Odpowiedzi do ćwiczeń

CZĘŚĆ I

Rozdział 1

Str. 2. 1 i 2 t.

3 i 4 $\frac{2}{3}\left[\sqrt{(1+t)^3}-1\right]$.

5 i 6 $\frac{1}{2}(\operatorname{sh} t - \sin t)$.

Str. 2. $\dfrac{1}{t+1}$ należy do klasy $\mathcal{C}$, bo $t+1>0$.

$\dfrac{1}{t-1}$ nie należy do klasy $\mathcal{C}$ (nieciągła dla $t=1$).

$\dfrac{1}{t-i}$ należy do klasy $\mathcal{C}$, bo $t \neq i$.

$\dfrac{1}{e^t+e^{-t}}$ należy do klasy $\mathcal{C}$, bo $e^t>0$ i $e^{-t}>0$.

$\dfrac{1}{e^t-e^{-t}}$ nie należy do klasy $\mathcal{C}$ (nieciągła dla $t=0$).

$\dfrac{1}{\cos t}$ nie należy do klasy $\mathcal{C}$ (nieciągła dla $t=(2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k=0,1,2,\ldots$).

$\dfrac{1}{1+\cos t}$ nie należy do klasy $\mathcal{C}$ (nieciągła dla $t=(2k+1)\pi$, $k=0,1,2,\ldots$).

$\dfrac{1}{2+\cos t}$ należy do klasy $\mathcal{C}$, bo $2+\cos t>0$.

$\dfrac{1}{i+\cos t}$ należy do klasy $\mathcal{C}$, bo $\cos t \neq i$ dla t rzeczywistego.

Str. 8. 2. (α) $\left\{\dfrac{t^2}{2}\right\}$. (β) $\{2\sin t - 2\cos t + 2\}$.

Str. 9. 1. (α) $\left\{t-\dfrac{1}{n}\sin nt\right\}$.

(β) $\left\{t+\dfrac{1}{n}\,e^{-nt}-\dfrac{1}{n}\right\}$.

(γ) $\left\{\left(-\dfrac{t}{n}-\dfrac{3}{n^2}\right)e^{-nt}+\dfrac{3}{n^2}-\dfrac{2t}{n}+\dfrac{t^2}{2}\right\}$.

Rozdział 3

Str. 37. 1. (α) $\left\{\frac{1}{3}e^{t/2}\cdot\sin\frac{3}{2}t\right\}$.

(β) $\{e^{3t}+2e^{-2t}\}$.

(γ) $s+1+\{2e^{2t}+3e^{-t}\}$.

(δ) $\{4+t+2\cos t-\sin t\}$.

(ε) $\left\{1-e^{-t/2}\cdot\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t-\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-t/2}\cdot\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right\}$.

(η) $s^2-1+\{\sin t\}$.

(ϑ) $\left\{4\operatorname{ch}2t+\cos 2t+\frac{3}{2}\sin 2t\right\}$.

(ι) $\left\{\frac{2}{3}e^{-t/2}\left[\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t-t\cdot\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t\right]\right\}$.

Rozdział 4

Str. 44. 1. (α) $x=\left\{\frac{e^{\alpha t}}{\beta}\sin\beta t\right\}$.

(β) $x=\left\{\frac{1}{3}\sin t-\frac{1}{6}\sin 2t\right\}$.

(γ) $x=\left\{-\frac{1}{2}+\frac{1}{10}e^{2t}+\frac{2}{5}\cos t-\frac{1}{5}\sin t\right\}$.

(δ) $x=\left\{\frac{1}{3}t^3+2+2e^{-t}\right\}$.

(ε) $x=\left\{\frac{\gamma}{2}t^2+(1-\gamma)(t-1)+\left(\frac{1}{2}-\gamma\right)e^{-t}+\frac{1}{2}\cos t-\frac{1}{2}\sin t\right\}$.

(η) $x=\{e^t\}$.

(ϑ) $x=\left\{\frac{1}{4}(t^2-\operatorname{sh}t\cdot\sin t)\right\}$.

(ι) $x=\left\{\frac{1}{(\alpha^2+1)^2}\cdot\operatorname{ch}t+\left[1-\frac{1}{(\alpha^2+1)^2}+\frac{t}{2}\right]\cos t+\right.$
$\left.+\left[\frac{1}{2\alpha}-\frac{\alpha^3}{2(\alpha^2+1)}t\right]\sin\alpha t\right\}$.

(κ) $x=\left\{\beta-2\alpha+\frac{\alpha}{2}t^2+\left(2\alpha-\beta-\frac{3}{8}\gamma t+\frac{1}{8}\beta t^2\right)\cos t+\right.$
$\left.+\left(\frac{3}{8}\gamma+\frac{4\alpha-5\beta}{8}t-\frac{1}{8}\gamma t^2\right)\sin t\right\}$.

(λ) $x=\left\{\frac{83}{80}\operatorname{ch}2t-\frac{1}{10}\cos t+\frac{1}{16}\cos 2t\right\}$.

Str. 44. 2. (α) $x=\{2-2e^{-t}-2t\cdot e^{-t}\}$,
$y=\{2-t-2e^{-t}-2t\cdot e^{-t}\}$.

(β) $x=\{e^t(\cos t-2\sin t)\}$, $y=\{e^t(\cos t+3\sin t)\}$.

(γ) $x=\left\{-\frac{5}{4}+\frac{13}{4}\cos 2t-3\sin 2t\right\}$,
$y=\left\{\frac{3}{2}t+3\cos 2t+\frac{13}{4}\sin 2t\right\}$.

(δ) $x=\left\{-\frac{1}{2}+e^t-\frac{11}{34}e^{4t}-\frac{3}{17}\cos t+\frac{5}{17}\sin t\right\}$,
$y=\left\{-\frac{2}{3}e^t+\frac{22}{51}e^{4t}+\frac{4}{17}\cos t-\frac{1}{17}\sin t\right\}$.

(ε) $x=\left\{-\frac{1}{2}e^t+\frac{1}{4}e^{2t}-\frac{3}{4}e^{t/2}\cos\frac{\sqrt{23}}{2}t+\frac{11}{4\sqrt{23}}e^{t/2}\sin\frac{\sqrt{23}}{2}t\right\}$,
$y=\left\{-\frac{1}{2}e^t-\frac{1}{8}e^{2s}+\frac{5}{8}e^{t/2}\cos\frac{\sqrt{23}}{2}t-\frac{73}{8\sqrt{23}}e^{t/2}\sin\frac{\sqrt{23}}{2}t\right\}$.

(η) $x=\left\{-6-4t-t^2+\frac{100}{17}e^{t/2}+\frac{2}{17}\cos 2t+\frac{1}{34}\sin 2t\right\}$,
$y=\left\{-1-t-\frac{t^2}{2}+\frac{25}{17}e^{t/2}+\frac{1}{34}\cos 2t+\frac{9}{68}\sin 2t\right\}$.

(ϑ) $x=\{2-e^t\}$, $y=\{-2+4e^t-te^t\}$,
$z=\{-2+5e^t-te^t\}$.

(ι) $x=\left\{-11e^{2t}+20e^{\frac{13}{2}t}\cdot\operatorname{ch}\frac{\sqrt{37}}{2}t-\frac{212}{\sqrt{37}}e^{\frac{13}{2}t}\cdot\operatorname{sh}\frac{\sqrt{37}}{2}t\right\}$,
$y=\left\{-11e^{2t}+16e^{\frac{13}{2}t}\cdot\operatorname{ch}\frac{\sqrt{37}}{2}t-\frac{144}{\sqrt{37}}e^{\frac{13}{2}t}\cdot\operatorname{sh}\frac{\sqrt{37}}{2}t\right\}$,
$z=\left\{-17e^{2t}+24e^{\frac{13}{2}t}\cdot\operatorname{ch}\frac{\sqrt{37}}{2}t-\frac{216}{\sqrt{37}}e^{\frac{13}{2}t}\cdot\operatorname{sh}\frac{\sqrt{37}}{2}t\right\}$.

Rozdział 5

Str. 61.

1. Dla rys. 16:
$$I=\frac{E(Ls+2R)(R_1Cs+1)}{R_1(R+R_2)LCs^2+[(R+R_1+R_2)L+RR_1(R+2R_2)C]s+R(R+2R_1+2R_2)}.$$
Dla rys. 17:
$$I=\frac{E}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\frac{E}{2R_2}\cdot\frac{(2R_2^2C-L)s-2R_2}{R_2LCs^2+Ls+2R^2}.$$

2. Zakładamy, że $\frac{1}{C_1}\neq 0$, $\frac{1}{C_2}\neq 0$, $\frac{1}{C_3}\neq 0$, $L\neq 0$, $R_1\neq 0$, $R_2\neq 0$, $R_3\neq 0$. Wtedy
$R_2=R_1$, $R_3=\frac{C_1}{C_2}\cdot R_1$, $L=C_3R_1^2$.

3. $I-I_1-I_2=0$,
$I_1-I_3-I_7=0$,
$I_2-I_4-I_8=0$,
$I_3-I_5+I_8=0$,
$I_4-I_6+I_7=0$,
$\frac{1}{Cs}(I-\bar{I})+R_1I_1+R_3I_3+\frac{1}{Cs}(I_5-\bar{I}_5)=E$,
$\frac{1}{Cs}(I-\bar{I})+R_2I_2+R_4I_4+\frac{1}{Cs}(I_6-\bar{I}_6)=E$,
$R_3I_3+\frac{1}{Cs}(I_5-\bar{I}_4)-\frac{1}{Cs}(I_6-\bar{I}_6)-\frac{1}{Cs}(I_7-\bar{I}_7)=0$,
$R_4I_4+\frac{1}{Cs}(I_6-\bar{I}_6)-\frac{1}{Cs}(I_5-I_5)-\frac{1}{Cs}(I_8-\bar{I}_8)=0$.

Str. 66.

1. Dla rys. 29:

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3,$$

$$\bar{I} = \frac{Z_1 \bar{I}_1 + Z_2 \bar{I}_2 + Z_3 \bar{I}_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$

Dla rys. 30:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2},$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + I_3.$$

2. Dla rys. 31:

$$Z = \frac{(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_2 Z_4)\,(Z_3 Z_5 + Z_3 Z_6 + Z_5 Z_6)}{(Z_1 + Z_2)\,(Z_3 Z_5 + Z_3 Z_6 + Z_5 Z_6) + (Z_5 + Z_6)\,(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_2 Z_4)},$$

$$\bar{I} = \frac{Z_1 Z_2 (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) + Z_4 (Z_1 + Z_2) \bar{I}_4}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_2 Z_4} + \frac{Z_3 (Z_5 + Z_6) \bar{I}_3 + Z_4 Z_6 (\bar{I}_5 + \bar{I}_6)}{Z_3 Z_5 + Z_3 Z_6 + Z_5 Z_6}.$$

Dla rys. 32:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2} + \frac{Z_4 Z_5 Z_6}{Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5},$$

$$\bar{I} = \frac{Z_1 Z_2 Z_3 (Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5)(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2)(\bar{I}_4 + \bar{I}_5 + \bar{I}_6)}{Z_1 Z_2 Z_3 (Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5) + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2)}$$

Dla rys. 33:

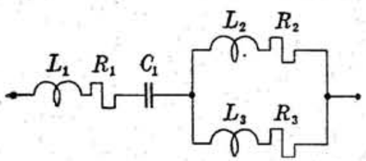
$$Z = Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} + \frac{Z_4 Z_5 Z_6}{Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5},$$

$$\bar{I} = \frac{(Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5)[Z_2 (Z_1 + Z_3) \bar{I}_2 + Z_1 Z_3 (\bar{I}_1 + \bar{I}_3)] + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_1 + Z_3)(\bar{I}_4 + \bar{I}_5 + \bar{I}_6)}{(Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3)(Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5) + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_1 + Z_3)}.$$

3.

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 Z_3 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_5 + Z_1 Z_4 Z_5 + Z_2 Z_3 Z_4 + Z_2 Z_3 Z_5 + Z_2 Z_4 Z_5}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_1 Z_5 + Z_2 Z_3 + Z_2 Z_5 + Z_3 Z_4 + Z_3 Z_5 + Z_4 Z_5}.$$

4.



Rys. 135.

$$L_1 = \frac{1}{5}, \quad L_2 = L_3 = \frac{3}{5},$$

$$R_1 = 1, \quad R_2 = \frac{6}{5}, \quad R_3 = \frac{9}{5}, \quad C_1 = \frac{6}{5}.$$

(Rozwiązanie to można rozumieć w dowolnie przyjętym układzie jednostek, na przykład: Henry, Ohm, Farad.) Rozwiązanie nie jest jedyne, gdyż jak widzieliśmy na str. 63, każdy opór omowy może być zastąpiony przez równoważny mu układ, przedstawiony na rysunku 22.

Str. 69.

Dla rys. 35:

$$I_0 = \frac{E_0}{R_1} \sqrt{\frac{L^2 \omega^2 + (R_1 + R_2)^2}{L^2 \omega^2 + R_2^2}},$$

$$\psi = \varphi + \operatorname{arc\,tg} \frac{R_1 L \omega}{L^2 \omega^2 + R_2 (R_1 + R_2)}.$$

Dla rys. 36:

$$I_0 = E_0 C_1 \omega \sqrt{\frac{R^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{R^2 (C_1 + C_2)^2 \omega^2 + 1}},$$

$$\psi = \varphi - \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{R^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{R C_1 \omega} + R C_2 \omega \right).$$

Dla rys. 37:

$$I_0 = \frac{E_0}{R L \omega} \sqrt{\frac{R^2 (L C \omega^2 - 2)^2 + \omega^2 (L + R^2 C)^2}{R^2 C^2 \omega^2 + 4}},$$

$$\psi = \varphi + \operatorname{arc\,tg} \frac{R (4 - L C \omega^2 + R^2 C^2 \omega^2)}{L \omega (2 + R^2 C^2 \omega^2)}.$$

Str. 74.

Dla rys. 41:

Wprowadźmy oznaczenie: $D = (L_1 R_1 C_1 s^2 + L_1 s + R_1)(L_2 R_2 C_2 s^2 + L^2 s + R_2) - M^2 s^2 (R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)$. Wtedy

$$I_1 = \frac{E}{D} (R_1 C_1 s + 1)(L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2),$$

$$I_2 = \frac{E}{D} R_1 C_1 s (L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2),$$

$$I_3 = \frac{E}{D} (L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2),$$

$$I_4 = \frac{E}{D} M s (R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1),$$

$$I_5 = \frac{E}{D} M R_2 C_2 s^2 (R_1 C_1 s + 1),$$

$$I_6 = \frac{E}{D} M s (R_1 C_1 s + 1).$$

Dla rys. 42:

Napiszmy: $D = s(Ms + R_1)(Ms - L_2 s - R_2) - \left(L_1 s^2 - M s^2 + \frac{1}{C}\right)(L_2 s + R_1 + R_2)$.

Wtedy

$$I_1 = \frac{E}{D} \left(2 M s^2 - L_1 s^2 - L_2 s^2 - R_2 s - \frac{1}{C}\right),$$

$$I_2 = \frac{E}{D} \left(M s^2 - L_1 s^2 - \frac{1}{C}\right),$$

$$I_3 = \frac{E}{D} (M s^2 - L_2 s^2 - R_2 s).$$

Str. 77.

1.
$$\begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Ls+\dfrac{1}{Cs}} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\dfrac{RCs}{LCs^2+1} & R \\ \dfrac{Cs}{LCs^2+1} & 1 \end{pmatrix}.$$

2.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{R+\dfrac{1}{Cs}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Ls}+\dfrac{1}{R} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{Cs}{RCs+1}+\dfrac{1}{Ls}+\dfrac{1}{R} & 1 \end{pmatrix}.$$

3.
$$\begin{pmatrix} 1 & Ls+\dfrac{1}{Cs} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Ls+R+\dfrac{1}{Cs} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Str. 81.

(α)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{R_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{1}{Cs} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{R_2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\dfrac{1}{R_2 Cs} & \dfrac{1}{Cs} \\ \dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_1 R_2 Cs}+\dfrac{1}{R_2} & \dfrac{1}{R_1 Cs}+1 \end{pmatrix}.$$

(β)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C_1 s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Ls \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C_2 s & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LC_2 s^2+1 & Ls \\ C_1 s+LC_1C_2 s^3+C_2 s & LC_1 s^2+1 \end{pmatrix}.$$

(γ)
$$\begin{pmatrix} 1 & \dfrac{1}{Cs} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{L_1}{M} & \dfrac{(L_1L_2-M^2)s}{M} \\ \dfrac{1}{Ms} & \dfrac{L_2}{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -\dfrac{L_1}{M}-\dfrac{1}{MCs^2} & -\dfrac{(L_1L_2-M^2)s}{M}-\dfrac{L_2}{MCs} \\ -\dfrac{1}{Ms}, & -\dfrac{L_2}{M} \end{pmatrix}.$$

Str. 84.

Dla zwartych końców:

(α) $I_1 = \left(\dfrac{1}{R_1}+Cs\right)\cdot E_1, \qquad I_2 = Cs\cdot E_1.$

(β) $I_1 = \left(C_1 s+\dfrac{1}{Ls}\right)\cdot E_1, \qquad I_2 = \dfrac{E_1}{Ls}.$

(γ) $I_1 = \dfrac{L_2 Cs}{(L_1L_2-M^2)Cs^2+L_2}\cdot E_1, \qquad I_2 = -\dfrac{MCs}{(L_1L_2-M^2)Cs^2+L_2}\cdot E_1.$

Dla wolnych końców:

(α) $I_1 = \dfrac{(R_1+R_2)Cs+1}{R_1(R_2Cs+1)}\cdot E_1, \qquad E_2 = \dfrac{R_2Cs}{R_2Cs+1}\cdot E_1.$

(β) $I_1 = \dfrac{LC_1C_2s^2+(C_1+C_2)s}{LC_2s^2+1}\cdot E_1, \qquad E_2 = \dfrac{E_1}{LC_2s^2+1}.$

(γ) $I_1 = \dfrac{Cs}{L_1Cs^2+1}\cdot E_1, \qquad E_2 = -\dfrac{MCs^2}{L_1Cs^2+1}\cdot E_1.$

Rozdział 6

Str. 93. 1. (α) $x = e^{\alpha t}\left(A+Bt+Ct^2+\dfrac{1}{6}t^3\right).$

(β) $x = Ae^{-2t}+(B\sin t+C\cos t)e^{2t}.$

(γ) $x = A\cdot e^{-\sqrt{6+2\sqrt{6}}\,t}+B\cdot e^{\sqrt{6+2\sqrt{6}}\,t}+C\cdot e^{-\sqrt{6-2\sqrt{6}}\,t}+D\cdot e^{\sqrt{6-2\sqrt{6}}\,t}+e^{2t}.$

(δ) $x = A+Be^{t/2}+Ce^{t}+De^{3/2t}+\dfrac{18}{65}\sin t-\dfrac{14}{65}\cos t.$

2. (α) $x = 3t^2-t-1+(2-\beta)\sin t+(1+\alpha)\cos t,$
$y = t^2+2+(1+\alpha)\sin t+(\beta-2)\cos t.$

(β) $x = -\dfrac{93}{17}+\dfrac{31}{26}e^{t}-\left(\alpha+\beta+\dfrac{1803}{442}\right)e^{-4t}\cdot\sin t+$
$+\left(\alpha+\dfrac{1891}{442}\right)e^{-4t}\cdot\cos t,$

$y = \dfrac{6}{17}-\dfrac{2}{13}e^{t}+\left(2\alpha+\beta+\dfrac{1847}{221}\right)e^{-4t}\cdot\sin t+\left(\beta-\dfrac{44}{221}\right)e^{-4t}\cdot\cos t.$

(γ) $x = 44A+Be^{5t}+3Ce^{-17t},$
$y = -26A-4Be^{5t}-Ce^{-17t},$
$z = -75A-10Be^{5t}+3Ce^{-17t}.$

Str. 96. 1. (α) $x = \dfrac{\operatorname{sh} t}{\operatorname{sh} 2\pi},$

(β) Nierozwiązalne.

2. $x = e^{t-\pi/2}\cdot\sin t.$

Str. 97. (α) $x = A+Be^{2t}+Ce^{-2t}+\dfrac{1}{96}e^{4t}-\dfrac{1}{160}e^{4t}\cdot\sin 2t,$ gdzie:

$A = \dfrac{e^8}{160}(-2\sin 2-4\cos 2+5)+\dfrac{3}{4},$

$B = \dfrac{64}{e^2}(\sin 2+\cos 2-2)+\dfrac{3}{8e^2},$

$C = \dfrac{e^8}{960}(3\sin 2+9\cos 2-10)-\dfrac{1}{8}e^2.$

(β) $x = 2e^{6(2-t)}[\cos(t-2)-\sin(t-2)],$
$y = 2e^{6(2-t)}\cdot\cos(t-2).$

Rozdział 7

Str. 99. (α) Jeden punkt nieciągłości dla $t=0$;

$$\int_0^t \frac{d\tau}{\tau^\lambda}=(1-\lambda)t^{1-\lambda}.$$

(β) Punkty nieciągłości tylko dla $t=k\pi$ $(k=0,\pm 1,\pm 2,\ldots)$;

$$\int_{2k\pi}^{(2k+1)\pi}\frac{d\tau}{\sqrt{\sin\tau}}=\int_{(2k+1)\pi}^{(2k+1)\pi}\frac{d\tau}{\sqrt{-\sin\tau}}=2\int_0^{\pi/2}\frac{d\tau}{\sqrt{\sin\tau}}<8\int_0^{\pi/2}\frac{d}{2\sqrt{\tau}}=8\sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

(γ) Jeden punkt nieciągłości dla $t=1$;

$$\int_0^1\frac{d\tau}{\sqrt[3]{|\tau-1|}}=\int_0^1\frac{d\tau}{\sqrt[3]{\tau}}=\frac{3}{2};\qquad \int_0^t\frac{d\tau}{\sqrt[3]{\tau-1}}=\frac{3}{2}(t-1)^{2/3}.$$

(δ) Jeden punkt nieciągłości dla $t=1$; $f(t)=-1$ dla $0\leqslant t<1$ i $f(t)=1$ dla $t>1$, stąd

$$\int_0^t |f(\tau)|\,d\tau=t.$$

Str. 102. Niech $\lambda\leqslant\mu$; wtedy dla $0\leqslant t\leqslant\mu+\lambda$ jest:

$$f_\lambda\cdot f_\mu=\left\{\int_0^t 0\cdot d\tau\right\}=0,$$

$$l\cdot f_{\mu+\lambda}=\left\{\int_0^t 0\cdot d\tau\right\}=0,$$

a dla $t>\mu+\lambda$:

$$f_\lambda\cdot f_\mu=\left\{\int_0^{\mu+\lambda}0\cdot d\tau+\int_{\mu+\lambda}^t d\tau\right\}=\{t-\mu-\lambda\},$$

$$l\cdot f_{\mu+\lambda}=\left\{\int_0^{\mu+\lambda}0\cdot d\tau+\int_{\mu+\lambda}^t d\tau\right\}=\{t-\mu-\lambda\}.$$

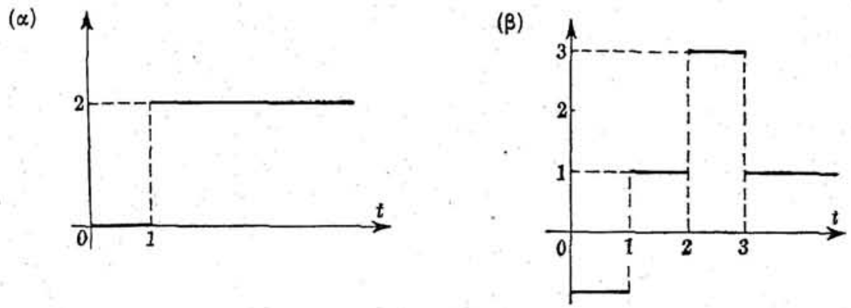
Str. 106. $$l\frac{1-\alpha^\lambda l^\lambda}{1-al}=\frac{1}{s-a}-\alpha^\lambda\frac{1}{s-a}l^\lambda=\left\{e^{at}-\alpha^\lambda\int_0^t e^{a(t-\tau)}\frac{\tau^{\lambda-1}}{\Gamma(\lambda)}d\tau\right\}=$$

$$=\left\{\frac{e^{at}}{\Gamma(\lambda)}\left[\Gamma(\lambda)-\alpha^\lambda\int_0^t e^{-\alpha\tau}\tau^{\lambda-1}d\tau\right]\right\}.$$

Ponieważ $\Gamma(\lambda)=\int_0^\infty e^{-t}t^{\lambda-1}dt=\alpha^\lambda\int^\infty e^{-\alpha t}\tau^{\lambda-1}d\tau$ (podstawienie $t=\alpha\tau$, $\alpha>0$), więc

$$l\frac{1-\alpha^\lambda l^\lambda}{1-\alpha\lambda}=\left\{\frac{e^{\alpha t}}{\Gamma(\lambda)}\cdot\alpha^\lambda\int_t^\infty e^{-\alpha\tau}\tau^{\lambda-1}d\tau\right\}=\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)}\left\{\int_t^\infty \tau^{\lambda-1}e^{-\alpha(\tau-t)}d\tau\right\}.$$

Str. 10 .



Rys. 136.

CZĘŚĆ II

Rozdział 1

Str. 119. (α) $f'(\lambda)=\{2\lambda\}=2l\lambda.$

(β) $f'(\lambda)=\{4\lambda^3+2\lambda t^2\}=4l\lambda^3+4l^3\lambda.$

(γ) $f'(\lambda)=\{\cos(\lambda+t)\}=\dfrac{1}{1+s^2}(s\cos\lambda-\sin\lambda).$

(δ) $f'(\lambda)=\dfrac{\{-2\lambda\}}{\left\{\lambda^4t+\frac{2}{3}\lambda^2t^3+\frac{1}{30}t^5\right\}}=\dfrac{-2\lambda}{l(\lambda^2+2l^2)^2}.$

Str. 120. (α) $f''(\lambda)=\{2\}=2l,\qquad f'''(\lambda)=0.$

(β) $f''(\lambda)=\{12\lambda^2+2t^2\}=12l\lambda^2+4l^3,$

$f'''(\lambda)=\{24\lambda\}=24l\lambda.$

(γ) $f''(\lambda)=\{-\sin(t+\lambda)\}=\dfrac{1}{s^2+1}(-s\sin\lambda-\cos\lambda),$

$f'''(\lambda)=\{-\cos(t+\lambda)\}=\dfrac{1}{s^2+1}(-s\cos\lambda+\sin\lambda).$

(δ) $f''(\lambda)=\dfrac{2(3\lambda^2-2l^2)}{l(\lambda^2+2l^2)^3},\qquad f'''(\lambda)=\dfrac{-24\lambda(\lambda^2-2l^2)}{l(\lambda^2+2l^2)^4}.$

Rozdział 3

Str. 133. 1. $\left|\dfrac{\cos nt}{n}\right|\leqslant\dfrac{1}{n}\to 0.$

2. Niech $\varepsilon_n=\begin{bmatrix}1 & \text{dla } n\leqslant t_0\\ 0 & \text{dla } n>t_0\end{bmatrix}$. Wtedy $\varepsilon_n\to 0$ i $|h(n,t)-0|\leqslant\varepsilon_n$ dla $0\leqslant t\leqslant t_0$.

Str. 135. 1. (α) $a^n = \{n\cdot e^{-n}\} = s^2\left\{-\frac{1}{n}+t+\frac{1}{n}e^{-nt}\right\} = s^2 f_n.$

Ponieważ $f_n \rightrightarrows \{t\}$ w przedziale $0\leqslant t<\infty$, więc $a_n\to s^2\{t\}=1$. [Podwójna strzałka $\rightrightarrows$ oznacza jednostajną zbieżność ciągu funkcyj, pojedyncza zaś strzałka $\to$ oznacza zbieżność ciągu operatorów w sensie definicji z § 12 (str. 133) lub też zwykłą zbieżność ciągu liczbowego.]

(β) $a_n = \{n^2te^{-nt}\} = s^2\left\{te^{-nt}+\frac{2}{n}e^{-nt}+t-\frac{2}{n}\right\} = s^2\{f_n(t)\}.$

Funkcja $\{f_n(t)-t\}$ ma pochodną $\{-nte^{-nt}-e^{-nt}\}$, jest więc malejąca; zatem

$$|f_n(t)-t|\leqslant |f_n(t_0)-t_0| = \left|t_0e^{-nt_0}+\frac{2}{n}e^{-nt_0}-\frac{2}{n}\right|\to 0 \qquad (0\leqslant t\leqslant t_0).$$

Stąd $f_n\rightrightarrows\{t\}$ w każdym przedziale $0\leqslant t\leqslant t_0$ i wobec tego $a_n\to s^2\{t\}=1$.

(γ) $a_n = \{n-n^2t+|n-n^2t|\} = \left\{\begin{matrix} 2n-2n^2t & \text{dla} & 0\leqslant t\leqslant \frac{1}{n} \\ 0 & \text{dla} & \frac{1}{n}\leqslant t\leqslant\infty\end{matrix}\right\} =$

$$= s^2\cdot\left\{\begin{matrix} nt^2-\frac{n^2}{3}t^3 & \text{dla} & 0\leqslant t\leqslant\frac{1}{n} \\ -\frac{1}{3n}+t & \text{dla} & \frac{1}{n}\leqslant t<\infty\end{matrix}\right\} = s^2\cdot\{f_n(t)\}.$$

Ponieważ

$$|f_n(t)-t| = \left[\begin{matrix} \left|-t+nt^2-\frac{n^2}{3}t^3\right| & \text{dla} & 0\leqslant t\leqslant\frac{1}{n} \\ \frac{1}{3n} & \text{dla} & \frac{1}{n}\leqslant t<\infty\end{matrix}\right] \leqslant$$

$$\leqslant\left[\begin{matrix} t+nt^2+\frac{n^2}{3}t^3 & \text{dla} & 0\leqslant t\leqslant\frac{1}{n} \\ \frac{1}{3n} & \text{dla} & \frac{1}{n}\leqslant t<\infty\end{matrix}\right]\leqslant\left[\begin{matrix} \frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\frac{1}{3n} & \text{dla} & 0\leqslant t\leqslant\frac{1}{n} \\ \frac{1}{3n} & \text{dla} & \frac{1}{n}\leqslant t<\infty\end{matrix}\right]\leqslant$$

$$\leqslant\frac{7}{3n} \quad \text{dla} \quad 0\leqslant t<\infty,$$

więc $f_n\rightrightarrows\{t\}$ w całym przedziale $0\leqslant t<\infty$ i w konsekwencji $a_n\to s^2\{t\}=1$.

(δ) $a_n = \left\{\frac{1}{n}\cdot t^{\frac{1}{n}-1}\right\} = s^2\left\{\frac{n}{n+1}\cdot t^{\frac{1}{n}+1}\right\} = s^2\{f_n(t)\}.$

Funkcja $\{f_n(t)-t\}$ jest ujemna i malejąca w przedziale $(0,1)$; w punkcie $t=1$ osiąga minimum równe liczbie $-\frac{1}{n+1}$, a dla $t>1$ jest rosnąca. Zatem w każdym przedziale $0\leqslant t\leqslant t_0$ jest

$$|f_n(t)-t|\leqslant\frac{1}{n+1}+|f_n(t_0)-t_0| = \frac{1}{n+1}+\left|\frac{n}{n+1}t_0^{\frac{1}{n}+1}-t_0\right| = \varepsilon_n.$$

Ponieważ $\varepsilon_n\to 0$, więc $f_n\rightrightarrows\{t\}$ i $a_n\to s^2\{t\}=1$.

2. $a_n = \{n^3\sin nt+n^4t\cos nt\} = s^5\left\{\frac{4}{n^2}\cos nt+\frac{t}{n}\sin nt+t^2-\frac{4}{n^2}\right\} =$

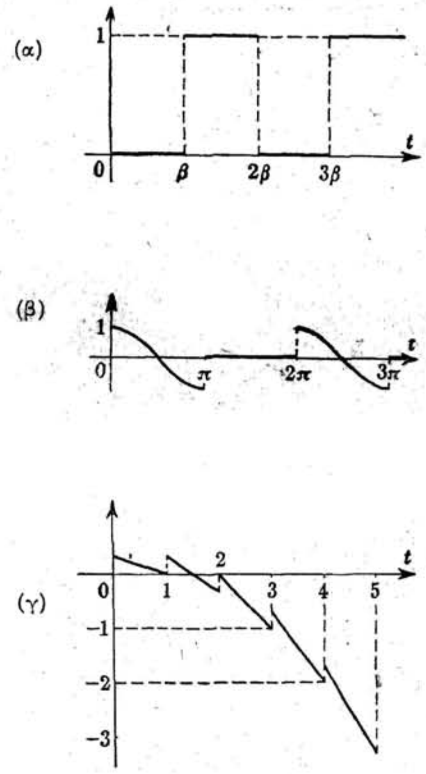
$$= s^2\{f_n(t)\}.$$

Ponieważ $|f_n(t)-t^2| = \frac{8}{n^2}+\frac{t_0}{n}$ dla $0\leqslant t\leqslant t_0$, więc $f_n\rightrightarrows\{t\}$ w przedziale $0\leqslant t\leqslant t_0$ i $a_n\to s^5\{t^2\} = s^5\cdot 2l^3 = 2s^2$.

3. $a+be^{-ns} = a+bs\cdot\left\{\begin{matrix} 0 & \text{dla} & 0\leqslant t<n \\ 1 & \text{dla} & n<t<\infty\end{matrix}\right\} = a+bs\{h(n,t)\}.$

Ponieważ $\{h(n,t)\}\rightrightarrows 0$ w każdym przedziale $0\leqslant t\leqslant t_0$ (zob. zadanie 2 na str. 133), więc $s\{h(n,t)\}\to 0$ i w konsekwencji $a+be^{-ns}\to a+b\cdot 0$.

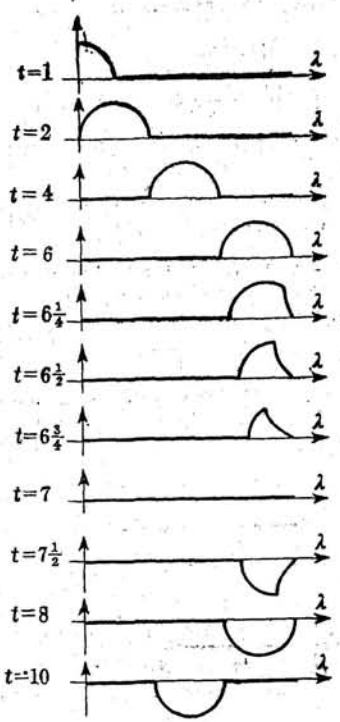
Str. 145. (α) $\frac{e^{-\beta s}}{s(1+e^{-\beta s})} = \frac{1}{s(1+e^{-\beta s})}\cdot e^{-\beta s}$ i korzystamy z poprzedniego przykładu.



Rys. 137.

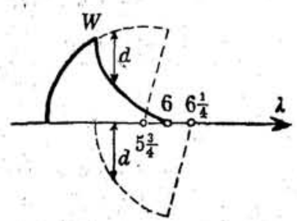
Rozdział 5

Str. 158. $\lambda_0=6$



Rys. 138.

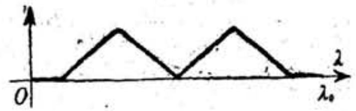
Sposób konstrukcji np. dla $t=6\frac{3}{4}$:



Rys. 139.

(Łuk, którego końce są na rysunku oznaczone przez W i 6, nie jest łukiem koła, lecz łukiem krzywej czwartego stopnia.)

Str. 160.



Rys. 140.

Str. 172. 1. Gdy $0\leqslant t\leqslant \frac{1}{2}\alpha\lambda_0$, to

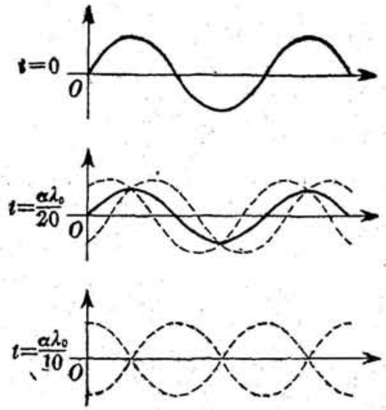
$$x(\lambda,t)=\begin{bmatrix} \mu\lambda\left(\lambda_0-\dfrac{2t}{\alpha}\right) & \text{dla} & 0\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{t}{\alpha} \\ \mu\lambda\left(\lambda_0-\dfrac{t^2}{\alpha^2}\right) & \text{dla} & \dfrac{t}{\alpha}\leqslant\lambda\leqslant\lambda_0-\dfrac{t}{\alpha} \\ \mu(\lambda_0-\lambda)\left(\lambda_0-\dfrac{2t}{\alpha}\right) & \text{dla} & \lambda_0-\dfrac{t}{\alpha}\leqslant\lambda\leqslant\lambda_0 \end{bmatrix};$$

gdy zaś $\frac{1}{2}\alpha\lambda_0\leqslant t\leqslant\alpha\lambda_0$, to

$$x(\lambda,t)=\begin{bmatrix} \mu\lambda\left(\lambda_0-\dfrac{2t}{\alpha}\right) & \text{dla} & 0\leqslant\lambda\leqslant\lambda_0-\dfrac{t}{\alpha} \\ \mu\left[\left(\lambda_0-\dfrac{t}{\alpha}\right)^2-\lambda(\lambda_0-\lambda)\right] & \text{dla} & \lambda_0-\dfrac{t}{\alpha}\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{t}{\alpha} \\ \mu(\lambda_0-\lambda)\left(\lambda_0-\dfrac{2t}{\alpha}\right) & \text{dla} & \dfrac{t}{\alpha}\leqslant\lambda\leqslant\lambda_0. \end{bmatrix}.$$

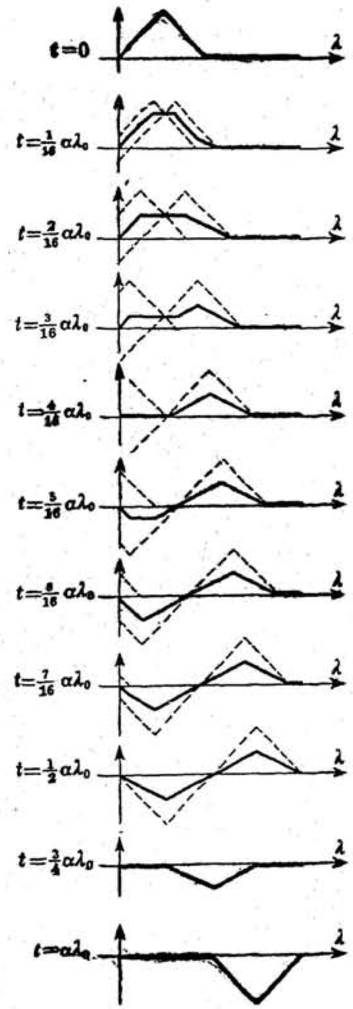
Dla $t>\alpha\lambda_0$ ruch powtarza się okresowo.

2. (α)



Rys. 141.

(β)



Rys. 142.

Rozdział 6

Str. 183. 1. $\sum\limits_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^3} = 1 + \sum\limits_{k=2}^{k=n} \frac{1}{k^3} < 1 + \int\limits_1^n \frac{dx}{x^3} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2n^2} < \frac{3}{2}.$

2. $$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^p} = 1 + \sum_{k=2}^{k=n} \frac{1}{k^p} < 1 + \int_1^n \frac{dx}{x^p} = $$
$$= 1 + \frac{1}{p-1} - \frac{1}{(p-1)n^{p-1}} < \frac{p}{p-1} \qquad (p>1).$$

3. $$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^p} > \int_1^{n+1} \frac{dx}{x^p} = \frac{1}{1-p}(n+1)^{1-p} - \frac{1}{1-p} \underset{n\to\infty}{\to} \infty \qquad (p<1).$$

Str. 184. (α) Wynika z udowodnionej zbieżności dla $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3}$.

(β) Jest to szereg: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)^2} = \frac{1}{4} + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)^2} < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$

Zbieżność ostatniego szeregu została poprzednio udowodniona.

Str. 186. (α) $\left|\frac{\sin nt}{n^2}\right| \leqslant \frac{1}{n^2}.$

(β) $\left|\frac{\cos nt}{n^2}\right| \leqslant \frac{1}{n^2}.$

(γ) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \frac{\cos(2n-1)\pi\lambda}{\lambda_0} = \cos\frac{\pi\lambda}{\lambda_0} + $$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \frac{\cos(2n+1)\pi\lambda}{\lambda_0},$$
$$\left|\frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \frac{\cos(2n+1)\pi\lambda}{\lambda_0}\right| < \frac{1}{4\lambda_0} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

Str. 188. (α) $\frac{1}{s^2+a^2} = \left\{\frac{1}{a}\sin at\right\}, \qquad \left|\frac{1}{a}\sin at\right| < \frac{1}{a}.$

(β) $\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\lambda\sqrt{s}} = \left\{\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{4t}\right)\right\}$. Funkcja w klamrach ma w punkcie $t = \frac{\lambda^2}{2}$ maksimum równe $\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{2}{\pi e}}$.

Str. 211. 1. $X''(\lambda) = svx''(\lambda).$
$$X''(\lambda) - \alpha^2 s X(\lambda) = svx''(\lambda) - \alpha^2 s^2 vx(\lambda) = sv[x''(\lambda) - \alpha^2 sx(\lambda)] = 0.$$
$$X(0) = sv \cdot x(0) = sv \cdot \frac{1}{s} = v.$$
$$X'(\lambda) = sv \cdot x'(\lambda).$$
$$X'(\lambda_0) = sv \cdot x'(\lambda_0) = sv \cdot 0 = 0.$$

Funkcja $X(\lambda) = \{X(\lambda, t)\}$ przedstawia zmiany temperatury w pręcie, który w chwili $t=0$ miał wszędzie temperaturę 0 i którego początkowi $\lambda=0$ nadajemy temperaturę $v = \{v(t)\}$, izolując jednocześnie koniec $\lambda = \lambda_0$.

2. $$X(\lambda) = \left\{\frac{2\pi}{\alpha^2\lambda_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (n-\tfrac{1}{2}) \sin\frac{(n-\frac{1}{2})\pi\lambda}{\lambda_0} \int_0^t v(t-\tau) \exp\left(-\frac{(n-\frac{1}{2})^2\pi^2}{\alpha^2\lambda_0^2}\tau\right) d\tau\right\}.$$

Str. 213. 1. $X''(\lambda) = -sv \cdot x''(\lambda).$
$$X''(\lambda) - \alpha^2 s \cdot x(\lambda) = -sv[x''(\lambda) - \alpha^2 s \cdot x(\lambda)] = 0.$$
$$X'(0) = -sv \cdot x'(0) = -sv \cdot \left(-\frac{1}{s}\right) = v.$$
$$X(\lambda_0) = -sv \cdot x(\lambda_0) = 0.$$

Funkcja $X(\lambda) = \{X(\lambda, t)\}$ przedstawia zmiany temperatury w pręcie, w którym odpływ ciepła przez punkt $\lambda=0$ określony jest funkcją $v = \{v(t)\}$, koniec zaś $\lambda = \lambda_0$ jest stale utrzymywany w temperaturze 0; w chwili $t=0$ cały pręt ma temperaturę 0.

2. $$X(\lambda) = -\left\{\frac{2}{\alpha^2\lambda_0} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\frac{(n-\frac{1}{2})\pi\lambda}{\lambda_0} \int_0^t v(t-\tau) \exp\left(-\frac{(n-\frac{1}{2})^2\pi^2}{\alpha^2\lambda_0^2}\tau\right) d\tau\right\}.$$

Str. 233. (α) $$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\lambda/s} = \frac{1}{\sqrt{s}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{1}{s^n} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} l^{n+\frac{1}{2}} =$$
$$= \left\{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{t^{n-\frac{1}{2}}}{\Gamma(n+\frac{1}{2})}\right\}.$$

Ponieważ
$$\Gamma(\tfrac{1}{2}) = \sqrt{\pi},$$
$$\Gamma(1+\tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{2}\Gamma(\tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{2}\sqrt{\pi},$$
$$\Gamma(2+\tfrac{1}{2}) = (1+\tfrac{1}{2})\,\Gamma(1+\tfrac{1}{2}) = \frac{1\cdot 3}{2^2}\sqrt{\pi},$$
$$\Gamma(3+\tfrac{1}{2}) = (2+\tfrac{1}{2})\,\Gamma(2+\tfrac{1}{2}) = \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2^3}\sqrt{\pi}$$

i ogólnie
$$\Gamma(n+\tfrac{1}{2}) = \frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2^n}\sqrt{\pi} = \frac{(2n)!}{2^n \cdot 2\cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2n}\sqrt{\pi} = \frac{(2n)!}{2^{2n} n!}\sqrt{\pi},$$

więc
$$\frac{1}{s} e^{-\lambda/s} = \left\{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{2^{2n} n!\, t^{n-\frac{1}{2}}}{(2n)!\sqrt{\pi}}\right\} = \left\{\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2\sqrt{\lambda t})^{2n}}{(2n)!}\right\} =$$
$$= \left\{\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos 2\sqrt{\lambda t}\right\}.$$

(β) Żądany wzór znajdujemy z poprzedniego, zastępując λ przez $-\lambda$.

(γ) $$\frac{1}{s^2}e^{-\lambda/s}=\frac{1}{s^2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\lambda^n}{n!}\,\frac{1}{s^n}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\lambda^n}{n!}l^{n+2}=$$
$$=\left\{\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\lambda^n}{n!}\,\frac{t^{n+1}}{(n+1)!}\right\}=\left\{\sqrt{\frac{t}{\lambda}}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\sqrt{\lambda n})^{2n+1}}{2^{2n+1}n!\,(n+1)!}\right\}=$$
$$=\left\{\sqrt{\frac{t}{\lambda}}J_1(2\sqrt{\lambda t})\right\}.$$

CZĘŚĆ III

Rozdział 1

Str. 260. (α) $x=c\cdot e^{-4\lambda s}$.

(β) $x=c\cdot e^{-\lambda s}$.

(γ) $x=c_1\cdot e^{\lambda s}+c_2\cdot e^{-\lambda s}$.

(δ) $x=c_1\cdot e^{-\lambda}+c_2\cdot e^{-\lambda s}+c\cdot e^{-\lambda/s}$.

(ε) $x=0$.

Str. 271. (α) $x(\lambda)=\frac{1}{s}\cdot e^{-4\lambda s}$.

(β) $x(\lambda)=e^{(1-\lambda)s}$.

(γ) $x(\lambda)=\frac{s}{1+e^{-s}}\cdot(e^{(\lambda-1)s}+e^{-\lambda s})$.

(δ) $x(\lambda)=-e^{-\lambda}+2e^{-\lambda/s}$.

Rozwiązania są jedyne.

Rozdział 2

Str. 274. (α) $x_0(\lambda)=\frac{1}{s}(a\lambda+b)$.

(β) $x_0(\lambda)=-\frac{6}{s^4}+\frac{3}{s^2}\lambda^2+\frac{1}{s}\lambda^3$.

(γ) $x_0(\lambda)=\frac{s^2-4}{2s^4}\lambda^2+\frac{1}{6s^2}\lambda^4$.

Str. 276. (α) $x_0(\lambda)=\frac{1}{s^2}\cdot e^{-\lambda s}$.

(β) $x_0(\lambda)=\frac{\lambda^2}{2}\cdot e^{-\lambda s}$.

(γ) $x_0(\lambda)=\frac{\lambda}{s}\cdot e^{-\lambda s}$.

Str. 277. (α) $x_0(\lambda)=\left(\frac{4(1+5s)}{s^3(s-1)^4}+\frac{8}{s^2(s-1)^3}\lambda+\frac{1}{s^2(s-1)^2}\lambda^2\right)\cdot e^{-\lambda s}$.

(β) $x_0(\lambda)=\left(\frac{3\lambda^2}{16s^2}+\frac{\lambda^3}{12s\sqrt{s}}+\frac{\lambda^4}{48s}\right)\cdot e^{-\lambda\sqrt{s}}$.

Str. 278. (α) $x_0(\lambda)=\frac{s^2}{1}+\frac{\lambda}{s}+\frac{e^{\lambda}}{1-s+s^2}$.

(β) $x_0(\lambda)=\frac{\lambda}{3s^2}\cdot e^{-s\lambda}+\frac{1}{2s^3}\cdot e^{s\lambda}$.

(γ) $x_0(\lambda)=1-\frac{e^{-\lambda}}{(s-1)^2}-\frac{e^{2\lambda}}{s(2s+1)(s+2)}$.

Str. 279. (α) $x_0(\lambda)=\left(\frac{\lambda}{4s^3}-\frac{\lambda^3}{6s}\right)\cdot\cos\lambda s+\frac{\lambda^2}{4s^2}\cdot\sin\lambda s$.

(β) $$x_0(\lambda)=\frac{-\lambda}{s(s-1)}\cos\lambda s+$$
$$+\frac{2}{s(s-1)^2}\sin\lambda s-[2s\cdot\cos\lambda s+(s^2-s-1)\sin\lambda s]\cdot\frac{e^{\lambda}}{s^4-2s^3+3s^2+2s+1}.$$

(γ) $x_0(\lambda)=-\frac{1}{s^2}-\frac{\lambda}{2s\sqrt{s}}\sin\lambda\sqrt{s}$.

Str. 281. (α) $x(\lambda)=\frac{1}{s^3}(6e^{-2s\lambda}-5e^{-3s\lambda}+1)$.

(β) $$x(\lambda)=\left[\frac{1}{1-e^{-s}}\left(\frac{1}{2}e^{-s}-\frac{4}{s^3}+\frac{12}{s^2}-\frac{23}{3s}+\frac{13}{6}-s\right)+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{4}{s^3}-\frac{10}{s^2}+\frac{2}{s}\right)\lambda+\left(-\frac{2}{s^2}+\frac{5}{s}-\frac{1}{2}\right)\lambda^2+\left(\frac{2}{3s}-\frac{5}{3}+s\right)\lambda^2\right]\cdot e^{-2\lambda s}+$$
$$+\frac{1}{1-e^{-s}}\left(\frac{4}{s^3}-\frac{12}{s^2}+\frac{23}{3s}-\frac{8}{3}+s\right)\cdot e^{-3\lambda s}.$$

(γ) $x(\lambda)=e^{\lambda/s}+\sin\lambda\sqrt{s}$.

(δ) $$x(\lambda)=\left[\frac{1}{s}-\frac{\lambda}{4\sqrt{2}(s^2-1)}\right]\cdot\cos\lambda\sqrt{2}+$$
$$+\left[\frac{1}{s\cdot\sin 2\sqrt{2}}-\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{2\sqrt{2}(s^2-1)}\right)\operatorname{ctg}2\sqrt{2}\right]\cdot\sin\lambda\sqrt{2}.$$

(ε) $x(\lambda)=e^{\lambda\sqrt{2}}+\frac{\sin\lambda\sqrt{2}}{8(s^2+1)}$.

Rozdział 3

Str. 289. (α) $x(\lambda,t)=\lambda+\sin\lambda\cdot\operatorname{sh}t$.

(β) $x(\lambda,t)=e^{-\lambda}[(2-t^2)\sin t-2t\cdot\cos t+2\lambda(\sin t-t\cdot\cos t)+\lambda^2\cdot\sin t]+\frac{2}{t^2}$.

(γ) Dla $0\leqslant t\leqslant\lambda$:

$$x(\lambda,t)=e^{\lambda}(-2t+t^2-e^{-t}+\cos t+\sin t);$$

dla $0\leqslant\lambda\leqslant t$:

$$x(\lambda,t)=e^{\lambda}(-2t+t^2+\cos t+\sin t)+2(t-\lambda)-(t-\lambda)^2-\cos(t-\lambda)-\sin(t-\lambda).$$

(δ) Dla $0\leqslant t<\lambda$:

$$x(\lambda,t)=\frac{t^4}{24}+\left(1-\frac{t^3}{6}\right)\lambda;$$

dla $0\leqslant\lambda<t$:

$$x(\lambda,t)=\frac{t^4}{24}+\left(1-\frac{t^3}{6}\right)\lambda+(t-\lambda)^2\sqrt{\frac{t-\lambda}{\pi}}-\frac{(t-\lambda)^4}{24}+\frac{5}{2}(t-\lambda)\lambda\sqrt{\frac{t-\lambda}{\pi}}.$$