POLSKA AKADEMIA NAUK
MONOGRAFIE MATEMATYCZNE

KOMITET REDAKCYJNY

KAROL BORSUK, BRONISŁAW KNASTER, KAZIMIERZ KURATOWSKI Redaktor,
STANISŁAW MAZUR, WACŁAW SIERPIŃSKI, HUGO STEINHAUS,
WŁADYSŁAW ŚLEBODZIŃSKI, ANTONI ZYGMUND

TOM 40

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

WŁADYSŁAW ŚLEBODZIŃSKI

FORMES EXTÉRIEURES ET LEURS APPLICATIONS

VOLUME II

WARSZAWA 1963

02338

COPYRIGHT, 1963, by

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA (Poland), ul. Miodowa 10

All Rights Reserved

No part of this book may be translated or reproduced in any form, by mimeograph or any other means, without permission in writing from the publishers.

BIBLIOTEKA UNIWERSYTECKA

PRINTED IN POLAND

WROCŁAWSKA DRUKARNIA NAUKOWA

EO-111/64
31.1.

PRÉFACE

Cette seconde partie de l'ouvrage est consacrée à l'analyse des formes différentielles extérieures et à leurs applications à la théorie des connexions infinitésimales, à la théorie des groupes et des pseudo-groupes de Lie et à celle des invariants intégraux.

Elle se compose de sept chapitres. Le premier a pour objet la notion d'une forme différentielle extérieure définie dans un ouvert de l'espace euclidien et la notion de sa différentielle extérieure; on y trouve aussi la théorie des systèmes pfaffiens complètement intégrables, exposée au moyen de la notion de différentielle extérieure. Le second chapitre traite de la théorie des systèmes de Pfaff et, en particulier, des systèmes à variables indépendantes imposées, dont la théorie joue un rôle important dans les applications à la théorie des pseudo-groupes continus infinis et aux problèmes d'équivalence. Dans le Chapitre III on introduit d'abord la notion d'une variété différentielle et l'on définit ensuite les objets géométriques et les formes différentielles extérieures sur une variété différentiable; ces développements ont été appliquées à la théorie des variétés parallélisables. Les deux chapitres suivants sont consacrés à la théorie des connexions infinitésimales. Le Chapitre IV expose la théorie des connexions dont le groupe de structure est un sous-groupe arbitraire du groupe linéaire général et le Chapitre V contient l'application de ces considérations générales à la théorie des connexions classiques; cette étude des connexions infinitésimales est basée sur la théorie des espaces fibrés. Le Chapitre VI se rapporte à la théorie des pseudo-groupes infinis de Lie, exposée au moyen de la méthode de E. Cartan; il contient aussi un court paragraphe sur les fondements de la théorie des groupes continus infinis. Le dernier chapitre est consacré à la théorie des invariants intégraux et des formes invariantes, exposée au moyen de la dérivée de Lie.

En terminant j'adresse mes affecteux remerciements à Mme H. Pidek-Łopuszańska et à M. T. Huskowski pour les précieux conseils qu'ils m'ont donnés et pour la peine qu'ils ont prise à la lecture des épreuves.

W. Ślebodziński

Wrocław, le 31 mars 1963

QUELQUES NOTATIONS D'UN USAGE FRÉQUENT

1. Les indices grecs parcourent, sauf avis contraire, les valeurs $1, 2, \ldots, n$.
2. On supprime le signe de sommation par rapport à un indice placé une fois en haut et une fois en bas.
3. $a \in A$ désigne que a est un élément d'un ensemble A.
4. $A \subset B$ désigne que A est un sous-ensemble d'un ensemble B.
5. Les signes $\cup$ et $\cap$ désignent respectivement l'union et l'intersection de deux ensembles.
6. $U \times V$ désigne le produit cartésien de deux ensembles.
7. $R^n(x^\varkappa)$ désigne l'espace euclidien à n dimensions rapporté aux coordonnées cartésiennes $x^\varkappa$; le point de R^n de coordonnées $x^1, x^2, \ldots, x^n$ sera désigné par $(x^\varkappa)$.
8. E_n désigne l'espace vectoriel à n dimensions.
9. $U(x^\varkappa)$ ou U désigne un ouvert de $R^n(x^\varkappa)$ homéomorphe à l'intérieur d'une hypersphère.
10. Fonction k-fois continûment dérivable, indéfiniment dérivable, analytique est indiquée respectivement par C^k, C^∞ et C^ω; forme C^k, C^∞, C^ω désigne une forme dont les coefficients sont fonctions C^k, C^∞, C^ω.
11. V^n désigne une variété dérivable, connexe et orientable à n dimensions.
12. Les renvois au premier volume sont indiqués par (vol. I).

CHAPITRE I

NOTIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES

Le Calcul des formes différentielles extérieures a été créé (1899) par Elie Cartan pour étudier le Problème de Pfaff [4]; il a pour sources, d'une part, la notion de multiplication extérieure que l'on doit à H. Grassmann [31] et, d'autre, celle de covariant bilinéaire introduite indépendamment par G. Frobenius [24] et par G. Darboux [19]. Le rôle principal dans ce calcul, qui est d'une grande simplicité et élégance, joue la notion de différentielle extérieure et les simples règles auxquelles elle obéit. Dans un Memoire ultérieur [5] Cartan a étendu le domaine d'application du Calcul en développant la théorie des systèmes des équations de Pfaff qui dans la plus grande partie est son oeuvre et qui englobe la théorie des systèmes des équations aux dérivées partielles. Il a montré que l'emploi de sa méthode permet de présenter les calculs sous une forme abrégée et de les achever sans beaucoup de peine. Dans un autre important Memoire [6] Cartan a se servi du calcul des formes extérieures pour développer d'un nouveau point de vue la théorie des pseudo-groupes continus infinis initiée par S. Lie en lui donnant des propres fondements.

Ces résultats n'épuisent pas l'oeuvre que l'on doit à E. Cartan; sa méthode a se montré très féconde dans diverses recherches et en particulier dans deux domaines des sciences mathématiques: dans la théorie des groupes de Lie et dans la géométrie différentielle. Dans la première d'elles elle a permis de créer la théorie globale des groupes continus et finis, dans la seconde, en liaison avec la méthode du trièdre mobile de Darboux, elle a conduit à la généralisation du Programme d'Erlangen de Klein en ouvrant un très large champ de nouvelles théories géométriques. Pour apprécier l'important progrès dans ces domaines que l'on doit à E. Cartan il suffit de parcourir la longue liste de ses travaux consacrés à la théorie des groupes de Lie et à la géométrie différentielle que l'on trouve dans le livre *Selecta, Jubilé scientifique de M. Elie Cartan* (Paris 1936).

Les théories que l'on doit à E. Cartan ont exercé une grande influence sur le développement de ces deux branches des sciences mathématiques, qui ne cesse pas de durer jusqu'à nos jours.

Ce Chapitre contient une exposition succinte des principes du Calcul des formes différentielles extérieures. En s'appuyant sur les notions et les considérations du premier Tome on introduit dans le § 1 la notion de forme différentielle extérieure dans un ouvert de R^n, le changement de coordonnées et la valeur d'une forme pour un polyvecteur. Dans la suite on trouve la définition de la différentielle extérieure, ses propriétés et les théorèmes de Poincaré sur la seconde différentielle.

Le deuxième paragraphe est consacré aux systèmes des Pfaff complètement intégrables (Théorème de Frobenius) et aux systèmes complets des équations linéaires et homogènes aux dérivées partielles du premier ordre, associés aux systèmes complètement intégrables.

Dans le § 3 on trouve la définition et la méthode de la détermination de la classe d'une forme différentielle extérieure et des expressions canoniques d'une forme quadratique fermée, des formes linéaires et des formes de degré n et $n-1$. Mentionnons

Considérons maintenant le système des équations

$$\frac{dx^1}{c^\lambda I_\lambda^1} = \frac{dx^2}{c^\lambda I_\lambda^2} = \ldots = \frac{dx^n}{c^\lambda I_\lambda^n} = dt \tag{11}$$

et imaginons qu'on a déterminé une solution de (11) qui prend les valeurs nulles pour $t = 0$:

$$x^\varkappa = f^\varkappa(t, c^1, c^2, \ldots, c^n), \quad f^\varkappa(0, c^1, c^2, \ldots, c^n) = 0.$$

Ces équations représentent l'arc d'une ligne située dans le voisinage G_e et passant par le point e; or on peut disposer de la variable t et des constantes c^λ de manière que cette ligne passe par un point voisin du point e et d'ailleurs arbitrairement choisi dans un voisinage de ce point; autrement dit les équations (11) permettent d'obtenir dans G_e les générateurs de tout le groupe G.

Aux équations (9) qui établissent un lien entre la théorie d'E. Cartan des groupes continus et finis et celle de S. Lie nous donnerons le nom *d'équations de définition des transformations infinitésimales des groupes de Lie.*

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

[1] N. Bourbaki, *Eléments de mathématique*, Livre II, Algèbre, Paris 1958.

[2] S. S. Cairns, *On the cellular subdivisions of n-dimensional regions*, Ann. of Math. 33 (1932), p. 671-680.

[3] — *On the triangulation of regular loci*, ibidem 35 (1934), p. 579-587.

[4] E. Cartan, *Sur certaines expressions différentielles et le système de Pfaff*, Ann. Ec. Norm. 16 (1899), p. 329-332.

[5] — *Sur l'intégration des équations aux différentielles totales*, ibidem 18 (1901), p. 241-311.

[6] — *Sur la structure des groupes infinis de transformations*, ibidem 21 (1904), p. 153-206; 22 (1905), p. 219-308.

[7] — *Leçons sur les invariants intégraux*, Paris 1922.

[8] — *Sur les équations de la gravitation d'Einstein*, Paris 1922.

[9] — *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée*, Ann. Ec. Norm., 40 (1923), p. 325-412; 41 (1924), p. 1-125; 42 (1925), p. 325-412.

[10] — *La théorie des groupes finis et continus et l'analysis situs*, Mémorial des Sc. math., XLII, 1930.

[11] — *Notice historique sur la notion de parallèlisme absolu*, Math. Ann. 102 (1930), p. 698-706.

[12] — *La théorie des groupes finis et continus et la géometrie différentielle*, Paris 1937.

[13] — *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Actualités scientifiques et industriels, 944, (1945).

[14] — *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, 2ième ed., Paris 1946.

[15] — *Oeuvres complètes*, Paris, Partie I. vol. 1. et 2, 1952; Partie II. vol. 1 et 2, 1953; Partie III, vol. 1 et 2, 1933.

[16] S. S. Chern, *Some new viewpoints in differential geometry in the large*, Bull. Amer. Math. Soc. 52 (1946), p. 1-30.

[17] — *Pseudogroupes continus infinis*, Colloqu. intern. de Strassbourg 1953, Paris 1953, p. 119-141.

[18] C. Chevallay, *Theory of Lie groups*, Princeton, I, 1946.

[19] G. Darboux, *Sur le problème de Pfaff*, Bull. Sc. math. 6 (1882), p. 14-36, p. 49-68.

[20] — *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, Première Partie, 2ième ed., Paris 1914.

[21] Ch. Ehresmann et P. Liebermann, *Sur les formes différentielles extérieures de degré* 2, CR. 227 (1948), p. 420-421.

[22] S. P. Finikoff, *Méthode des forms extérieures de Cartan dans la géométrie différentielle* (russe), Moscou—Leningrad 1948.

[23] H. Flanders, *Development of extended exterior differential calculus*, Trans. Amer. Math. Soc. 75 (1953), p. 311-326.

[24] G. Frobenius, *Ueber das Pfaffsche Problem*, J. für reine und angew. Math. 82 (1877), p. 230-315.

[25] A. Fröhlicher and A. Nijenhuis, *Theory of vector valued differential forms*, Indag. Math. 18 (1956), Part I, p. 338-350, p. 351-359.

[26] P. Gillis, *Sur les formes différentielles et la formule de Stokes*, Mém. Acad. R. Belgique, 20 (1943), p. 3-95.

[27] — *Sur quelques théorèmes de la théorie des formes différentielles alternées*, ibidem 20 (1943), p. 175-186.

[28] E. Goursat, *Leçon sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, Paris 1891.

[29] — *Leçons sur le problème de Pfaff*, Paris 1922.

[30] — *Cours d'analyse mathématique*, t. II, 4ième ed., Paris 1924.

[31] H. Grassmann, *Gesammelte mathematische u. physikalische Werke*, Leipzig, I Band, 1. Teil 1894, 2. Teil 1896.

[32] E. Kähler, *Einführung in die Theorie der Systeme von Differentialgleichungen*, Leipzig u. Berlin, 1934.

[33] H. -Ch. Lee, *A kind of even-dimensional geometry and its applications to exterior calculus*, Amer. J. Math., 65 (1943), p. 433-438.

[34] T. Levi-Civita, *Nozione di parallelismo in una varieta qualunque e consequente specificazione geometrica delle curvatura Riemanniana*, Rend. Palermo, 42 (1917), p. 173-205.

[35] P. Libermann, *Forme canonique d'une forme différentielle extérieure quadratique fermée*, Acad. R. Belgique, Bull. des Sc. 39 (1953), p. 846-850.

[36] P. Libermann, *Sur les structures presque complexes et autres structures infinitésimales régulières*, Bull. Soc. Math. 83 (1955), p. 195-224.

[37] S. Lie, *Gesammelte Abhandlungen*, Leipzig—Oslo, Bd. VI, 1927.

[38] R. Palais, *A definition of the exterior derivative in terms of Lie derivative*, Proc. Amer. Math. Soc. 5 (1954), p. 902-908.

[39] E. Picard, *Traité d'analyse*, t. I, Paris 1891.

[40] J. A. Schouten, *Die direkte Analysis zur neuen Relativitätstheorie*, Verh. Kon. Akad. Amsterdam, 12, Nr. 6 (1918).

[41] J. A. Schouten and W. v. d. Kulk, *Pfaff's Problem*, Oxford 1949.

[42] J. A. Schouten, *Ricci Calculus*, Berlin 1954.

[43] B. Segre, *Forme differenziali e loro integrali I* (polycopié), Roma 1951.

[44] N. Steenrod, *The topology of fibre bundles*, Princeton 1951.

[45] J. M. Thomas, *Differential systems*, N. York 1937.

[46] G. Vranceanu, *La géométrisation des expressions symboliques*, CR 229 (1949), p. 336-338, p. 543-545.

[47] E. v. Weber, *Vorlesungen über das Pfaffsche Problem*, Berlin 1900.

[48] K. Yano, *The theory of Lie derivatives and its applications*, Amsterdam-Groningen.

INDEX ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES

Algèbre de Lie 91, — d'un groupe de Lie 102.
Arc autoparallèle 94.

Base d'un espace fibré 122.

Caractères d'un système différentiel 43, — réduits 65.
Champs de vecteurs 13, — invariant de gauche 100.
Classe d'une équation de Pfaff 76, — d'une forme différentielle 31.
Composantes de la différentielle absolue d'un vecteur 128, — naturelles d'un vecteur 88, — de la torsion 138, — d'un mouvement infinitésimal 118, — du tenseur de courbure 150, — relatives du mouvement d'un repère 106.
Connexion affine 124, — distinguée 133, — prolongée 138, — qui préserve les volumes 153, — riemannienne 158, — symplectique 181, — unimodulaire 151, — weylienne 172.
Constantes de structure d'un groupe fini 110, — d'un groupe infini 218, — d'un pseudo-groupe infini 200, 202.
Coordonnées locales 82, — admissibles 83, — naturelles 88.
Courbes intégrales d'un système de Pfaff 22.

Dérivée covariante 161, — de Lie d'une forme différentielle 238, — d'un p-vecteur 238, — d'un vecteur contravariant 242, — pfaffienne 89.
Différentielle absolue d'un vecteur et d'un tenseur 128, — extérieure 14, — extérieure généralisée 260.

Élément intégral 42, — ordinaire 42, — polaire 42, — régulier 42, — singulier 42.
Équations complètement intégrables 79.
Équations de définition d'un groupe fini 100, — d'un groupe infini 218, — d'un pseudo-groupe infini 192, — des transformations infinitésimales d'un groupe de Lie 261.
Espace connexe 83, — d'un groupe fini 96, — d'un groupe infini 216, — fibré 122, — topologique 82.

Facteur intégrant d'une équation de Pfaff 31, — d'une forme quadratique 81.
Formes analytiques 8, — différentielles complétées 253, — différentielles fermées 19, — différentielles invariantes 229, — différentielles multilinéaires 18, — différentielles restreintes 8.
Formule de Stokes 227.
Frontière d'un ouvert 223.

Générateurs d'un groupe fini 98, — d'un groupe infini 221.
Genre d'un système de Pfaff 43.
Groupe de Lie compacts 96, — connexes 96, — mixtes 96, — ouverts 96, — isomorphes 96.
Groupes linéaires de Lie 105, — associés à un groupe linéaire donné 115, — spéciaux 110, — orthogonaux 111 — symplectiques 113, — unimodulaires 110.
Groupes des paramètres d'un groupe fini 97.
Groupes de stabilité 208.
Groupes de structure d'un espace fibré 122, — d'un pseudo-groupe infini 203.

Identités de Bianchi 131.
Intégrale complétée 254, — générale 30, — première 25, 232, — singulière 22.
Invariants intégraux 225, — absolus 229, — attachés aux trajectoires 240, — relatifs 229.

Inverse d'un élément d'un groupe 96, 216.

Longueur d'un vecteur 93.

Mesure du volume 153.
Morceau d'un groupe 100.

Orientation d'un ouvert 223.

Paramètres d'une transformation d'un groupe 97.
Parenthèse de Poisson 24.
Point intégral 47, 58, — régulier 21, 60, — singulier 21, 60.
Polyvecteur 84.
Produit des éléments d'un groupe 96, 216.
Produit intérieur 245.
Prolongement d'un groupe 196, — holoédrique 196, — mériédrique 196.
Pseudo-groupe des transformations de Lie 192, — fini 192, — infini 192, — infini du premier ordre 192, — d'ordres supérieurs 210, — infini normal 192, — infini à un paramètre 232.

Recouvrement d'une variété 82.
Repère d'ordre un 203, — d'ordre zéro 202, — mobile 105, 126, 202, — naturel 88, tangent 87.
Représentation fidèle d'un groupe 97, 220.
Rotation affine instantanée 126.

Section locale d'un espace fibré 122.
Solution d'un système de Pfaff générale 44, — singulière 44, 60.
Sous-groupe de stabilité 203, — fermé 103, — invariant 103, — ouvert 103.
Structure presque complexe 188.
Symbole de Christoffel de seconde espèce 164.
Systèmes des coordonnées locales 82, — admissibles 12, 83.
Systèmes de Pfaff 21, — en involution 62, — généralisés 41.
Systèmes différentiels associés 25, — fermés 42.
Systèmes involutifs des coefficients 70.
Systèmes polaires réduits 65.

Tenseur tangent à une variété 84, — de courbure d'une connexion 130, — de Ricci 150, — de torsion de la variété parallélisable 92.
Théorèmes de Cartan 44, 258, 259.
Théorème de Frobenius 27.
Théorèmes de Poincaré 19, 257.
Théorème de Stokes 227.
Torsion d'un espace fibré 132.
Trajectoire d'un mouvement 231.
Transformations infinitésimales 24, 108, 261.
Transformé d'un élément d'un groupe 103.
Translations de droite, de gauche 97.

Unité d'un groupe 96, 216.

Variables indépendantes dans un système de Pfaff 62.
Variétés analytiques 83, — compactes 83, — différentiables 83, — douées d'un parallélisme absolu 91, — orientables 83, — orientées 83, — ouvertes 83, — parallélisables 92, — riemanniennes 155, — symplectiques 184.
Variété intégrale d'un système de Pfaff ordinaire 58, — régulière 58.
Vecteur infinitésimal 85, — de torsion d'une connexion 130.
Voisinage d'un élément intégral 43, — d'un point 82.
Volume d'un parallélépipède 110.

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE 5

QUELQUES NOTATIONS D'UN USAGE FRÉQUENT 6

CHAPITRE I. NOTIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES

§ 1. Formes différentielles dans un ouvert de E^n 8

1. Définition. 2. Changement du système des coordonnées. 3. Valeur d'une forme différentielle. 4. Différentielle extérieure. 5. Théorème de Poincaré.

§ 2. Systèmes de Pfaff complètement intégrables 21

6. Systèmes de Pfaff (Généralités). 7. Systèmes de Pfaff et systèmes associés des équations aux dérivées partielles. 8. Systèmes complètement intégrables. 9. Compléments.

§ 3. Classe d'une forme différentielle 31

10. Définition. 11. Détermination de la classe. 12. Expression canonique d'une forme quadratique fermée. 13. Expression canonique d'une forme différentielle linéaire. 14. Expressions canoniques des formes différentielles à n variables de degrés n et $n-1$.

CHAPITRE II. SYSTÈMES DE PFAFF

§ 1. Théorèmes généraux 41

15. Généralités. 16. Eléments intégraux. 17. Variétés intégrales. 18. Théorème fondamental. 19. Démonstration du théorème de Cartan. 20. Démonstration du théorème de Cartan (suite). 21. Compléments. 22. Solutions singulières.

§ 2. Systèmes de Pfaff en involution 62

23. Préliminaires. 24. Critères d'involution. 25. Critère suffisant d'involution. 26. Compléments.

§ 3. Equation de Pfaff; équation différentielle extérieure du second degré 75

27. Equation de Pfaff. 28. Equation quadratique. 29. Equation quadratique complètement intégrable.

CHAPITRE III. FORMES DIFFÉRENTIELLES SUR LES VARIÉTÉS. VARIÉTÉS PARALLÉLISABLES

§ 1. Variétés différentiables 82

30. Variétés. 31. Objets géométriques sur une variété. 32. Espaces vectoriels tangents à V^n.

§ 2. Variétés parallélisables 91

33. Définition. 34. Invariants d'une variété parallélisable. 35. Métrique riemannienne; autoparallèles.

CHAPITRE IV. CONNEXIONS AFFINES

§ 1. Groupes finis de Lie 96

36. Définition. 37. Représentations d'un groupe abstrait. 38. Propriétés de l'espace d'un groupe abstrait fini. 39. Structure d'un groupe fini. 40. Algèbre d'un groupe fini de Lie. 41. Sous-groupes.

§ 2. Groupes linéaires de Lie 105

42. Définition. 43. Repère mobile dans l'espace E_n. 44. Transformations infinitésimales d'un groupe linéaire. 45. Groupe linéaire général. 46. Groupe linéaire unimodulaire. 47. Groupe orthogonal. 48. Groupe symplectique. 49. Groupes linéaires associés à un groupe linéaire. 50. Equations de structure d'un espace affine.

§ 3. Connexions affines 119

51. Espace fibré tangent à une variété. 52. Sections. 53. Connexions affines. 54. Repère mobile dans une section locale. 55. Différentielle absolue. 56. Connexion à courbure nulle. 57. Connexion à courbure nulle (suite). 58. Connexions distinguées. 59. Connexions prolongées. 60. Connexions prolongées (suite).

CHAPITRE V. CONNEXIONS CLASSIQUES

§ 1. Connexions linéaires 141

61. Définition. 62. Connexion linéaire sans courbure. 63. Connexion linéaire sans torsion. 64. Connexions linéaires prolongées. 65. Connexion linéaire sans courbure et torsion. 66. Compléments.

§ 2. Connexions unimodulaires 151

67. Définition et structure. 67bis. Propriétés.

§ 3. Connexions euclidiennes 154

68. Structure. 69. Connexion riemannienne. 70. Propriétés des connexions euclidiennes. 71. Propriétés de la connexion riemannienne. 72. Géométrisation d'une forme quadratique définie. 73. Problèmes d'équivalence.

§ 4. Connexions weyliennes 172

74. Connexion weylienne à courbure nulle. 75. Connexions weyliennes distinguées.

§ 5. Connexions symplectiques 176

76. Formes extérieures quadratiques. 77. Forme extérieure quadratique conforme à une forme fermée. 78. Connexions symplectiques à courbure nulle. 79. Connexions symplectiques et les formes extérieures quadratiques. 80. Connexions symplectiques distinguées. 81. Sur une connexion qui est riemannienne et symplectique.

CHAPITRE VI. PSEUDO-GROUPES CONTINUS INFINIS

§ 1. Pseudo-groupes transitifs d'ordre un 191

82. Définition. 83. Prolongement de (D). 84. Théorèmes fondamentaux. 85. Prolongements du pseudo-groupe G. 86. Equations de structure. 87 Repère mobile. 88. Groupes de structure d'un pseudo-groupe infini. 89. Complément.

§ 2. Généralisations 210

90. Pseudo-groupes d'ordres supérieurs. 91. Pseudo-groupes intransitifs.

§ 3. Groupes continus infinis 213

92. Groupe de structure. 93. Espace d'un groupe continu infini. 94. Théorème. 95. Constantes de structure. 96. Représentations d'un groupe infini abstrait. 97. Propriétés d'un groupe infini de Lie.

CHAPITRE VII. INVARIANTS INTÉGRAUX

§ 1. Intégrales multiples 222

98. Préliminaires. 99. Intégrales multiples. 100. Intégrales multiples (suite). 101. Théorème de Stokes.

§ 2. Formes invariantes et invariants intégraux 228

102. Définitions. 103. Le pseudo-groupe de Lie à un paramètre. 104. La transformation infinitésimale du pseudo-groupe g. 105. Existence des invariants intégraux.

§ 3. Dérivée de Lie 235

106. Dérivée de Lie d'une forme différentielle. 107. Propriétés de la dérivée $L(\Phi_p)$. 108. La dérivée de Lie d'un vecteur contravariant. 109. Critères d'invariance. 110. Produit intérieur d'une forme et d'un vecteur contravariant.

§ 4. Invariants attachés aux trajectoires 248

111. Définition. 112. Critères d'invariance.

§ 5. Invariants intégraux de la Mécanique 252

113. Préliminaires. 114. Formes complétées. 115. Théorèmes de Poincaré et de Cartan.

§ 6. Compléments 260

116. Différentielle extérieure généralisée. 117. Transformations infinitésimales d'un groupe de Lie. 118. Equations de définition des transformations infinitésimales d'un groupe de Lie.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE 265

INDEX ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES 267

W. Ślebodziński, *Formes extérieures*

ERRATA

Page, ligne	Au lieu de	Lire
16_2	$d[\Phi_p \varphi_q]$	$d[\Phi_p \overline{\Psi}_p]$
41^2	pfaffiennes	pfaffiens
46_{13}	par s	par S
49^4	$\frac{\partial a_i^h}{\partial x^i} \frac{\partial a_i^h}{\partial x^i}$	$\frac{\partial a_j^h}{\partial x^k} - \frac{\partial a_i^h}{\partial x^j}$
53^4	F_i	F^i
71_{15}	$c_{\varkappa\lambda}^k l_i^\varkappa a_1^i \tau^\varkappa$ $a_j^k \lambda l_i^\varkappa a_\lambda^i \omega^j$	$c_{\varkappa\lambda}^k l_i^k \tau^\lambda$ $a_{j\varkappa}^k l_i^\varkappa a_1^i \omega^j$
98_{12}	$a'' e_i^{-1}$	$a'' e_1^{-1}$
106^4	rapport	rapport à
116^5	le	les
120^5	fes	les
120^6	lorme	forme
128_4	est	a
148^2	$\frac{dX^\lambda}{\partial x^\nu}$	$\frac{\partial X^\lambda}{\partial x^\nu}$
189_{16}	autre étant nulles	autres étant nuls
197^8	$\overset{(1)}{\varphi}{}_\lambda^{h_1}$	$\overset{(1)}{\psi}{}_\lambda^{h_1}$
200_{14}	$c_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\varkappa}$	$C_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\varkappa}$
253_3	$\ldots \times$	$\ldots$
255^5	$\vec{T}\tilde{\Phi}$	$\vec{T}\lrcorner\tilde{\Phi}$
256^3	[6]	[7]
257_5	supprimer: et il suffit	
258^{11}	(11) 113	(10) 114
259^5	deten suer	de tenseur
261_{15}	es	les