

P O L S K A   A K A D E M I A   N A U K  
M O N O G R A F I E   M A T E M A T Y C Z N E

J. ACZÉL UND S. GOŁĄB

KOMITET REDAKCYJNY

KAROL BORSUK, BRONISŁAW KNASTER, KAZIMIERZ KURATOWSKI REDAKTOR,  
STANISŁAW MAZUR, WACŁAW SIERPIŃSKI, HUGO STEINHAUS,  
WŁADYSŁAW ŚLEBODZIŃSKI, ANTONI ZYGMUND

FUNKTIONALGLEICHUNGEN  
DER THEORIE  
DER GEOMETRISCHEN OBJEKTE

TOM 39

02338

COPYRIGHT, 1960, by  
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE  
WARSZAWA (Poland), ul. Miodowa 10

All Rights Reserved

No part of this book may be translated or reproduced  
in any form, by mimeograph or any other means,  
without permission in writing from the publishers.



PRINTED IN POLAND

Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie

D. 26/64

3.2

## VORWORT

Im Jahre 1934 hat A. Wundheiler die grundlegende Begriffe der Theorie der geometrischen Objekte in einem Vortrag auf der ersten internationalen Konferenz für tensorielle Differentialgeometrie und ihre Anwendungen in Moskau dargestellt (s. Literaturverzeichnis, A. Wundheiler 1937 [1], [2]). Dieser Vortrag gab Anlaß zu den Arbeiten von J. Haantjes - J. A. Schouten (1936, 1937), in welchen die Grundlegung dieser Theorie erfolgte. In dem seither vergangenen Vierteljahrhundert hat sich die Theorie der geometrischen Objekte zu einer selbständigen Disziplin entwickelt, sie umfasst heute mehr als hundertstebzig Arbeiten, darunter die Monographie von A. Nijenhuis (1952).

Die vorliegende Arbeit setzt sich ein beschränktes Ziel: es wird — wie es der Titel des Buches zeigt — der Akzent auf die Anwendung der Funktionalgleichungen in dieser Theorie und auf ihre Lösung unter wöglich schwachen Bedingungen gelegt. Es werden hier also weder die Theorie der Lieschen Gruppen noch abstrakte algebraische Methoden sowie Untersuchungen in gefaserten Räumen angewendet. Dies gibt unserem Buch einen in gewissem Sinne elementaren Charakter (an Vorkenntnissen werden nur die Elemente der Differential- und Integralrechnung, der gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen sowie der Matrizenalgebra vorausgesetzt). Übrigens wollen wir auch keine Vollständigkeit erzielen. Wir trachten weniger sämtliche Ergebnisse vorzuführen als einige charakteristischen Probleme und Gedankengänge zu zeigen. Wir beweisen auch nicht alles; auf manche Resultate und auf manche Schritte der Beweisgänge wird nur kurz hingewiesen. Endlich lassen wir auch gewisse Probleme und Fragen offen.

Was die grundlegenden Begriffe und Bezeichnungen betrifft, sind sie im Kapitel I (Einleitung) zusammengestellt.

Das Buch gliedert sich in Kapitel, Abschnitte und Paragraphen. Ein Hinweis im Texte wie II. 1 § 3 bedeutet den dritten Paragraph des ersten Abschnittes im Kapitel II. Innerhalb eines Kapitels werden nur die Nummern der Abschnitte und Paragraphen, innerhalb eines Abschnittes nur die der Paragraphen zitiert. Die Sätze und Formeln werden innerhalb der Abschnitte laufend nummeriert, so daß z. B. der Hinweis III. 2 (5)

die Formel (5) des zweiten Abschnittes im Kapitel III bedeutet. Der Hinweis auf die Arbeiten im Literaturverzeichnis erfolgt folgenderweise. Es ist z. B. die im Texte mit V. V. Wagner 1949 [3] zitierte Arbeit im Literaturverzeichnis unter dem Haupttitel 1949 bei dem Namen V. V. Wagner unter der Nummer [3] zu suchen.

Wir haben getrachtet, daß das Literaturverzeichnis womöglich alle sich ausdrücklich mit der Theorie der geometrischen Objekte befassenden Arbeiten (also nicht nur die in diesem Buche verwendeten) enthalte.

Obzwar der Text des ganzen Buches Ergebnis der Zusammenarbeit der beiden Verfasser ist, wurden die Abschnitte II. 2, II. 3, II. 4, II. 6, II. 7, III. 3, IV. 2, IV. 3, IV. 4 vom ersten, die Abschnitte II. 5, II. 8, V. 2 vom zweiten Verfasser redigiert. Die übrigen sind gemeinsame Arbeit der Verfasser.

Wir hoffen mit diesem Büchlein einerseits den Kennern dieser Theorie einige Ergänzungen und Vereinfachungen zu geben, andererseits vielleicht neue Interesse bezüglich dieses Gegenstandes zu wecken. Besonders würde es uns freuen, wenn einige von uns vorgeführten, zur Zeit offenen Fragen gelöst werden könnten.

Die Verfasser danken den Herren Dr. M. Hosszu (Miskolc) und Dr. M. Kuczma (Katowice), die das Sachverzeichnis zusammengestellt haben, sowie dem Verlag für die vorteilhafte Ausstattung des Buches und für das verständnisvolle Eingehen auf die vielen nachträglichen Änderungswünsche, womit es möglich gemacht wurde, daß das Buch auch die letzten Ergebnisse umfassen und in der zur Zeit bestmöglichen Gestalt erscheinen kann.

Debrecen und Kraków, den 28. Juni 1960.

J. Aczél

S. Golab

## I. EINLEITUNG

§ 1. **Arithmetischer und geometrischer Raum. Koordinatentransformationen**  
Eine Folge von  $n$  ( $n$  eine natürliche Zahl) Zahlen (Komponenten)

$$(1) \quad a^1, \dots, a^n$$

wird ein *arithmetischer Punkt* genannt. Die Menge  $\mathfrak{A}_n$  von allen arithmetischen Punkten mit  $n$  Komponenten wird  *$n$ -dimensionaler arithmetischer Raum* genannt, der mit der üblichen Topologie versehen wird. Ein  *$n$ -dimensionaler geometrischer Raum* ist ein topologischer Raum  $\mathfrak{M}$  von Elementen, die Punkte genannt werden, von der Eigenschaft, daß zwischen  $\mathfrak{M}$  und einem Teile von  $\mathfrak{A}_n$  eine topologische Abbildung hergestellt werden kann. Einen solchen geometrischen Raum werden wir kurz mit  $\mathfrak{X}_n$  bezeichnen ohne Rücksicht darauf, ob es sich bei dieser Korrespondenz um den ganzen  $\mathfrak{A}_n$  oder nur um einen echten Teil von  $\mathfrak{A}_n$  handelt. Ist die oben genannte Zuordnung vorhanden, so nennen wir die Zahlen der dem Punkte  $p$  zugeordneten Folge (1) die *Koordinaten* des Punktes  $p$ .

Es sei betont, daß derselbe  $\mathfrak{X}_n$  auf verschiedene Weisen und eventuell auf verschiedene Teile des  $\mathfrak{A}_n$  abgebildet werden kann. Eine solche Abbildung wird ein *Koordinatensystem (Bezugssystem)* genannt.

Den Übergang von einem Koordinatensystem  $(B)$  zu einem anderen  $(\bar{B})$  nennen wir *Koordinatentransformation  $T$* .

Es seien

$$\xi^1, \dots, \xi^n$$

die Koordinaten des laufenden Punktes  $p$  im Koordinatensystem  $(B)$  und

$$\bar{\xi}^1, \dots, \bar{\xi}^n$$

seine Koordinaten im System  $(\bar{B})$ . Wegen unserer Voraussetzung sind die  $\bar{\xi}^\kappa$  ( $\kappa = 1, \dots, n$ ) eindeutige Funktionen von  $\xi^1, \dots, \xi^n$  und umgekehrt die  $\xi^k$  eindeutige Funktionen von  $\bar{\xi}^1, \dots, \bar{\xi}^n$ . Die Koordinatentransformationen  $(B) \rightarrow (\bar{B})$  bzw.  $(\bar{B}) \rightarrow (B)$  lassen sich also analytisch durch die Gleichungssysteme

$$(2) \quad \bar{\xi}^\kappa = \varphi^\kappa(\xi^1, \dots, \xi^n) = \varphi^\kappa(\xi^l) \quad \begin{cases} \kappa = 1, \dots, n \\ l = 1, \dots, n \end{cases}$$

ein wesentliches Untergruppoid ist), für welche  $\mathcal{P}(\Omega)$  noch eine geometrische Komitante bleibt.

Keines der beiden Problemkreise wurde bisher systematisch untersucht.

Zur Komitantentheorie gehören auch die sog. ersten und zweiten *Reduktionsätze* (J. A. Schouten 1954). Wir vermuten, daß diese mit der Methode der Funktionalgleichungen bewiesen werden könnten.

Die Entdeckung von A. Nijenhuis 1951 einer neuen Differentialkomitante erster Ordnung von zwei gemischten Tensoren zweiter Stufe war für einige Geometer unerwartet und überraschend. Schouten 1953 [1], [2] findet alsdann weitere Differentialkomitanten und behauptet, daß es gewiß noch weitere geben muß. Die vollständige Lösung dieses Problems führt wiederum zu einem System von Funktionalgleichungen. Dieses System ist aber ziemlich kompliziert. Für  $n = 2$  und für den Typus der Nijenhuis'schen Objekte besteht das System aus 8 Gleichungen für 8 unbekannte Funktionen von 24 Veränderlichen.

Die sogenannten *Differentialoperatoren* bilden einen Spezialfall von Differentialkomitanten. Sie sind Differentialkomitanten von Größen (d. h. von Skalaren, Biskalaren, Tensoren, gewöhnlichen und Weylschen Dichten und Tensordichten), die auch selbst Größen sind. Was die Differentialoperatoren erster Ordnung betrifft, so sind die folgenden seit langer Zeit bekannt: der Gradient eines Skalarfeldes, die Rotation eines  $p$ -Vektorfeldes und die Divergenz einer  $p$ -Vektordichte vom Gewicht  $+1$  (ein  $p$ -Vektor ist ein  $p$ -fach kontravarianter schieffsymmetrischer Tensor). Es scheint, daß die Behauptung von J. A. Schouten 1951, daß es außer der oben genannten drei Differentialoperatoren erster Ordnung keine andere gibt, wenn der Raum mit keinem Hilfsobjekt ausgestattet ist, in voller Allgemeinheit nur auf Grunde der Theorie der Funktionalgleichungen bewiesen werden könnte.

Der Begriff der Differentialoperatoren erhebt auch ein anderes grundsätzliches Problem. Eine Funktionaltransformation, die den Feldern von geometrischen Objekten und ihren Funktionen andere Funktionen zuordnet und deren Transformierungsformel bei gegebenen Koordinatentransformationen bekannt ist, sei eine *geometrische Differentialoperation* genannt. Solche geometrische Differentialoperationen sind z. B. der Nabla-Operator  $\nabla$ , der Laplace'sche Operator  $\Delta$  usw. Das Problem besteht darin, die Definition der geometrischen Objekte so zu erweitern, daß sie auch die geometrischen Differentialoperationen enthalte und dann Klassifikationstheorie, Komitantentheorie u. s. w. für diese zu entwickeln.

## VI. LITERATURVERZEICHNIS

(Russ. = Russisch, Jap. = Japanisch)

1936

J. A. Schouten, J. Haantjes

*Zur Theorie des geometrischen Objektes*, Comptes rendus du Congr. Int. d. Math. Oslo 1936. II. Oslo 1937, 155-159.

1937

J. A. Schouten, J. Haantjes

*On the theory of the geometric object*, Proceedings of the London Math. Soc. (2) 42 (1937), 356-376.

A. Wundheiler

[1] *Objekte, Invarianten und Klassifikation der Geometrien* (I. Intern. Konf. f. tens. Diff. Geom. u. i. Anw., Moskau 17-23. V. 1934), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 4 (1937), 366-375.

[2] *Fondements de la théorie des objets géométriques*, Annales Soc. Pol. Math. 16 (1937), 198.

1938

S. Golab

[1] *Zur Theorie des affinen Zusammenhanges im eindimensionalen Raume*. I, Opuscula math. Kraków 2 (1938), 7-9.

[2] *Über die Klassifikation der geometrischen Objekte*, Math. Zeitschrift 44 (1938), 104-114.

[3] *Über eine Funktionalgleichung der Theorie der geometrischen Objekte*, Wiadomości Mat. 45 (1938), 97-137.

[4] *Sur quelques points concernant la notion du comitant*, Annales Soc. Pol. Math. 17 (1938), 177-192.

G. F. Laptev

*La théorie de S. Lie des objets géométriques, qui dépendent de point et de direction* (Russ.), Bulletin Soc. Phys.-Math. Kazan (3) 10 (1938), 4-38.

1939

E. T. Davies

*Lie-derivation in generalized metric spaces*, Annali mat. pura appl. (4) 18 (1939), 261-274.

S. Golab

*Über den Begriff der Pseudogruppe von Transformationen*, Math. Annalen 116 (1939), 768-780.

A. D. Michal, A. S. Mewborn

*Géométrie différentielle projective générale des géodésiques généralisées*, Comptes Rendus Paris 209 (1939), 392-394.

1940

B. L. Laptev

*Une forme invariante de la variation et la dérivée de S. Lie* (Russ.), Bulletin Soc. Phys.-Math. Kazan (3) 12 (1940), 3-8.

J. A. Schouten

*Über Differentialkomitanten zweier kontravarianter Größen*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc., Ser. A 43 (1940), 3-6.

1941

T. C. Doyle

*Tensor decomposition with application to the contact and complex groups*, Annals of Math. (2) 42 (1941), 698-722.

N. Teodorescu

*La géométrie de l'équation des ondes. III*, Bulletin Math. Soc. Roum. Sci. 43 (1941), 59-68.

1942

N. Teodorescu

*La géométrie de l'équation des ondes. IV*, Bulletin Math. Soc. Roum. Sci. 44 (1942), 71-84.

1943

V. V. Wagner

*The absolute derivative of fields of local geometric objects in a compound manifold*, Doklady Akad. Nauk SSSR 40 (1943), 94-97.

1944

T. Nakae

*Das geometrische Objekt* (Jap.), Tensor 7 (1944), 1-5.

1945

N. Teodorescu

*Équations aux dérivées partielles et objets géométriques*, Disquisitiones math. phys. 4 (1945), 105-118.

V. V. Wagner

[1] *The generalization of Ricci's and Bianchi's identities for a connexion in the compound manifold*, Doklady Akad. Nauk SSSR 46 (1945), 303-305.

[2] *The theory of geometric objects and the theory of finite and infinite continuous groups of transformations*, Doklady Akad. Nauk SSSR 46 (1945), 347-349.

1946

E. Bompiani

*Enti geometrici definiti da sistemi differenziali*, Atti dell'Acad. Naz. dei Lincei Rendiconti (8) 1 (1946), 887-894.

S. Golab

*Sur la théorie des objets géométriques*, Annales Soc. Pol. Math. 19 (1946), 7-35.

J. E. Pensov

*Classification of differential geometric objects of the class  $v$  with one component*, Doklady Akad. Nauk SSSR 54 (1946), 563-566.

V. V. Wagner

*Constant fields of local geometric objects in compound manifolds with a linear connection*, Doklady Akad. Nauk SSSR 53 (1946), 183-186.

1947

S. Golab

*Sur la théorie des objets géométriques (Réduction des objets géométriques spéciaux de première classe aux objets du type  $\Delta$ )*, Annales Soc. Pol. Math. 20 (1947), 10-27.

1948

O. E. Gheorghiu

[1] *Équations aux dérivées partielles et objets géométriques*, Comptes rendus Paris 227 (1948), 613-615.

[2] *Équations aux dérivées partielles et objets géométriques*, Bulletin sci. Polyt. Timișoara 13 (1948), 223-233.

S. Golab

[1] *Alcuni teoremi della teoria degli oggetti geometrici*, Atti dell'Accad. Naz. dei Lincei Rendiconti (8) 5 (1948), 120-122.

[2] *Sur la notion de dérivée covariante* (Congrès Pol. Math. Wrocław 1946), Colloquium Math. 1 (1948), 160.

P. K. Rachevsky

*Tensorielle Differentialgeometrie* (Russ.), Mathematik in der USSR während 30 Jahren, Moskau-Leningrad (1948), 883-918.

1949

J. S. Dubnov

*Tensoren und geometrische Objekte im eindimensionalen Raum* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 7 (1949), 3.

O. E. Gheorghiu

*Les lois de transformations des objets géométriques spéciaux linéaires de classe  $v$  avec une composante en  $X_1$* , Comptes Rendus Paris 229 (1949), 611-613.

S. Golab

[1] *Sur les objets géométriques non-différentiels*, Bulletin Int. Ac. Pol. Sci. Cl. Sci. Math. Nat. ser. A. sci. math. (1949), 67-72.

[2] *Contribution à la théorie des objets géométriques*, Prace mat.-fiz. 47 (1949), 1-15.

N. N. Mihăileanu

*Obiecte geometrice în geometria diferențială*, Buletinul ședințelor București 3 (1949), 29-30.

P. K. Rachevsky

*Galois theory in fields of geometric objects* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 7 (1949), 167-186.

**J. A. Schouten**

*De differentiaaloperator van Lie*, Math. Centrum Amsterdam Report Z. W. 1949-10, 1-7.

**J. A. Schouten, W. Kulk**

*Pfaff's problem and its generalizations*, Oxford 1949.

**G. Vranceanu**

*Obiecte geometrice de speța a treia*, Buletinul ședințelor București 3 (1949), 30-34.

**V. V. Wagner**

[1] *Classification of linear connections in a composite manifold  $X_{n+(1)}$  according to their holonomy groups* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 7 (1949), 205-226.

[2] *Theorie der differentiellen Objekten und Grundlagen der Differentialgeometrie* (Russ.), Nachtrag zur russischen Übersetzung der Arbeit *The foundations of differential geometry*, Cambridge 1932, von O. Veblen-J. H. C. Whitehead, Moskau 1949.

[3] *Classification of simple differential geometric objects* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 69 (1949), 293-296.

**K. Yano**

*Groups of transformations in generalized spaces*, Tokyo 1949.

1950

**J. S. Dubnov**

*Differentialgeometrische Objekte und Imprimitivitätssysteme* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 8 (1950), 9.

**S. Golab**

[1] *La notion de similitude parmi les objets géométriques*, Bulletin Int. Ac. Pol. Sci. Cl. Sci. Math. Nat. ser. A Sci. Math. 1950, 1-7.

[2] *Sur les objets géométriques à une composante*, Annales Soc. Pol. Math. 23 (1950), 79-89.

[3] *La notion de similitude parmi les objets géométriques*, Acad. Pol. Sci. Lettres CR. M. Cl. Math. Nat. 1950, 10.

[4] *O pojęciu podobieństwa obiektów geometrycznych*, Sprawozdania Pol. Akad. Umiejętności 51 (1950), 115.

**G. F. Laptev**

*On manifolds of geometric elements with a differential connection* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 73 (1950), 17-20.

**A. E. Liber**

*On the classification of the affine connection in the two-dimensional space* (Russ.), Mat. Sbornik 27 (69) (1950), 249-266.

**N. N. Mihăileanu**

*Obiecte geometrice în geometria diferențială*, Stu. cerc. mat. Acad. R. P. Rom. In. Mat. 1 (1950), 318-373.

**J. E. Pensov**

[1] *The classification of continuous pseudo-groups of Lie transformations in  $X_2$  according to their characteristic objects* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 8 (1950), 382-413.

[2] *On differential geometric objects of class  $v$  in  $X_1$*  (Russ.), Mat. Sbornik 26 (68) (1950), 161-182.

**Y. Tashiro**

*Sur la dérivée de Lie de l'être géométrique et son groupe d'invariance*, Tohoku Math. Journal (2) 2 (1950), 166-181.

**V. V. Wagner**

[1] *On the theory of pseudogroups of transformations* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 72 (1950), 453-456.

[2] *The theory of composite manifolds* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 8 (1950), 11-72.

[3] *Classification of simple differential geometric objects* (Russ.), Uspechi Mat. Nauk 5 (1950), no. 1 (35), 213-214.

1951

**J. Aczél, L. Kalmár, J. G. Mikusiński**

*Sur l'équation de translation*, Studia Math. 12 (1951), 112-116.

**B. Eckmann, A. Fröhlicher**

*Sur l'intégrabilité des structures presque complexes*, Comptes Rendus Paris 232 (1951), 2284-2286.

**O. E. Gheorghiu**

*Determinarea legii de transformare a obiectelor diferențial geometrice de clasă a II-a cu două componente în  $X_1$* , Comunicările Acad. RP Rom. 1 (1951), 1017-1020.

**G. F. Laptev**

*On fields of geometric objects on imbedded manifolds* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 78 (1951), 197-200.

**A. E. Liber**

*On comitants of geometric differential objects* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 80 (1951), 529-532.

**N. N. Mihăileanu**

*Obiecte geometrice asociate spațiilor cu conexiune proiectivă  $F_2$* , Comunicările Acad. RP Rom. 1 (1951), 165-170.

**M. Neumann**

*Obiecte geometrice asociate suprafețelor riglate*, Stu. cerc. mat. Acad. RP Rom. In. Mat. 2 (1951), 445-462.

**A. Nijenhuis**

*$X_{n-1}$ -forming sets of eigenvectors*, Nederl. Akad. Wetensch. proc. ser. A = Indagationes math. 13 (1951), 200-212.

**J. E. Pensov**

*The classification of geometric differential objects with two components* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 80 (1951), 537-540.

**H. Pidek**

*Sur les objets géométriques de la classe zéro, qui admettent une algèbre*, Annales Soc. Pol. Math. 24 (1951), 111-128.

**J. A. Schouten**

*Tensor analysis for physicists*, Oxford 1951.

**A. M. Vasilev**

*General invariant methods in differential geometry* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 79 (1951), 5-7.

**V. V. Wagner**

[1] *The geometry of the generalized Cartan spaces and the theory of geometric differential objects* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 77 (1951), 777-780.

[2] *The algebraic theory of differential groups* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 80 (1951), 841-848.

### 1952

**C. Ehresmann**

[1] *Structures locales et structures infinitésimales*, Comptes rendus Paris 234 (1952), 587-589.

[2] *Les prolongements d'une variété différentiable. V*, Comptes Rendus Paris 234 (1952), 1424-1425.

**O. E. Gheorghiu**

[1] *Un obiect geometric pseudolinear de clasa I cu două componente*, Comunicările Acad. RP Rom. 2 (1952), 1-4.

[2] *Asupra teoriei obiectelor geometrice*, Acad. RP Rom. Buletin şti. mat.-fiz. 4 (1952), 273-284.

**G. F. Laptev**

*On a new invariant analytic method of differential geometric investigations* (Russ.), 125 years of the non-Euclidean geometry of Lobatschewsky, Moskau-Leningrad 1952, 175-178.

**N. N. Mihăileanu**

*Asupra invariantilor proiectivi ai ecuației lui Laplace*, Acad. RP Rom. Buletin şti. mat.-fiz. 4 (1952), 829-832.

**A. Nijenhuis**

*Theory of the geometric object*, Amsterdam 1952.

**Y. Tashiro**

*Note sur la dérivée de Lie d'un être géométrique*, Mat. Journal Okoyama Univ. 1 (1952), 125-128.

**A. M. Vasilev**

*On algebraic operations applicable in differential geometry* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 82 (1952), 509-511.

### 1953

**J. Haantjes**

*On the notion of geometric object*, Convegno Int. di Geom. Diff. Ital. 1953, Roma 1954, 77-81.

**J. Haantjes, G. Laman**

[1] *On the definition of geometric objects. I*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. ser. A 56 = Indagationes math. 15 (1953), 208-215.

[2] *On the definition of geometric objects. II*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. ser. A 56 = Indagationes math. 15 (1953), 216-222.

**G. F. Laptev**

*Differential geometry of imbedded manifolds* (Russ.), Trudy Mosk. Mat. Obšč. 2 (1953), 275-382.

**P. K. Rachevsky**

*Riemannsche Geometrie und Tensoranalysis* (Russ.), Moskau 1953.

**J. A. Schouten**

[1] *On the differential operators of first order in tensor calculus*, Math. Centrum Amsterdam Report Z. W. 1953 — 012, 1-6.

[2] *On the differential operators of first order in tensor calculus*, Convegno Int. di Geom. Diff. Ital. 1953, Roma 1954, 1-7.

### 1954

**O. E. Gheorghiu**

*Determinarea obiectelor geometrice speciale de clasa II*, Buletinul şti. Timișoara 2 (1954), 37-40.

**S. Goljib**

[1] *Über den Begriff der kovarianten Ableitung*, Nieuw Archief voor Wisk. (3) 2 (1954), 90-96.

[2] *Sur la dérivée covariante des objets géométriques de deuxième classe*, Annales Pol. Math. 1 (1954), 107-113.

**H. Pidek**

[1] *Sur un problème de l'algèbre des objets géométriques de classe zéro dans l'espace  $X_1$* , Annales Pol. Math. 1 (1954), 114-126.

[2] *Sur un problème de l'algèbre des objets géométriques de classe zéro dans l'espace  $X_m$* , Annales Pol. Math. 1 (1954), 127-134.

**P. K. Rachevsky**

*Linear differential geometric objects* (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 97 (1954), 609-611.

**J. A. Schouten**

*Ricci-calculus. An introduction to tensor analysis and its geometrical applications*, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1954.

**K. Yano, Y. Tashiro**

*Some theorems on geometric objects and their applications*, Nieuw Archief voor Wisk. (3) 2 (1954), 134-142.

### 1955

**O. E. Gheorghiu**

[1] *Obiecte geometrice diferențiale de clasa I. cu două componente în  $X_1$* , Studii și cerc. şti. Timișoara 2 (1955), 21-25.

[2] *Determinarea obiectelor geometrice lineare de clasa II în  $X_n$* , Studii și cerc. şti. Timișoara 2 (1955), 37-40.

[3] *Obiecte geometrice de lege fracționară*, Buletinul şti. Timișoara 6 (1955), 965-988.

[4] *Obiecte geometrice speciale avind legea de transformare proiectivă*, Conf. Geom. Dif. 1955, Timișoara 1956, 201-208.

[5] *Sisteme de ecuații cu derivate parțiale lineare și obiectele geometrice asociate*, Conf. Geom. Dif. 1955, Timișoara 1956, 231-237.

**S. Gołąb, M. Kucharczewski**

*Zur Theorie der geometrischen Objekte*, Annales Pol. Math. 2 (1955), 250-253.

**M. N. Kuiper, K. Yano**

*On geometric objects and Lie groups of transformations*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. ser. A 58 = Indagationes math. 17 (1955), 411-420.

**A. Nijenhuis**

[1] *Jacobi-type identities for bilinear differential concomitants of certain tensor fields. I*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. ser. A 58 = Indagationes math. 17 (1955), 390-397.

[2] *Jacobi-type identities for bilinear differential concomitants of certain tensor fields. II*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. ser. A 58 = Indagationes math. 17 (1955), 398-403.

**J. E. Penson**

*On bundles of one-dimensional geometric objects of class  $n \geq 2$  in  $X_1^n$*  (Russ.), Doklady Akad. Nauk SSSR 104 (1955), 356-359.

**P. K. Rachevsky**

[1] *Theorie der Spinoren* (Russ.), Uspechi mat. nauk 10 (1955), no. 2 (64), 3-110.

[2] *Mehrdimensionale  $\delta$ -Funktionen und differentialgeometrische Objekte* (Russ.), Uspechi mat. nauk 10 (1955), no. 4 (66), 145-152.

1956

**J. Aczél**

[1] *Beiträge zur Theorie der geometrischen Objekte. I, II*, Acta math. Acad. Sci. Hung. 7 (1956), 339-354.

[2] *A geometriai objektumok elméletéről*, Mat. Lapok 7 (1956), 183.

[3] *A geometriai objektumok elméletéhez*, Mat. Lapok 7 (1956), 187.

**J. Aczél, M. Hosszú**

*On transformations with several parameters and operations in multidimensional spaces*, Acta math. Acad. Sci. Hung. 7 (1956), 327-338.

**O. E. Gheorghiu**

[1] *Determinarea derivatei covariante a pseudotensorilor*, Buletinul şti. techn. Inst. Polit. Timişoara 1 (15), (1956), 27-30.

[2] *Obiecte geometrice de lege fracţionară*, Studii şi cerc. şti. Timişoara 3 (1956), no. 3-4, 9-13.

**S. Gołąb**

[1] *Rachunek tensorowy*, Warszawa 1956.

[2] *Géométrie différentielle vis-à-vis des hypothèses d'une faible régularité*, Revue de math. pures et appl. 1 (1956), 99-112.

**Y. Katsurada**

*On a theory of generalized crossed extensors and the functional tensors attached to a subspace*, Tensor NS. 5 (1956), 143-163.

**A. E. Liber**

*On the theory of surfaces in a geometric  $n$ -space with given fundamental group* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 10 (1956), 193-226.

**V. V. Wagner**

*Algebraische Theorie der Tangentialräume höherer Ordnungen* (Russ.), Abhandlungen Sem. Vekt. Tens. An. Mosk. 10 (1956), 31-88.

1957

**J. Aczél**

[1] *Beiträge zur Theorie der geometrischen Objekte. III, IV*, Acta math. Acad. Sci. Hung. 8 (1957), 19-52.

[2] *Beiträge zur Theorie der geometrischen Objekte. V*, Acta math. Acad. Sci. Hung. 8 (1957), 53-64.

[3] *Újabb eredmények a geometriai objektumok elméletében*, Mat. Lapok 8 (1957), 351.

**O. E. Gheorghiu**

[1] *Contributions à la théorie des objets géométriques spéciaux non-différentiels avec plusieurs composantes dans l'espace  $X_m$ . I*, Comptes Rendus Paris 245 (1957), 822-824.

[2] *Contributions à la théorie des objets géométriques spéciaux non-différentiels avec plusieurs composantes dans l'espace  $X_m$ . II*, Comptes Rendus Paris 245 (1957), 887-889.

**S. Gołąb**

[1] *Zur Theorie der Übertragungen*, Schriftenreihe des Inst. für Math. D. Akad. der Wiss. Berlin 1 (1957), 162-177.

[2] *Sur l'équation fonctionnelle  $f(X) \cdot f(Y) = f(X \cdot Y)$* , Colloquium Math. 4 (1957), 265.

**S. Gołąb, H. Pidek**

*Sur l'algèbre des objets géométriques de première classe à une composante*, Annales Pol. Math. 4 (1957-1958), 226-241.

**M. Hosszú**

*Functional equations and algebraic methods in the theory of geometric objects*, Publicationes math. Debrecen 5 (1957-1958), 294-329.

**M. Ikeda, S. Abe**

*On tensorial concomitants of a nonsymmetric tensor  $g_{\mu\nu}$ . I*, Tensor N. S. 7 (1957), 59-69.

**M. Ikeda**

*On tensorial concomitants of a nonsymmetric tensor  $g_{\mu\nu}$ . II*, Tensor N. S. 7 (1957), 117-127.

**P. K. Rachevsky**

*The theory of spinors*, Amer. Math. Soc. Translations (2) 6 (1957), 1-110.

**A. G. Walker**

*Dérivation torsionnelle et seconde torsion pour une structure presque complexe*, Comptes Rendus Paris 245 (1957), 1213-1215.

**K. Yano**

*The theory of the Lie derivatives and its applications*, Amsterdam-Groningen 1957.

1958

**J. Aczél**

[1] *A geometriai objektumok elméletéhez. I*, M. Tud. Akad. III. Osztály közleményei 8 (1958), 41-65.

[2] *A geometriai objektumok elméletéhez. II*, M. Tud. Akad. III. Osztály közleményei 8 (1958), 211-243.



## O. E. Gheorghiu

[1] *Sur les objets géométriques associés à un système linéaire d'équations aux dérivées partielles du premier ordre*, Comptes Rendus Paris 247 (1958), 26-28.

[2] *Despre un sistem de ecuații funcționale ce se învâlmeste în teoria obiectelor geometrice speciale*, Comunicările Acad. RP Rom. 8 (1958), 133-139.

[3] *Obiecte geometrice în raport cu grupul proiectiv neolonom*, Buletinul ști. tehn. Inst. Polit. Timișoara 3 (17), 1958, 9-12.

## O. E. Gheorghiu, B. Crstici

*Asupra unor obiecte geometrice cu două componente*, Stu. cerc. mat. Acad. RP Rom. In. Mat. 9 (1958), 311-331.

## S. Gołąb, M. Kucharzewski

[1] *Über die Invarianz gewisser Eigenschaften von Affinoren bei Transformationen der entsprechenden Untergruppen der allgemeinen affinen Gruppe*, Tensor N. S. 8 (1958), 1-7.

[2] *Über den Begriff der Pseudogrößen*, Tensor N. S. 8 (1958), 78-89.

## A. Lichnerowicz

*Géométrie des groupes de transformation*, Paris 1958.

## A. Moór

*Über die kovariante Ableitung der Vektoren*, Acta sci. math. Szeged 19 (1958), 237-246.

## A. Nijenhuis

*Geometric aspects of formal differential operations on tensor fields*, Proceedings of the Int. Cong. of Math. Edinburgh 1958, Cambridge 1960, 463-469.

## J. E. Pensov

*Two-dimensional bundles of geometric objects in  $X_1$*  (Russ.), Mat. sbornik 46 (88) (1958), 291-314.

## K. Yano

*On Walker-differentiation in almost product or almost complex spaces*, Nederl. Akad. Wetensch. Proc. ser. A 61 = Indagationes math. 20 (1958), 573-580.

## 1959

## J. Aczél

[1] *Beiträge zur Theorie der geometrischen Objekte. VI*, Acta math. Acad. Sci. Hung. 10 (1959), 1-12.

[2] *A mátrix-számítás alkalmazása a geometriai objektumok elméletében. I*, Mat. Lapok 10 (1959), 172.

[3] *Beiträge zur Theorie der geometrischen Objekte. VII*, Acta math. Acad. Sci. Hung. 10 (1959), 251-268.

[4] *Ein allgemeines Prinzip bezüglich Komitanten, Differentialkomitanten, kovarianten Ableitungen und Algebren von äquivalenten geometrischen Objekten*, Acta Univ. Debrecen 6 (1959).

## A. Balogh

[1] *Egydimenziós egykomponensű első- és másodosztályú geometriai objektumok lineáris tört transzformációs képletének meghatározása*, Mat. lapok 10 (1955), 172.

[2] *On determination of geometric objects with special transformation formulae*, Mathematica Cluj 1 (24) (1959), 199-219.

## O. E. Gheorghiu

[1] *Über die Theorie der speziellen geometrischen Objekten mit zwei Komponenten* (Russ.), Revue de math. pures et appl. 4 (1959), 77-93.

[2] *Asupra obiectelor geometrice asociate unui sistem liniar de ecuații cu derivate parțiale de ordinul I*, Stu. cerc. mat. Acad. RP Rom. In. Mat. 10 (1959), 145-158.

## S. Gołąb

[1] *Sur l'équation fonctionnelle  $f(X) \cdot f(Y) = f(X \cdot Y)$* , Annales Pol. Math. 6 (1959), 1-13.

[2] *Differentialkomitanten und Liesche Ableitungen*, Mat. lapok 10 (1959), 174.

## S. Gołąb, A. Schinzel

*Sur l'équation fonctionnelle  $f[x+yf(x)] = f(x)f(y)$* , Publicationes math. Debrecen 6 (1959), 113-125.

## M. Hosszi

[1] *A remark on scalar valued multiplicative functions of matrices*, Publicationes math. Debrecen 6 (1959), 288-289.

[2] *A mátrix-számítás alkalmazása a geometriai objektumok elméletében. II*, Mat. lapok 10 (1959), 172.

[3] *Függvényegyenletek és algebrai módszerek a geometriai objektumok elméletében. I*, M. Tud. Akad. III. Osztály közleményei 9 (1959), 149-162.

[4] *Függvényegyenletek és algebrai módszerek a geometriai objektumok elméletében. II*, M. Tud. Akad. III. Osztály közleményei 9 (1959), 237-254.

[5] *Függvényegyenletek és algebrai módszerek a geometriai objektumok elméletében. III*, M. Tud. Akad. III. Osztály közleményei 9 (1959), 333-346.

## M. Kucharzewski

*Über die Funktionalgleichung  $f(a_k^i) \cdot f(b_k^i) = f(b_a^i a_k^i)$* , Publicationes math. Debrecen 6 (1959), 181-198.

## M. Kuczma

[1] *On linear differential geometric objects of the first class with one component*, Publicationes math. Debrecen 6 (1959), 72-78.

[2] *Bemerkung zur Arbeit von M. Kucharzewski*, Publicationes math. Debrecen 6 (1959), 199-203.

## A. Moór

*Über Tensoren, die aus gegebenen geometrischen Objekten gebildet sind*, Publicationes math. Debrecen 6 (1959), 15-25.

## A. M. Vasilev, A. P. Norden, S. P. Finikov

*Differentialgeometrie* (Russ.), Mathematik in der USSR während 40 Jahren. Moskau 1959, 899-924.

## 1960

## J. Aczél

[1] *Verallgemeinerte Addition von Dichten*, Publicationes math. Debrecen 7 (1960).

[2] *Néhány újabb eredmény a függvényegyenletek elméletében*, Acta Univ. Debrecen 7 (1960).

## S. Gołąb, M. Kucharzewski

*Ein Beitrag zur Komitantentheorie*, Acta Math. Acad. Sci. Hung. 11 (1960), 173-174.

## C. Jankiewicz

*La dérivée de Lie du comitant géométrique*, Annales Pol. Math. 7 (1960), 193-199.

## M. Kucharzewski

[1] *Über die skalaren Komitanten der Vektorfelder*, Annales Pol. Math.

[2] *Über die Vektorkomitanten der Vektorfelder*, Annales Pol. Math.

## M. Kucharzewski, M. Kuczma

[1] *On linear differential geometric objects with one component*, Tensor.

[2] *On linear differential geometric objects with one component. II*, Tensor.

## L. Makai

*Über Invarianten, die aus gewissen Tensoren gebildet sind*, Publicationes math. Debrecen 7 (1960).

## A. Moór

[1] *Über die aus  $g_{ik}$  bestimmte kovariante Ableitung*, Acta Math. Acad. Sci. Hung. 11 (1960), 175-186.

[2] *Untersuchungen über die kovariante Ableitung in Linienelementenräumen*, Publicationes math. Debrecen 7 (1960).

## 1961

## S. Golab

*Sur les comitants différentiels des champs vectoriels*, Rozprawy Matemat.

## NAMEN- UND SACHVERZEICHNIS

- Abe, S. — 163  
 Additive Funktion — s. Funktionalgleichung, Cauchysche  
 Affiner Zusammenhang — s. Objekt, Übertragungsobjekt  
 Algebra der Objekte — 92ff, 153  
 Algebra der Objekte im engeren Sinne — 105ff  
 Äquivalenz — 16ff, 65ff  
 Arithmetischer Raum — s. Raum
- Balogh, A. — 79, 164  
 Bezugssystem — 7  
 Biskalar — 30, 46, 47, 81, 82, 91, 93ff, 132  
 Bompiani, E. — 156  
 Brandtsches Gruppoid — 9ff, 153
- Cauchysche Gleichung — s. Funktionalgleichung  
 Cayley, A. — 51  
 Christoffelsches Symbol — s. Objekt, Übertragungsobjekt  
 Crstici, B. — 79, 164
- Davies, E. T. — 155  
 Dichte (gewöhnliche) — 13, 46, 47, 55, 70, 71, 76, 82, 91, 93ff, 114ff, 131ff, 143ff, 150ff  
 Tensor — 86, 91, 146, 154  
 Weylsche — 46, 47, 55, 77, 82, 91, 93ff, 114ff, 132
- Differentialkomitante — s. Komitante  
 Differentialoperation, geometrische — 154  
 Differentialoperator — 154  
 Differentielles, differentialgeometrisches Objekt — s. Objekt  
 Direktes Produkt — 74, 120  
 Direktes Produkt von Gruppoiden — 11  
 Direkte Summe — 74, 120  
 Divergenz — 154
- Doyle, T. C. — 156  
 Dubnov, J. S. — 30, 38, 47, 157, 158
- Eckmann, B. — 159  
 Ehresmann, C. — 160  
 Einheitselemente — 11  
 Eulersche Gleichung — 69, 62
- Feld von Objekten — s. Objektenfeld  
 Finikov, S. P. — 165  
 Fröhlicher, A. — 159  
 Fundamentalgleichung — s. Funktionalgleichung der Transformationsformeln  
 Funktionalgleichung  
 Cauchysche — 80, 84, 101  
 der Algebra der Objekte — 92  
 der Komitanten — 132ff  
 der kovarianten Ableitungen — 116ff  
 der Lieschen Ableitungen — 145ff  
 der multiplikativen Funktionen — 80, 88ff, 91  
 der nicht differentiellen, nicht rein differentiellen Objekte — 20, 22  
 der Pseudogrößen — 86ff, 152  
 der Transformationsformeln — 12, 15, 28, 34, 40, 43, 47, 48, 67, 69, 70, 72, 77
- Gemischter Tensor — s. Tensor  
 Geometrische Komitante — s. Komitante  
 Geometrischer Raum — s. Raum  
 Geometrisches Objekt — s. Objekt  
 Gewöhnliche Dichte — s. Dichte  
 Gheorghiu, O. E. — 79, 157, 159, 160, 161, 162, 163, 164  
 Gradient — 154  
 Grösse — 146, 154  
 Gruppe — 9, 11, 12, 23  
 Gruppoid — s. Brandtsches Gruppoid

- Haantjes, J.** — 5, 46, 152, 155, 160  
 Halbgruppe — 67ff  
 Hessische Determinante — 14  
 Hilfsobjekt — s. Objekt  
 Homogene Funktion — 59, 62ff, 90, 94, 100, 137  
 Hosszu, M. — 6, 67, 77, 91, 112, 162, 163, 165  
**Identitätsbedingung** — 12, 20, 22, 28, 34, 43, 54, 68, 70, 71, 76, 105  
 Ikeda, M. — 163  
 Infinitesimale Transformation — 145  
 Invarianten — s. Komitante, skalare  
 Inverse Elemente — 11  
**Jacobische Determinante** — 8, 47  
 Jacobisches System — 49, 56  
 Jankiewicz, C. — 165  
**Kalmár, L.** — 26, 159  
 Katsurada, Y. — 162  
 Klassenzahl des Objektes — 15  
 Klassifikationstheorie — 16, 20ff, 152  
 Komitante (geometrische) — 16ff, 131ff, 153  
   Differential- — 17, 113, 143ff, 153, 154  
   Skalare — 133ff, 138ff, 149  
 Komponenten des Objektes — 12  
 Koordinaten — 7ff, 13, 21, 23  
 Koordinatensystem — s. Bezugssystem  
 Koordinatentransformation — 7ff  
 Kovariante Ableitung — 113ff, 153  
 Kovarianter, kontravarianter Tensor — s. Tensor  
 Kovarianter, kontravarianter Vektor — s. Vektor  
 Kucharzewski, M. — 79, 88, 91, 136, 162, 164, 165, 166  
 Kuczma, M. — 6, 79, 82, 91, 165, 166  
 Kuiper, S. M. N. — 162  
 Kulk, W. — 158  
**Laman, G.** — 46, 152, 160  
 Laplace'scher Operator — 154  
 Laptev, G. F. — 155, 156, 158, 159, 160, 161  
 Liber, A. E. — 158, 159, 162  
 Lichnerowicz, A. — 164  
 Liesche Ableitung — 126, 145ff, 152, 153  
 Liesche Gruppen — 5, 15, 152  
 Lineares Objekt — s. Objekt  
 Linkseinheit — s. Einheitselemente  
**Makai, I.** — 141, 166  
 Mewborn, A. S. — 156  
 Michal, A. D. — 156  
 Mihaileanu, N. N. — 157, 158, 159, 160  
 Mikusiński, J. G. — 26, 159  
 Moór, A. — 130, 134, 136, 164, 165, 166  
 Multiplikative Funktion — s. Funktionalgleichung  
**Nabla-Operator** — 154  
 Nakae, T. — 156  
 Neumann, M. — 159  
 Nijenhuis, A. — 5, 10, 22, 28, 154, 159, 160, 162, 164  
 Norden, A. P. — 165  
 Norm — 140  
**Objekt (geometrisches)** — 12ff  
   des affinen Zusammenhanges — s. Übertragungsobjekt  
   des projektiven Zusammenhanges — 42ff, 76  
   differentialgeometrisches, rein differentielles — 16, 23ff  
   einfaches — 152  
   Hilfs- — 113ff  
   J- — 47, 55ff, 93ff, 131ff  
   lineares — 16, 17, 78, 79ff, 86ff, 109, 112, 152  
   nicht differentielle — 16, 20ff  
   nicht rein differentielle — 22ff  
   nicht spezielle — 152  
   Pensovsches — 14, 57, 62ff, 77, 124, 137  
   pseudolineares — 153  
   quasilineares — 79ff  
   spezielles — 15ff, 23ff, 104ff  
   symmetrisches Übertragungs- — 127, 129, 130  
   Übertragungs- — 14, 39, 71, 76, 85, 86, 115, 117, 127, 129, 130, 144, 146  
 Objektenfeld — 13, 17, 113, 114, 145  
 Obergruppoid — s. Brandtsches Gruppoid  
 Operation  
   binäre — 93ff  
   q-näre — 92

- Parameter** — 15, 23, 67  
   additive — 26  
   der linearen Übertragung — s. Objekt, Übertragungsobjekt  
 Pensov, J. E. — 30, 38, 47, 69, 76, 152, 157, 158, 159, 162, 164  
 Pensovsches Objekt — s. Objekt  
 Perron, O. — 91  
 Pidek, H. — 94, 99, 112, 159, 161, 163  
 Poissonsche Klammer — 49, 56  
 Projektiver Zusammenhang — s. Objekt des projektiven Zusammenhanges  
 Pseudogrößen — 86ff, 152  
 Pseudolineares Objekt — s. Objekt  
 p-Vektor, p-Vektordichte — 154  
**Quasilineares Objekt** — s. Objekt  
**Rachevsky, P. K.** — 157, 161, 162, 164  
 Raum (arithmetischer, geometrischer) — 7  
 Rechteinheit — s. Einheitselemente  
 Reduktionsätze — 154  
 Rotation — 154  
**Schinzel, A.** — 76, 165  
 Schouten, J. A. — 5, 154, 155, 156, 158, 160, 161  
 Schur, I. — 91  
 Schwarzsche Ableitung — 43  
 Skalar — 13, 16, 21, 30, 70ff, 76, 91, 93ff, 131ff, 138ff  
 Skalare Komitante — s. Komitante  
 Spezielles Objekt — s. Objekte  
 Spur — 140  
 Stephanos, K. — 91  
 Symmetrisches Übertragungsobjekt — s. Objekt  
**Tashiro, Y.** — 153, 159, 160, 161  
 Tensor — 14, 126ff, 134ff, 138ff, 146  
 Tensordichte — s. Dichte  
 Teodorescu, N. — 156  
 Transformationsformel, Transformationsregel — 13  
 Transitivität — 28ff, 55, 64  
 Typus des Objektes — 15  
**Übertragungsobjekt** — s. Objekt  
 Untergruppe — s. Gruppe  
 Untergruppoid — s. Brandtsches Gruppoid  
**Vasilev, A. M.** — 160, 165  
 Vektor — 13, 126ff, 133ff, 143, 145ff, 150ff  
 Verallgemeinerte Addition — 100ff  
 Vereinigung von Objekten — 13, 23, 77  
 Vranceanu, G. — 158  
**Wagner, V. V.** — 22, 152, 156, 157, 158, 159, 160, 162  
 Walker, A. G. — 163  
 Weylsche Dichte — s. Dichte  
 Wundheiler, A. — 5, 155  
**Yano, K.** — 145, 146, 158, 161, 162, 163, 164  
**Zerfallen von Objekten** — 13, 70, 71, 76  
 Zugelassene Koordinatensysteme — 8  
 Zusammengesetzte Funktion — 18, 24ff

## INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT . . . . .	5
<b>I. EINLEITUNG</b>	
§ 1. Arithmetischer und geometrischer Raum. Koordinatentransformationen . . . . .	7
§ 2. Zusammensetzung von Transformationen. Gruppoid . . . . .	9
§ 3. Das geometrische Objekt. Beispiele . . . . .	12
§ 4. Spezielle geometrische Objekte. Klasse. Typus . . . . .	15
§ 5. Komitanten. Geometrische Komitanten. Äquivalenz . . . . .	16
<b>II. KLASSIFIKATIONSTHEORIE</b>	
<b>1. Nicht-differentielle und nicht rein differentielle Objekte</b>	
§ 1. Nicht-differentielle Objekte . . . . .	20
§ 2. Nicht rein differentielle Objekte . . . . .	22
§ 3. Die Bedeutung des Zurückführens aller speziellen geometrischen Objekten auf differentialgeometrische Objekte . . . . .	23
<b>2. Typus <math>(1, 1, r)</math>, <math>r \geq 4</math></b>	
§ 1. Ein Hilfssatz über die Ableitungen einer zusammengesetzten Funktion . . . . .	24
§ 2. Ein Hilfssatz über Transformationen mit einem additiven Parameter . . . . .	26
§ 3. Allgemeines über den Typus $(1, 1, r)$ , $r \geq 1$ . . . . .	28
§ 4. Nicht-Existenz von Objekten des Typus $(1, 1, r)$ , $r \geq 4$ . . . . .	30
<b>3. Typus <math>(1, 1, 2)</math> und Typus <math>(1, 1, 3)</math></b>	
§ 1. Objekte des Typus $(1, 1, r)$ , $r \geq 2$ , unter dem Untergruppoid $\tilde{\xi} = \varphi(\xi)$ , $\varphi'(\xi) \neq 0$ , $\varphi''(\xi) = \dots = \varphi^{(r-1)}(\xi) = 0$ der Koordinatentransformationen . . . . .	34
§ 2. Objekte zweiter und dritter Klasse . . . . .	38
<b>4. Typus <math>(1, 1, 1)</math></b>	
§ 1. Positive $\alpha_1$ . . . . .	43
§ 2. Beliebige $\alpha_1 \neq 0$ . . . . .	44
<b>5. Typus <math>(1, n, 1)</math></b>	
§ 1. $n \geq 3$ . . . . .	47
§ 2. $n = 2$ . . . . .	56
§ 3. Äquivalenz . . . . .	65
<b>6. Typus <math>(m, 1, r)</math>, <math>r \leq 3</math></b>	
§ 1. Ein Hilfssatz bezüglich spezieller geometrischer Objekten mit nicht weniger Komponenten als Parametern . . . . .	67

## Inhaltsverzeichnis

171

§ 2. Differentialgeometrische Objekte erster und zweiter Klasse im eindimensionalen Raume . . . . .	69
§ 3. Differentialgeometrische Objekte dritter Klasse im eindimensionalen Raume . . . . .	72
<b>7. Objekte mit speziellen Transformationsformeln</b>	
§ 1. Mehrdimensionale Objekte mit mehreren Komponenten unter speziellen Lösbarkeitsbedingungen . . . . .	77
§ 2. Lineare und ähnliche Objekte . . . . .	79
<b>8. Pseudogrößen</b>	
§ 1. Definition. Hauptergebnis . . . . .	86
§ 2. Pseudogrößen höchstens zweiter Klasse . . . . .	88
§ 3. Die Gestalt von $\tau$ im allgemeinen Falle . . . . .	91
<b>III. ALGEBRA DER OBJEKTE</b>	
<b>1. Definition</b>	
<b>2. Typen <math>(1, 1, 0)</math> und <math>(1, 1, 1)</math></b>	
§ 1. Algebra der Objekte des Typus $J$ . . . . .	93
§ 2. Verallgemeinerte Addition . . . . .	99
<b>3. Typus <math>(1, n, r)</math></b>	
§ 1. Bestimmung der Operation . . . . .	104
§ 2. Bestimmung der Transformationsformel . . . . .	106
§ 3. Verknüpfung der Ergebnisse . . . . .	109
<b>IV. KOVARIANTE ABLEITUNG</b>	
<b>1. Definition</b>	
<b>2. Typus <math>(1, 1, 1)</math> und Typus <math>(1, 1, 2)</math></b>	
§ 1. Typus $(1, 1, 1)$ . . . . .	114
§ 2. Typus $(1, 1, 2)$ . . . . .	117
<b>3. Typus <math>(m, 1, 1)</math> und Typus <math>(m, 1, 2)</math></b>	
§ 1. Typus $(m, 1, 1)$ . . . . .	120
§ 2. Typus $(m, 1, 2)$ . . . . .	122
<b>4. Tensoren als kovariante Ableitungen von Vektoren</b>	
§ 1. Kovariante Ableitungen der kontravarianten Vektoren . . . . .	126
§ 2. Lineare kovariante Ableitung der kontravarianten Vektoren . . . . .	129
<b>V. WEITERE PROBLEME</b>	
<b>1. Komitanten</b>	
§ 1. Komitanten einer Dichte . . . . .	131
§ 2. Skalare Komitanten eines Vektors . . . . .	133
§ 3. Tensoren als Komitanten eines Vektors . . . . .	134
§ 4. Objekte des Typus $(1, 2, 1)$ als Komitanten eines Vektors . . . . .	136
§ 5. Skalare Komitanten eines gemischten Tensors . . . . .	138
§ 6. Skalare Komitanten von zwei Vektoren . . . . .	140
§ 7. Differentialkomitanten einer Dichte . . . . .	143

<b>2. Liesche Ableitung</b>	
§ 1. Definition. Liesche Ableitung kontravarianter Vektoren . . . . .	145
§ 2. Liesche Ableitung von kovarianten Vektoren und Dichten . . . . .	150
<b>3. Offene Fragen</b>	
§ 1. Klassifikationstheorie . . . . .	152
§ 2. Algebra der Objekte . . . . .	153
§ 3. Kovariante Ableitungen und Komitanten . . . . .	153
<b>VI. LITERATURVERZEICHNIS . . . . .</b>	<b>155</b>
<b>NAMEN- UND SACHVERZEICHNIS . . . . .</b>	<b>167</b>