250 \\ \operatorname{tg} \varphi_1 &= [7.8816777]\,(r + 109.702) \\ r &= [3.6009740\,n] \operatorname{tg} \varphi_2 + [1.4824167]\,\lambda \quad 95166.913 \\ \sec \varphi_2 &= [7.8816777]\,(\lambda - 3130{:}17). \end{aligned} \tag{6}$$

Liczby, zawarte w klamrach, są to logarytmy właściwych spółczynników. Długości fali otrzymuje się ze wzoru na λ w jednostkach Angstroma.

Ponieważ wzięte za podstawę rachunki wielkości r i λ są obarczone nieuniknionymi błędami, więc należy do stałych jeszcze dodać poprawki, wypływające z uwzględnienia większej liczby linij. W tym celu należy za pomocą wzorów (6) obliczyć λ lub r dla szeregu linij i porównać z odpowiedniemi wartościami λ z tablic Rowlanda, lub z wartościami r, otrzymanemi przez pomiar bezpośredni. Przypisując różnice, w ten sposób otrzymane, błędom, zawartym w stałych, otrzymamy dla nich wyrażenia następujące:

$$\begin{aligned} d\lambda &= \sec \varphi_1\, dm_1 + m_1 \sin \varphi_1\, (r_1 + r)\, dq_1 \\ &\quad + m_1 q_1 \sin \varphi_1\, dr_1 + r\, dn_1 + dp_1 \\ dr &= -\operatorname{tg} \varphi_2\, dm_1 - m_1 \operatorname{cosec} \varphi_2\, (r_2 + \lambda)\, dq_1 \\ &\quad - m_1 q_1 \operatorname{cosec} \varphi_2\, dr_2 - \lambda\, dn_1 + dp_2. \end{aligned}$$

W tych wzorach można poprawki dp uważać za 0, jako najmniej wpływająca na dokładność.

Rachunek wykonany został dla wzoru na λ na podstawie 10-iu linij. Rozwiązawszy 10 w ten sposób powstałych równań z 4-ma niewiadomemi metodą najmniejszych kwadratów i dodawszy otrzymane poprawki do stałych wzoru (6), otrzymałem na λ następujący wzór poprawiony:

$$\lambda = [3.6009012] \sec \varphi + [1.4819943_n]\, r - 201.250$$
$$\operatorname{tg} \varphi = [7.8812984]\,(r + 109.8191).$$

Wzór ten jest o tyle dokładny, że największe odchylenie krzywej interpolacyjnej od krzywej dyspersyi na przestrzeni wymierzonej części widma wynosi tylko 0.04 $\mu\mu$. Krzywa interpolacyjna Hartmanna (1) daje dla tej samej części widma odchylenie maksymalne 0.20 $\mu\mu$, krzywa zaś (2)—0.07 $\mu\mu$. Dla kawałka widma, nie przenoszącego 20 do 30 $\mu\mu$ krzywa (4) daje długość fali z dokładnością 0.01 jednostki Angstroma, a więc dosięgającą prawie dokładności pomiarów absolutnych Rowlanda.

icm©

Przyznać trzeba, że obliczanie długości fali za pomocą wzoru (4) dla dużej liczby linij jest rzeczą dosyć zmudną, szczególnie ze względu na konieczność siedmiocyfrowego rachunku, i dlatego tylko w tych przypadkach z korzyścią będzie do niego się uciekać, w których użycie drugiego wzoru Hartmanna byłoby niezbędnem.

KORESPONDENCYA

Kochańskiego i Leibniza

według odpisów

D-ra E. BODEMANNA

z oryginałów, znajdujących się w Bibliotece królewskiej w Hanowerze,

po raz pierwszy podana do druku

przez

S. DICKSTEINA.

E. Bodemann, nadbibliotekarz Biblioteki hanowerskiej, znany badacz rękopisów Leibniza, na prośbę naszą przesłał nam (w r. 1895) wierne odpisy 36 listów korespondencyi Adama Adamandego Kochańskiego, matematyka polskiego XVII stulecia, z wielkim filozofem i uczonym niemieckim. Z korespondencyi tej ogłoszono drukiem dotąd trzy listy, a mianowicie: list Leibniza do Kochańskiego z d. 26 marca 1696 r. w dziele L. Steina „Leibniz und Spinoza, ein Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der Leibnizischen Philosophie" (Lipsk, 1890); list Kochańskiego do Leibniza z d. 9 listopada 1691 r. i odpowiedź Leibniza z grudnia tegoż roku ogłosił niżej podpisany w t. I „Przeglądu filozoficznego" (Warszawa, 1897, str. 71—85). Odpowiedzi Leibniza na niektóre listy Kochańskiego przechowały się w konspektach, pisanych przez samego Leibniza; oryginałów tych listów, które pozostać musiały w papierach po Kochańskim, mimo starannych poszukiwań, nie mogliśmy dotąd odszukać. O całej tej korespondencyi podaliśmy (w r. 1896) Wiadomość tymczasową w t. XXXIII „Rozpraw Wydziału matematyczno-przyrodniczego" Akademii Umiejętności w Krakowie (Kraków, 1898, str. 1—9).