

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
MONOGRAFIE MATEMATYCZNE

ROMAN SIKORSKI

FUNKCJE RZECZYWISTE

KOMITET REDAKCYJNY

KAROL BORSUK, BRONISŁAW KNASTER, KAZIMIERZ KURATOWSKI REDAKTOR
STANISŁAW MAZUR, WACŁAW SIERPIŃSKI, HUGO STEINHAUS,
WŁADYSŁAW ŚLEBODZIŃSKI, ANTONI ZYGMUND

TOM II

TOM 37

02338

COPYRIGHT, 1959, by
 PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
 WARSZAWA (Poland), ul. Miodowa 10

All Rights Reserved

No part of this book may be translated or reproduced
 in any form, by mimeograph or any other means,
 without permission in writing from the publishers



8.0.553/50

6.0.51

R. Sikorski, Funckje rzeczywiste II

ERRATA TOMU II

Stronica, wiersz	Jest	Powinno być
14 ₁	$\ fg\ $	$\ fg\ _s$
33 ^{1a}	$ 2m r$	$2m/r$
36 ₂	Funkcja f	Funkcja f_n
40 ^{1a}	$= - \int_X (-f \chi_{A_2} g) d\mu$	$= - \int_X (-f_n \chi_{A_2} g) d\mu$
61 ₁	$f(x) = 0.$	$f(x) = 0$ dla każdego $x.$
74 ^{1a}	$\mathcal{P}(\mathcal{R})$	$L^p(\mathcal{R})$
83 ^{1v}	$\int_0^x f * g(\xi) d\xi$	$\int_{-\infty}^x f * g(\xi) d\xi$
87 ₅	u'_{m_2}	u'_{m_2}
92 ²¹	\mathcal{R}^2	\mathcal{R}
146 ₂	$\sum_{n=1}^{\infty} n \ f_n\ _2^2$	$\sum_{n=1}^{\infty} \ f_n\ _1^2$
158 ¹²	$a_n g_n$	$- a_{n+1} g_{n+1}$
158 ¹⁴	$ a_n $	$ a_{n+1} $
184 ₂	$\frac{1}{2\pi} \int e^{-inx} dv(x)$	$\frac{1}{2\pi} \int e^{-inx} dv(x)$
200 ^a	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} a_0$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} a_0$

WYKAZ CYTOWANEJ LITERATURY

Ахисаер, Н. И. и Глазман, И. М.

- [1] Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве, Москва-Ленинград 1950.

Banach, S.

- [1] Sur la valeur moyenne des fonctions orthogonales, Bull. Int. Acad. Pol. Sc. Lettr., 1929, 66-72.
 [2] Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leurs applications aux équations intégrales, Fund. Math. 3 (1922), 133-181.
 [3] Sur les fonctionnelles linéaires, Stud. Math. 1 (1929), 212-216 i 223-239.
 [4] Über einige Eigenschaften der lakünaren trigonometrischen Reihen, Stud. Math. 2 (1930), 207-220.
 [5] Teoria operacyj, Warszawa 1931.
 [6] Théorie des opérations linéaires, Warszawa 1932.

Banach, S. i Steinhaus, H.

- [1] Sur la convergence en moyenne de séries de Fourier, Bull. Int. Ac. Sci. de Cracovie, 1918, 87-96.
 [2] Sur le principe de la condensation de singularités, Fund. Math. 9 (1927), 50-61.

Boas (Jr), R. P.

- [1] Remarks on a moment problem, Stud. Math. 12 (1953), 59-61.

Bochner, S.

- [1] Vorlesungen über Fouriersche Integrale, New York 1948.

du Bois Reymond, P.

- [1] Untersuchungen über die Konvergenz und Divergenz der Fourierschen Darstellungsformeln, Abhandl. Akad. München 12 (1876), 1-103.

Borel, E.

- [1] Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques, Rend. Circ. Mat. Palermo 27 (1909), 247-271.

Buniakowski, V.

- [1] Sur quelques inégalités concernant les intégrales ordinaires et les intégrales aux différences finies, Mémoires de l'Acad. de St. Petersburg (VII) 1 (1859), nr 9.

Crum, M. M.

- [1] On the resultant of two functions, The Quart. Journ. Math. Oxford Series 12, 46 (1941), 108-111.

Denjoy, A.

- [1] Sur l'absolue convergence des séries trigonometriques, C. R. Paris 155 (1912) 135-136.

Dufresnoy, J.

- [1] Sur le produit de composition de deux fonctions, C. R. Acad. Sci. Paris 225 (1947), 857-859.

Dvoretzky, A. i Rogers, C. A.

- [1] Absolute and conditional convergence in normed linear spaces, Proc. Nat. Acad. 26 (1950), 192-197.

Fejér, L.

- [1] Untersuchungen über Fouriersche Reihen, Math. Ann. 58 (1904), 501-569.

Franklin, Ph.

- [1] A set of continuous orthogonal functions, Math. Ann. 100 (1928), 522-529.

Fréchet, M.

- [1] Sur les ensembles de fonctions et les opérations linéaires, C. R. Paris 144 (1917), 1414-1416.

Gelfand, I.

- [1] Normierte Ringe, Mat. Sbornik 9 (51) (1914), 3-24.

Haar, A.

- [1] Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme, Math. Ann. 69 (1910), 331-371; 71 (1912), 38-53.
 [2] Der Massbegriff in der Theorie der kontinuierlichen Gruppen, Ann. of Math. 34 (1933), 117.

Halmos, P. R.

- [1] Measure Theory, Toronto-New York-London 1950.
 [2] Introduction to Hilbert space and the theory of spectral multiplicity, New York 1951.

Hardy, G. H.

- [1] Fourier's double integral and the theory of divergent integrals, Trans. Camb. Phil. Soc. 21 (1912), 427-451.

Hardy, G. H. i Littlewood, J. E.

- [1] The allied series of a Fourier series, Proc. London Math. Soc. 24 (1926), 211-246.

Hardy, G. H., Littlewood, J. E. i Pólya, G.

- [1] Inequalities, Cambridge 1934.

Hardy, G. H. i Rogosinsky, W. W.

- [1] Fourier series, London 1950.

Hewitt, E.

- [1] Linear functionals on space of continuous functions, Fund. Math. 37 (1950) 161-189.

Hille, E.

- [1] Functional analysis and semi-groups, New York 1948.

Hobson, E. W.

- [1] On a general convergence theorem and the theory of the representation of a function by series of normal functions, Proc. London Math. Soc. (2) 6 (1908), 349-395.
 [2] On the convergence of series of orthogonal functions, Proc. London Math. Soc. 12 (1913), 297-308.

Hölder, O.

- [1] Über einen Mittelwertsatz, Göttinger Nachrichten (1889), 38-47.

Jarník, V.

- [1] Sur le produit de composition de deux fonctions continues, Stud. Math. 12 (1951), 58-64.

- Kaczmarz, S.**
 [1] *Über die Konvergenz der Reihen von Orthogonalfunktionen*, Math. Zeitschr. 23 (1925), 263.
 [2] *Sur la convergence et la sommabilité des développements orthogonaux*, Stud. Math. I (1929), 87-121.
 [3] *Note on orthogonal series II*, Stud. Math. 5 (1934), 103-106.
- Kaczmarz, S. i Steinhaus, H.**
 [1] *Le système orthogonal de M. Rademacher*, Stud. Math. 2 (1930), 231-247.
 [2] *Theorie der Orthogonalreihen*, Warszawa-Lwów 1935.
- Kakutani, S.**
 [1] *Concrete representations of abstract M -spaces*, Ann. Math. 42 (1941), 994-1024.
- Khintchine, A.**
 [1] *Über dyadische Brüche*, Math. Zeitschr. 18 (1923), 109-116.
- Khintchine, A. i Kolmogoroff, A.**
 [1] *Über die Konvergenz der Reihen, deren Glieder durch den Zufall bestimmt werden*, Mat. Sbornik 33 (1925), 668-677.
- Knopp, K.**
 [1] *Theorie und Anwendungen der unendlichen Reihen*, II Aufl., Berlin 1924.
- Kolmogoroff, A.**
 [1] *Une série de Fourier-Lebesgue divergente presque partout*, Fund. Math. 4 (1923), 324-328.
 [2] *Une contribution à l'étude de la convergence des séries de Fourier*, Fund. Math. 5 (1924), 96-97.
 [3] *Sur les fonctions harmoniques conjuguées et les séries de Fourier*, Fund. Math. 7 (1925), 24-29.
 [4] *Une série de Fourier-Lebesgue divergente partout*, C. R. Acad. Sci. Paris 183 (1926), 1327-1328.
- Kolmogoroff, A. i Selverstoff, G.**
 [1] *Sur la convergence des séries de Fourier*, C. R. Acad. Sci. Paris 178 (1924), 303-306.
 [2] *Sur la convergence des séries de Fourier*, Atti Acad. Lincei 3 (1926), 307-310.
- Landau, E.**
 [1] *Über einen Konvergenzatz*, Gött. Nachr. (1907), 25-27.
- Lebesgue, H.**
 [1] *Recherches sur la convergence des séries de Fourier*, Math. Ann. 61 (1905), 251-280.
- Lerch, M.**
 [1] *O hlavní věti teorie funkce vytroufujících*, Rozpravy Česke Akad. v Praze I (1892), 1-7.
- Loomis, L.**
 [1] *An introduction to abstract harmonic analysis*, Toronto-New York-London 1953.
- Leżański, T.**
 [1] *The Fredholm theory of linear equations in Banach spaces*, Stud. Math. 13 (1953), 244-276.

- Люстерник, Л. и Соболев, В.**
 [1] *Элементы функционального анализа*, Москва 1951.
- Lusin, N.**
 [1] *Интеграл и тригонометрический ряд*, Москва 1915.
 [2] *Sur l'absolue convergence des séries trigonométriques*, C. R. Paris 155 (1912), 580-582.
 [3] *Über eine Potenzreihe*, Rend. Circ. Mat. di Palermo 32 (1911), 386-390.
- Marcinkiewicz, J.**
 [1] *Sur la convergence des séries orthogonales*, Stud. Math. 6 (1936), 39-45.
 [2] *Sur les séries de Fourier*, Fund. Math. 27 (1936), 38-69.
- Mazur, S.**
 [1] *Une remarque sur l'homéomorphie des champs fonctionnels*, Stud. Math. I (1929), 83-85.
 [2] *Über die kleinste konvexe Menge, die eine gegebene kompakte Menge enthält*, Stud. Math. 2 (1930), 7-10.
 [3] *Sur les anneaux linéaires*, C.R. Acad. Sci. Paris 207 (1938), 1025-1027.
- Mazur, S. i Orlicz, W.**
 [1] *Sur les espaces métriques linéaires (I)*, Stud. Math. 10 (1948), 184-208.
 [2] *Sur les espaces métriques linéaires (II)*, Stud. Math. 13 (1953), 137-179.
- Mazur, S. i Ulam, S.**
 [1] *Sur les transformations isométriques d'espaces vectoriels, normés*, C. R. Acad. Sci. Paris 194 (1932), 946-948.
- Mazurkiewicz, S.**
 [1] *Sur l'intégrale $\int_0^1 \frac{f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)}{t} dt$* , Stud. Math. 3 (1931), 114-118.
- Menchoff, D.**
 [1] *Sur les séries de fonctions orthogonales I*, Fund. Math. 4 (1923), 82-105.
 [2] *Sur les séries de fonctions orthogonales II*, Fund. Math. 7 (1926), 56-108.
 [3] *Sur les multiplicateurs de convergence pour les séries de polynômes orthogonaux*, Mat. Sbornik 6 (48) (1939), 27-52.
 [4] *Sur la représentation des fonctions mesurables par des séries trigonométriques*, Mat. Sbornik 9 (1941), 669-692.
 [5] *Sur la convergence uniforme des séries de Fourier*, Mat. Sbornik 11 (1942), 69-96.
 [6] *Sur les sommes partielles des séries de Fourier des fonctions continues*, Mat. Sbornik 15 (1944), 385-432.
 [7] *О частных суммах тригонометрических рядов*, Mat. Сборник 20 (1947), 197-238.
 [8] *О сходимости тригонометрических рядов*, Acta Scientiarum Math. 12 A (1950), 170-184.
 [9] *О пределах неопределенности частных сумм тригонометрических рядов*, Ann. Soc. Pol. Math. 25 (1952), 323-337.
 [10] *Sur la convergence des séries de fonctions orthogonales*, C. R. Paris 178 (1924).
 [11] *Sur les séries de fonctions orthogonales*, Fund. Math. 10 (1927), 375-420.
- Mikusiński, J.**
 [1] *A new proof of the Fitchmarsh theorem on convolution*, Stud. Math. 13 (1953), 56-58.
 [2] *Rachunek operatorów*, Warszawa 1953.

- [3] *Sur les fondements du calcul opératoire*, Stud. Math. 11 (1950), 41-70.
 [4] *A theorem on moments*, Stud. Math. 12 (1951), 191-193.
- Mikusiński, J. i Ryll-Nardzewski, Cz.**
 [1] *A theorem on bounded moments*, Stud. Math. 13 (1953), 51-55.
 [2] *Un théorème sur les produits de composition des fonctions de plusieurs variables*, Stud. Math. 13 (1953), 62-68.
 [3] *Sur le produit de composition*, Stud. Math. 12 (1951), 51-57.
- Mikusiński, J. i Sikorski, R.**
 [1] *The elementary theory of distributions (I)*, Rozprawy Matematyczne 12 (1957), 1-54.
- Minkowski, H.**
 [1] *Geometrie der Zahlen*, Leipzig 1896.
- Müntz, Ch.**
 [1] *Über den Approximationssatz von Weierstrass*, Schwarz Festschrift (1914), 303-312.
- von Neumann, J.**
 [1] *Functional operators I*, Princeton 1950.
 [2] *Functional operators II*, Princeton 1950.
- Николасев, В.**
 [1] *К вопросу о приближении непрерывных функций полиномами*, Доклады Акад. Наук СССР 61 (1948), 201-204.
- Orlicz, W.**
 [1] *Über die unabhängig von der Anordnung fast überall konvergenten Funktionenreihen*, Bull. Inter. Ac. Pol. Sc. Lettr. 1927, 117-125.
 [2] *Zur Theorie der Orthogonalreihen*, Bull. Intern. Ac. Pol. Sc. Lettr. 1927, 81-116.
 [3] *Beiträge zur Theorie der Orthogonalentwicklungen II*, Stud. Math. 1 (1929), 241-255.
 [4] *Eine Bemerkung über die Divergenzpunktmengen von Orthogonalentwicklungen*, Stud. Math. 2 (1930), 72-86.
 [5] *Über unbedingte Konvergenz in Funktionenräumen I*, Stud. Math. 4 (1933), 33-37.
 [6] *Über unbedingte Konvergenz in Funktionenräumen II*, Stud. Math. 4 (1933), 41-47.
 [7] *Einige Gegenbeispiele zur Konvergenz der allgemeinen Orthogonalentwicklungen*, Stud. Math. 6 (1936), 98-103.
 [8] *Beiträge zur Theorie der Orthogonalentwicklungen IV*, Stud. Math. 6 (1936), 20-38.
 [9] *O szeregach doskonałe zbieżnych w pewnych przestrzeniach funkcyjnych*, Prace Matem. 1 (1955), 393-414.
- Paley, R. E. A. C. i Zygmund, A.**
 [1] *On some series of functions*, Proc. Camb. Ph. Soc. 26 (1930), 337-357; 458-474.
- Plancherel, M.**
 [1] *Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par des intégrales définies*, Rend. di Palermo 30 (1910), 289-235.
 [2] *Sur la convergence des séries de fonctions orthogonales*, C. R. Paris 157 (1913), 339-342.

- [3] *Zur Konvergenz der Integrale $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^x f(x) \cos ny dx$* , Math. Ann. 74 (1913), 573-578.
 [4] *Sur la convergence et sur la sommation par les moyennes de Césaro de $\lim_{z \rightarrow \infty} \int_a^z f(x) \cos xy dx$* , Math. Ann. 76 (1915), 315-326.
 [5] *Sur les formules d'inversion de Fourier et de Hankel*, Proc. London Math. Soc. (2) 24 (1925), 62-70.
- Покрягин, Л.**
 [1] *Непрерывные группы*, Москва 1954.
- Prasad, B. N.**
 [1] *A new theorem on the representation of a function by Fourier's single integral*, Journ. London Math. Soc. 7 (1932), 36-38.
- Pringsheim, A.**
 [1] *Über neue Gültigkeitsbedingungen für die Fouriersche Integralformel*, Math. Ann. 68 (1910), 367-408.
- Rademacher, H.**
 [1] *Einige Sätze über Reihen von allgemeinen Orthogonalfunktionen*, Math. Ann. 87 (1922), 112.
- Radon, J.**
 [1] *Theorie und Anwendungen der absolut additiven Mengenfunktionen*, Kais. Akad. Wiss. Wien, Sitzungsberichte 122 (2a) (1913), 1295-1438.
 [2] *Über lineare Funktionaltransformationen und Funktionalgleichungen*, Sitzungsberichte Akad. Wiss. Wien 128 (1919), 1083-1121.
- Riesz, F.**
 [1] *Sur les opérations fonctionnelles linéaires*, C. R. Paris 149 (1909), 974-977.
 [2] *Untersuchungen über Systeme integrierbarer Funktionen*, Math. Ann. 69 (1910), 449-497.
- Riesz, F. i Sz.-Nagy, B.**
 [1] *Leçons d'analyse fonctionnelle*, Budapest 1953.
- Schauder, J.**
 [1] *Zur Theorie stetiger Abbildungen in Funktionalräumen*, Math. Zeitschr. 26 (1927), 47-65.
- Schmeidler, W.**
 [1] *Integralgleichungen mit Anwendung in Physik und Technik I. Lineare Gleichungen*, Leipzig 1955.
- Schwartz, L.**
 [1] *Théorie des distributions I*, Paris 1950.
 [2] *Théorie des distributions II*, Paris 1951.
- Schwarz, H. A.**
 [1] *Über ein die Flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem der Variationsrechnung*, Acta Soc. Sc. Fenn. 15 (1885), 315-362.
- Sierpiński, W.**
 [1] *O wpływie porządku składników na zbieżność jednostajną szeregu*, Sprawozdania TNW 3 (1910) 353-357.
 [2] *Sur la convergence absolument uniforme des séries de fonctions*, Ganita 1 (1950), 97-101.

Soboleff, S.

- [1] Méthode nouvelle à résoudre le problème de Cauchy pour les équations hyperboliques normales, Mat. Sbornik 1 (1936), 39-71.

Стечкин, С.

- [1] О сходящихся и расходящихся тригонометрических рядах, Успехи Мат. Наук 6, вып. 2 (42) (1951), 148-149.

Steinhaus, H.

- [1] Une série trigonométrique partout divergente, C. R. Soc. Sci. Varsovie (1912), 219-229.

- [2] Additive und stetige Funktionaloperationen, Math. Zeitschr. 5 (1918), 186-221.

- [3] Sur les distances des points des ensembles de mesure positive, Fund. Math. 1 (1920), 93-104.

- [4] Sur les développements orthogonaux, Bull. Int. Acad. Pol. Sci. Lettr. (1926), 11-39.

- [5] Sur la probabilité de la convergence de séries, Stud. Math. 2 (1930), 21-39.

Stone, M. H.

- [1] Linear transformations in Hilbert space and their applications to the analysis, New York 1948.

Szegő, G.

- [1] Orthogonal polynomials, New York 1939.

Titchmarsh, E. C.

- [1] The zeros of certain integral functions, Proc. London. Math. Soc. 25 (1926), 283-302.

- [2] Introduction to the theory of Fourier integrals, Oxford 1937.

Tricomi, F. G.

- [1] Vorlesungen über Orthogonalreihen, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955.

de la Vallée Poussin, Ch. J.

- [1] Sur l'unicité du développement trigonométrique, Bull. de l'Acad. Royale de Belgique (1912), 702-718.

- [2] Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle, Paris 1919.

Walsh, J. L.

- [1] A closed set of normal orthogonal functions, Amer. Journ. Math. 55 (1923), 5-24.

Weil, A.

- [1] L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications, Paris 1940.

Weyl, H.

- [1] Über die Konvergenz von Reihen, die nach Orthogonalfunktionen fortschreiten, Math. Ann. 67 (1909), 225-245.

Wiener, N.

- [1] The Fourier integral and certain of its applications, Cambridge 1933.

Zygmund, A.

- [1] Trigonometrical series, Warszawa-Lwów 1935.

Żelazko, W.

- [1] On the divisors of zero of the group algebra, Fund. Math. 45 (1957), 99-102.

SKOROWIDZ SYMBOLI (1)

Liczby oznaczają strony

$C(X)$	5, 23	$\ T\ $	30
$M(X)$	5, 23	E^*	31
$L(A, \mu)$	5, 18	T^*	45, 51, 213
$L^2(A, \mu)$	5	$f * g$	67
$\ \cdot \ _7$	7	$\omega_j^{(p)}$	70, 173
$\text{lin}(A)$	9	\mathcal{C}	75, 209
$\text{conv}(B)$	11	$u \cdot v$	76
supess	13	L^+	77
infess	13	\mathcal{M}	78
$\ \cdot \ _p$	13	\int	78
$\ \cdot \ _\infty$	13	g	84
$L^p(X, \mu)$	15	$\tilde{L}^2(X, \mu)$	92
$L^\infty(X, \mu)$	15	C	92
$L^p(X)$	18	S	92, 93
L^p	18	$S(X, \mu)$	93
L^∞	18	$C_\infty(F)$	96
$L(X)$	18	E_0	96
L	18	(u, v)	106
M	18	$u \sim \sum_{n=1}^{\infty} a_n v_n$	112
P	19	$P(J)$	112
l	19	$\tilde{P}(J)$	112
l^∞	20	$\ \cdot \ _2$	125, 126
m	20	L_{str}^p	163
$\ \cdot \ _M$	23	\tilde{L}_{str}^p	163
$\ \cdot \ _C$	23	L_{str}	163
c	24	\tilde{L}_{str}	163
c_0	24	C_{str}	164
W	25	\tilde{C}_{str}	164
W_0	25	\mathcal{Q}	164, 209
$V(Z)$	25	$s_n(x)$	167
$\ \cdot \ _V$	25	$s_n(f; x)$	167
V	26	$v_n(x)$	167
V_0	26		
$C_k(Q)$	27		
$\ \cdot \ _{C_k}$	27		

(1) Skorowidz obejmuje tylko symbole wprowadzone w tomie II. Pozostałe patrz tom I.

Σ' 182
 $V_{2\pi}$ 185
 $\varphi \cdot \psi$ 185
 d_n 186
 $\sigma_n(x)$ 191
 $\sigma_n(f; x)$ 192
 f_n 192
 $D_{2\pi}$ 204

$\int_0^{2\pi} \theta$ 205
 $S_\varepsilon(f; x)$ 215
 $S_\varepsilon(x)$ 215
 $D_\varepsilon(x)$ 215
 T_ρ 218, 245
 T_ρ 218, 245
 $\sigma_\varepsilon(f; x)$ 231
 $\mathcal{F}_\varepsilon(x)$ 231

SKOROWIDZ NAZW

Liczby oznaczają stronicę

- Algebra* Banacha 76
Baza przestrzeni Banacha 144
 — Schaudera 144
Całka Fouriera podwójna 214
 — Fouriera pojedyncza 215
 — niewłaściwa 217
 — niewłaściwa zbieżna w kwadracie 238
 — osobliwa de la Vallée Poussina 197
całkowy moduł ciągłości 71, 173
charakter grupy 211
ciało operatorów Mikusińskiego 78
ciąg elementów liniowo niezależnych 10
 — limitowalny metodą średnich arytmetycznych 191
 — mocno zbieżny 95
 — słabo zbieżny 94, 95
 — współczynników rozwinięcia ortogonalnego 125
 — zbieżny według normy 8
Delta Diraca 104
dopełnienie ortogonalne przestrzeni 111
dystrybucja okresowa 204
 — Sobolewa-Schwartza 101
dzielnik zera 78
Elementy ortogonalne 112
Funkcja całkowalna w p -tej potęgde 15
 — charakterystyczna funkcji zbioru 221
 — delta Diraca 104
 — okresowa 162
 — periodyczna 162
 — znormalizowana 185
funkcje ortogonalne 124, 128
funkcjonal 27
 funkcjonal addytywny 28
 — dwuliniowy 63
 — liniowy 28
 — liniowy zespolony 91
 — rozdzielnny 63
Iloczyn elementów pierścienia liniowego 76
 — elementu przestrzeni liniowej przez liczbę 6
 — skalarny 106, 124
 — skalarny funkcji 124
istotny kres dolny 13
 — kres górny 13
Jądro Dirichleta 167
 — Fejéra 192
 — układu ortogonalnego 130
jedność pierścienia 84
Kombinacja liniowa 9
 — liniowa wymierna 9
kryterium Diniiego 175
 — Hobsona 157
 — Jordana 176
 — Kaczmarza 158
Liniowa niezależność 10
 — zależność 9
Miara Haara 73
 — niezmiennicza 73
 — prawostronnie niezmiennicza 73
mocna zbieżność 95
moment funkcji 59, 225.
Nierówność Bessla 117, 127
 — Cauchy'ego 21
 — Chinczyna 140

- nierówność Höldera* 11, 14, 20
 — Kaczmara 142
 — Minkowskiego 13, 14, 20
 — Paleya-Zygmunda 141
 — Schwarz 107
 — Schwarz-Buniakowskiego 12, 107
norma 8
 — jednorodna 8
 — operacji (funkcjonału) dwuliniowej 64
 — operacji (funkcjonału) liniowej 30
normowanie układu ortogonalnego 114

Okres funkcji 162
operacja 27
 — addytywna 28
 — całkowita 45
 — dwuliniowa 63
 — jednorodna 28, 91
 — liniowa 28
 — liniowa pełnociągła 35
 — liniowa skończenie wymiarowa 35
 — liniowa zespolona 91
 — rozdzielna 63
 — sprzężona 45, 52
operatory Mikusińskiego 78
ortogonalizacja Schmidta 121

Pierścień Banacha 76
 — liniowy 75
 — liniowy przemienny 76
 — typu B 76
pierścienie równoważne 82
pochoźna dystrybucji 103
podzbiór liniowy gęsty 9
 — liniowy 9
 — wypukły 11
produkt przeliczalnie addytywnych funkcji zbioru 81
przestrzenie równoważne typu H^* 122
 — unormowane izomorficzne 10
 — unormowane równoważne 10
przestrzeń B^* 101
 — B_0 101
 — Banacha 8
 — Banacha zespolona 91
 — Hilberta 108
 — liniowa 6
 — liniowa metryczna 93
 — liniowa nieskończenie wymiarowa 10
 — liniowa rzeczywista 91

przestrzeń liniowa skończenie wymiarowa 10
 — liniowa topologiczna 93
 — liniowa zespolona 91
 — operacji liniowych 31
 — refleksywna 55
 — sprzężona 31
 — typu B 8
 — typu B^* 7
 — typu H 107
 — typu H^* 106
 — unitarna 108
 — unormowana 7
 — unormowana zespolona 91
pseudonorma 100

Rozwinięcie elementu względem układu ortogonalnego 114, 120
 — funkcji względem układu ortogonalnego 125, 129
równość Parsewala 118, 127, 200
równoważność norm 27
 — pierścieni 82
 — przestrzeni 10
rzut ortogonalny 110

Splot funkcji punktu 67, 73
 — funkcji okresowych 164
 — przeliczalnie addytywnych funkcji zbioru 82
stała Lebesgue'a 186
suma elementów przestrzeni liniowych 6
 — szeregu 85
sumy de la Vallée Poussina 197
szereg bezwarunkowo zbieżny 86
 — bezwarunkowo zbieżny prawie wszędzie 152
 — bezwzględnie zbieżny 88
 — Fouriera 165, 166, 206
 — Fouriera dystrybucji okresowej 206
 — Fouriera-Stieltjesa 181
 — nieskończony elementów przestrzeni Banacha 85
 — ortogonalny 125, 129
 — trygonometryczny 162
 — zbieżny elementów przestrzeni Banacha 85

Transformata 209
 — Fouriera 213, 239

- transformata* Fouriera cosinusowa 218, 245
 — Fouriera sinusowa 218, 245
 — Fouriera sprzężona 213, 239
 — Fouriera-Stieltjesa 219, 221
twierdzenie Banacha-Steinhaus 0 o operacjach liniowych 32
 — Banacha-Steinhaus 0 o szeregach trygonometrycznych 191
 — Borela 159
 — Fejéra 193
 — Kolmogorowa 0 szeregach Fouriera 202
 — Kolmogorowa 0 układzie Rademachera 139
 — Kroneckera 160
 — Lebesgue'a 195
 — Lebesgue'a-Cantora 199
 — Lercha 59
 — Luzina-Denjoy 198
 — Mercera 157
 — Mięszowa 154
 — Mięszowa-Rademachera 150
 — 0 całkowaniu szeregu Fouriera wyraz za wyrazem 202
 — Orlicza 152
 — Plancherela 240
 — Rademachera 138
 — Riemanna-Lebesgue'a 171
 — Riesz 55
 — Riesz-Fischer 116, 126
 — Schwartz 205
 — Steinhaus 73, 74
 — Titchmarsh 78
 — Weierstrassa 179
 — Younga 69

Układ Franklina 137
 — Haara 132
 — ortogonalny 112, 124
 — ortogonalny unormowany 112, 119, 124, 129
 — ortonormalny 112, 124
 — Rademachera 137
 — trygonometryczny 131, 165
 — Walsh 145

Warunek Cauchy'ego 86
wielomian trygonometryczny 179
 — trygonometryczny rzeczywisty 179
wielomiany Czebyszewa 143
 — Hermite'a 144
 — Legendre'a 143
 — ortogonalne 142
własność (s) miary 36
współczynniki Fouriera 165, 206
 — Fouriera-Stieltjesa 181, 184
 — rozwinięcia względem układu ortogonalnego 114, 125
wyznacznik Grama 111

Zasada lokalizacji 179
 — zageszczania osobliwości 34
zbieżność całki niewłaściwej 238
 — mocna 95
 — słaba 94, 95
 — według normy 8
zbiór liniowy 5
 — pełny 59
 — wypukły 11

SKOROWIDZ NAZWISK

Liczby oznaczają stronicę

- | | |
|---|---|
| Achijezer 108 | Halmos 73, 108 |
| Baire 61 | Hardy 162, 175, 234, 235 |
| Banach 8, 9, 10, 32, 34, 52, 60, 96, 111,
120, 146, 158, 159, 189, 191 | Helly 58 |
| Bernstein 58 | Hermite 144 |
| Bessel 117, 127 | Hewitt 60 |
| Boas 59 | Hilbert 108 |
| Bochner 215 | Hille 10, 76 |
| du Bois Reymond 189 | Hobson 157, 226 |
| Borel 158 | Hölder 11, 14, 20 |
| Buniakowski 12, 107 | Jarník 85 |
| Cantor 199 | Jordan 176 |
| Cauchy 86 | Kaczmarz 59, 128, 142, 146, 147, 148, 149,
151, 157, 158, 159, 160 |
| Chinczyn 140 | Kakutani 60 |
| Crum 78 | Knopp 160 |
| Czebyszew 143 | Kołmogorow 131, 139, 151, 190, 202 |
| Denjoy 198 | Kronecker 160 |
| Dini 175 | Landau 49 |
| Dirac 104 | Lebesgue 171, 195, 199 |
| Dirichlet 167 | Legendre 143 |
| Dufresnoy 78 | Lerch 59 |
| Dvoretzky 89 | Leżański 66 |
| Fejér 192, 193 | Littlewood 175 |
| Fischer 116, 126 | Loomis 212 |
| Fourier 165, 181, 206, 213, 214, 215, 219,
221 | Luzin 198, 199 |
| Franklin 137 | Marcinkiewicz 148, 190 |
| Fréchet 39 | Mazur 10, 11, 22, 76, 101 |
| Gelfand 76 | Mazurkiewicz 175 |
| Głazman 108 | Mercer 157 |
| Gram 111 | Mieński 148, 150, 151, 154, 157, 190, 199 |
| Haar 73, 132 | Mikusiński 59, 77, 78, 205 |
| Hahn 56 | Minkowski 13, 14, 20 |
| | Müntz 59 |

Nagy 62	Sierpiński 89
von Neumann 108, 110	Sikorski 205
Nikołajew 144	Sobolew 10, 101
	Stecznik 199
Orlicz 86, 87, 89, 101, 146, 148, 149, 152, 157, 189	Steinhaus 10, 32, 39, 59, 60, 73, 74, 128, 146, 147, 157, 159, 160, 189, 191, 199
	Stieltjes 181, 219, 221
Paley 141, 156, 157	Stone 108
Parseval 118, 127, 200	Szegő 143
Plancherel 157, 240	
Pontrjagin 73	Titchmarsh 73, 215
Prasad 226	Tricomi 128, 143
Pringsheim 226	
	Ulam 10
Rademacher 137, 138, 148, 149, 150, 157	de la Vallée Poussin 169, 197
Radon 60, 62, 111	
Riemann 171	Walsh 145
Riesz 37, 39, 55, 62, 116, 126	Weierstrass 179
Rogers 89	Weil 73, 212
Rogosinsky 162	Weyl 157
Ryll-Nardzewski 48, 59, 77, 78	Wiener 215
Schander 144	Young 69
Schmeidler 226	
Schmidt 121	Zygmund 141, 156, 157, 162
Schwartz 101, 205	
Schwarz 12, 107	
Seliwestrow 151	Żelazko 203, 214

SPIS RZECZY

Rozdział XII. Przestrzenie funkcyjne

§ 1. Przestrzenie liniowe	5
§ 2. Przestrzeń funkcji całkowalnych w p -tej potęgce	11
§ 3. Inne przykłady przestrzeni Banacha	23
§ 4. Operacje i funkcyjonały liniowe	27
§ 5. Funkcyjonały liniowe i operacje całkowite w przestrzeni funkcji całkowalnych w p -tej potęgce	36
§ 6. Funkcyjonały liniowe w przestrzeni funkcji ciągłych	55
§ 7. Operacje dwuliniowe	63
§ 8. Splot funkcji	66
§ 9. Pierścienie funkcyjne	75
§ 10. Szeregi nieskończone	85
§ 11. Przestrzenie liniowe zespolone	91
§ 12. Uogólnienia	92
§ 13. Dystrybucje Sobolewa-Schwartz'a	101

Rozdział XIII. Przestrzeń Hilberta. Szeregi ortogonalne

§ 1. Przestrzenie typu H	106
§ 2. Układy ortogonalne	112
§ 3. Ortogonalizacja Schmidta. Równoważność przestrzeni Hilberta	121
§ 4. Szeregi ortogonalne w przestrzeniach funkcyjnych	124
§ 5. Przykłady układów ortogonalnych	131
§ 6. Zbieżność prawie wszędzie szeregów ortogonalnych	147

Rozdział XIV. Szeregi Fouriera

§ 1. Funkcje periodyczne	162
§ 2. Elementarne własności szeregów Fouriera	165
§ 3. Kryteria zbieżności	175
§ 4. Szeregi Fouriera-Stieltjesa. Wyznaczanie funkcji przez jej szereg Fouriera	180
§ 5. Twierdzenia o rozbieżności	186
§ 6. Twierdzenie Fejéra	191
§ 7. Absolutna zbieżność szeregów trygonometrycznych	197

§ 8. Funkcje o kwadracie całkowalnym	199
§ 9. Dystrybucje okresowe	204
§ 10. Uogólnienia	208

Rozdział XV. Całki Fouriera

§ 1. Transformaty Fouriera	213
§ 2. Transformaty Fouriera-Stieltjesa. Wyznaczanie funkcji przez jej transformatę	219
§ 3. Kryteria zbieżności całek Fouriera	226
§ 4. Analogon twierdzenia Fejéra	230
§ 5. Funkcje o kwadracie całkowalnym	237
Wykaz cytowanej literatury	246
Skorowidz symboli	253
Skorowidz nazw	255
Skorowidz nazwisk	258

Państwowe Wydawnictwo
Naukowe – Warszawa 1959

Nakład 3500 + 150 egz.
Ark. wyd. 15,75, druk. 16 $\frac{3}{4}$
Papier rotogr. III kl. 80 g
70×100. Podpisano do druku
15. V. 1959. Druk ukończono
w czerwcu 1959.
Zamówienie nr 506/58
C-2 Cena zł 35.—

Drukarnia Uniwersytetu
Jagiellońskiego