

MONOGRAFIE MATEMATYCZNE

TOM XXIX

02338(09.1)

FRANCISZEK LEJA

FUNKCJE
ANALITYCZNE
i
HARMONICZNE

TOM I

NAKŁADEM POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Z SUBWENCJI MINISTERSTWA SZKOLNICTWA WYŻSZEGO

WARSZAWA — WROCŁAW 1952

02338

COPYRIGHT, 1952, by MONOGRAFIE MATEMATYCZNE
 WARSZAWA (Poland) Śniadeckich 8

All Rights Reserved

No part of this book may be translated or reproduced
 in any form, by mimeograph or any other means,
 without permission in writing from the publishers.



PRINTED IN POLAND

Polskie Towarzystwo Matematyczne — Warszawa

Nakład 3000 egz.
 Stronic druku IV+174
 Papier druk. sat. kl. V, 70/100, 80 g

Wydanie pierwsze

Druk rozpoczęto w sierpniu 1951
 Druk ukończono w lipcu 1952
 Zam. nr 53/51 — F-2-11607

Wrocławska Drukarnia Naukowa, Świeroszewskiego 19

K
 15.10.52
 Druk

PRZEDMOWA

Książka niniejsza powstała z wykładów, jakie miałem w Uniwersytecie Jagiellońskim od r. 1945. Wykłady te wyszły najpierw w formie skryptu pt. *Funkcje analityczne i harmoniczne*, Kraków 1948, str. 271; obecnie część skryptu w postaci nieco zmienionej ukazuje się w druku jako tom I. Tom ten obejmuje wiadomości podstawowe o funkcjach analitycznych jednej zmiennej.

Tom II obejmuje dalsze własności funkcji analitycznych jednej zmiennej (np. własności brzegowe), odwzorowania konforemne, funkcje harmoniczne wraz z problemem Dirichleta i wiadomości podstawowe o funkcjach analitycznych wielu zmiennych.

Ukazanie się tej książki zawdzięczam Koledze M. Starkowi, kierownikowi Działu Wydawnictw Polskiego Towarzystwa Matematycznego, i Komitetowi Redakcyjnemu „Monografii Matematycznych”, za co składam Im szczerze podziękowanie.

Franciszek Leja

Kraków, w czerwcu 1952 r.

SKOROWIDZ NAZW

Liczby oznaczają stronicę.

Abela całka 164, — twierdzenie 28.
Algebraiczna funkcja 156, — n -go stopnia 158.
Algebraiczne punkty osobliwe 155, — e_j funkcji rodzaju 159, — y punkt rozgałęzienia 155.
Algebry zasadnicze twierdzenie 70.
Analityczna funkcja n -znaczna 105, — w obszarze 39, — w punkcie 39, — jednoznaczna 100, 105, — nieskończenie wieloznaczna 105, — pełna 105, — wieloznaczna 100, 105.
Analityczne przedłużenie bezpośrednie 99, — pośrednie 99.
Analityczny punkt funkcji wieloznacznej 106.
Argument główny liczby zespolonej 3, — liczby zespolonej 3, — u przyrost 90, — u zasada 90.
Arytmetyczny pierwiastek 4.
Asymptotyczna równość 132.

Bernoulliego liczby 67.
Bezpośrednie przedłużenie analityczne 99.
Bezwzględnie zbieżny iloczyn 115, — szereg 8.
Biegun m -krotny (biegun rzędu m) funkcji 82, 84, — rozgałęzienia 155, — a część główna 82.
Bolzano-Weierstrassa twierdzenie 14.
Borela twierdzenie (o pokryciu) 14.
Brzegowy punkt osobliwy 101, — regularny (przedłużalności) 101, — zbioru 13.

Całka Abela 164, — eliptyczna 112, 113, — eliptyczna Legendre'a 113, — eliptyczna Weierstrassa 113, — Eulera I rodzaju 133, — Eulera II rodzaju 133, — Fresnela 89, — hipereleptyczna 112, 113, — krzywoliniowa 47, — niewłaściwa 75, — niewłaściwa jednoznacznie zbieżna 75, — zwykła 46, — eliptycznej okres 112, — i okres 110.
Całkowe twierdzenie Cauchy'ego 54, — y wzór Cauchy'ego 62.

Całkowita funkcja 69, — przestępna 69, — rzędu nieskończonego 124, — rzędu skończonego 123, — wymierna 69.
Casoratiego-Weierstrassa twierdzenie 83.
Cauchy'ego iloczyn szeregów 10, — kryterium jednostajnej zbieżności ciągu funkcyjnego 25, — kryterium zbieżności szeregu 9, — nierówność 64, — twierdzenie całkowite 54, — warunek 7, — wzór całkowity 62.
Cauchy-Hadamarda twierdzenie 27.
Cauchy-Riemanna równania 38, 42.
Ciąg funkcji jednostajnie ograniczony 73, — funkcyjny 25, — funkcyjny jednoznacznie zbieżny 25, — ograniczony 6, — zbieżny 6, — u granica 6, — u punkt skupienia 6, 18, — u zbieżność do punktu w nieskończoności 18.
Ciągła funkcja 23, — zespolona 15.
Cząstkowy iloczyn 115.
Część główna bieguna 82, — osobliwa funkcji 81, — regularna funkcji 81, — rzeczywista funkcji zespolonej 24, — rzeczywista liczby zespolonej 1, 5, — urojona funkcji zespolonej 24, — urojona liczby zespolonej 1, 5.

D'Alemberta kryterium zbieżności szeregu 9.
Dirichleta kryterium jednostajnej zbieżności szeregu funkcyjnego 26, — kryterium zbieżności szeregu 10, — szereg 34.
Domknięta płaszczyzna 18, — y obszar 14, — y zbiór 13.
Dowolnie przedłużalna funkcja 107.
Dwumienny szereg 65.
Dwuokresowa funkcja 137.
Dwustosunek 45.
Dzeta funkcja Riemanna 72.
Element funkcji 104, 105.
Elementy nieregularne funkcji 155, — regularne funkcji 155.

Eliptyczna całka 112, 113, — całka Legendre'a 113, — całka Weierstrassa 113, — funkcja 142, — powierzchnia (krzywa) 149, 162, — powierzchnia Weierstrassa 149, — e_j całki okres 112.
Eulera całka I i II rodzaju 133, — funkcja 130, — funkcja beta 133, — funkcja gamma 75, — wzory 30.

Fresnela całka 89.

Funkcja algebraiczna 156, — algebraiczna n -go stopnia 158, — analityczna jednoznaczna 100, 105, — analityczna n -znaczna 105, — analityczna nieskończenie wieloznaczna 105, — analityczna pełna 105, — analityczna w obszarze 39, — analityczna w punkcie 39, — analityczna wieloznaczna 100, 105, — beta Eulera 130, — całkowita 69, — całkowita przestępna 69, — całkowita rzędu nieskończonego 124, — całkowita rzędu skończonego 123, — całkowita wymierna 69, — ciągła w punkcie 23, — ciągła w zbiorze 23, — dowolnie przedłużalna 107, — dwuokresowa 137, — dzeta Riemanna 72, — eliptyczna 142, — Eulera 130, — gamma Eulera 75, — harmoniczna 75, — holomorficzna 39, — homograficzna 43, — jednokrotna (jednolistna) 22, — jednookresowa 137, — jednostajnie ciągła 23, — liniowa 24, — meromorficzna 126, — modułowa 148, — nieparzysta 30, — odwrotna 24, — odwrotna względem funkcji analitycznej 106, — odwrotna względem funkcji wykładniczej 33, — ograniczona 22, — okresowa 136, — parzysta 30, — pierwotna 50, — przedłużalna poprzez punkt brzegowy 101, — przestępna 156, — regularna w nieskończoności 85, — regularna (w obszarze, w punkcie) 39, — Riemanna 133, — różniczkowalna 36, — Weierstrassa 122, 129, 130, — wielokrotna (wielolistna) 22, — wykładnicza 30, — wymierna 22, — zespolona zmiennej rzeczywistej 15, — zespolona zmiennej zespolonej 22, — e harmoniczne sprzężone 77, — e symetryczne podstawowe 156, — e trygonometryczne 30, — e współokresowe 141, — i algebraicznej rodzaju 159, — i biegun m -krotny (biegun rzędu m) 82, 84, — i ciąg jednostajnie ograniczony 73, — i część osobliwa 81, — i część regularna 81, — i element 104, 105, — i elementy nieregularne 155, — i elementy regularne 155, — i linia osobliwa (granica naturalna) 101, — i obszar istnienia 22, — i okres 136, — i osobli-

wość usuwalna 82, — i pas okresowości 138, — i punkt istotnie osobliwy 82, 84, — i punkt osobliwy 101, — i punkt osobliwy odosobniony 81, — i punkt regularny 81, 84, — i punkt rozgałęzienia 108, 152, — i punkt zerowy (zero) 65, — i residuum 86, — i rząd 124, — i wartość średnia 52, — i wieloznacznej punkt analityczny 106, — i zbiór wartości 22, — i zero k -krotne 65, — i zespolonej części rzeczywistej 24, — i zespolonej części urojonej 24, — i zespolonej pochodna 15, — i zespolonej zmiennej rzeczywistej granica 15, — i zespolonej zmiennej zespolonej granica 23.
Funkcyjny ciąg 25, — ciąg jednostajnie zbieżny 25, — szereg 25, — szereg jednostajnie zbieżny 25, — szereg zbieżny 25.

Gałąz funkcji analitycznej (funkcja analityczna) 100, 105, — jednoznaczna logarytmu 32, — jednoznaczna n -go pierwiastka 33, — jednoznaczna potęgi 33.
Gamma funkcja Eulera 75.
Geometryczny punkt 106, — szereg 9.
Główna część bieguna 82, — wartość potęgi liczby zespolonej 32, — y argument liczby zespolonej 3, — y logarytm liczby zespolonej 32.
Granica ciągu 6, — funkcji zespolonej 15, — funkcji zespolonej zmiennej zespolonej 23, — naturalna (linia osobliwa) funkcji 101.

Harmoniczna funkcja 75, — ie sprzężone funkcje 77.
Hipereleptyczna całka 112, 113.
Hipergeometryczne równanie różniczkowe 67, — y szereg 33.
Hipoteza Riemanna 134.
Holomorficzna funkcja 39.
Homeomorficzne przekształcenie 94.
Homograficzna funkcja 43, — e odwzorowanie 43.
Homotetia 25.

Iloczyn bezwzględnie zbieżny 115, — Cauchy'ego szeregów 10, — cząstkowy 115, — liczb zespolonych 2, — rozbieżny 115, — zbieżny 115, — zbiorów 13, — u nieskończonego wartość 115.
Iloraz liczb zespolonych 2.
Indeks punktu 91.
Inwersja 43.
Istotnie osobliwy punkt funkcji 82, 84.

Jednokrotna (jednostlna) funkcja 22.
Jednookresowa funkcja 137.
Jednospójny obszar 14.
Jednostajnie ciągła funkcja 23, — ograniczony ciąg funkcji 73, — zbieżna całka niewłaściwa 75, — zbieżny ciąg funkcyjny 25, — zbieżny szereg funkcyjny 25.
Jednostka urojona 1.
Jednoznaczna funkcja analityczna 100, 105, — gałąź logarytmu 32, — gałąź n -go pierwiastka 33, — gałąź potęgi 33.
Jordana krzywa 17, — krzywa skierowana dodatnio 17, — krzywej wewnątrz 17, — krzywej zewnątrz 17.
Kierunek krzywej 16.
Koło zbieżności szeregu potęgowego 27.
Konforemne odwzorowanie 94.
Koniec linii (krzywej) 16.
Kontur 17.
Kryterium Cauchy'ego zbieżności szeregu 9, — Cauchy'ego jednostajnej zbieżności ciągu funkcyjnego 25, — d'Alemberta zbieżności szeregu 9, — Dirichleta zbieżności szeregu 10, — Dirichleta jednostajnej zbieżności szeregu funkcyjnego 26, — porównawcze zbieżności szeregu 9, — Weierstrassa jednostajnej zbieżności szeregu funkcyjnego 25.
Krzywa (linia) 15, — Jordana 17, — Jordana skierowana dodatnio 17, — (powierzchnia) eliptyczna 149, 162, — regularna 16, — zamknięta 17, — *ej* Jordana wewnątrz 17, — *ej* Jordana zewnątrz 17, — *ej* kierunku 16, — *ej* (linii) koniec 16, — *ej* (linii) początek 16.
Krzywoliniowa całka 47.
Lamberta szereg 12.
Laplace'a równanie różniczkowe 75.
Laurenta szereg 79.
Legendre'a eliptyczna całka 113.
Liczba odwrotna do liczby zespolonej 2, — rzeczywista 1, — sprzężona do liczby zespolonej 2, — symetryczna do liczby zespolonej 2, — urojona 1, — zespolona 1.
Liczbowa płaszczyzna 1.
Liczby Bernoulliego 67.
Liczby zespolonej argument 3, — argument główny 3, — część rzeczywista 1, 5, — część urojona 1, 5, — logarytm 31, — logarytm główny 32, — moduł (wartość bezwzględna) 3, — pierwiastek 4, — postać trygonometryczna 3, — potęga 32.
Linia (krzywa) 15, — osobliwa (granica naturalna) funkcji 101, — *i* (krzywej)

kierunek 16, — *i* (krzywej) koniec 16, — *i* (krzywej) początek 16.
Liniowa funkcja 24, — *e* przekształcenie 43.
Liouville'a twierdzenie 69.
Logarytm główny liczby zespolonej 32, — liczby zespolonej 31, — *u* jednoznaczna gałąź 32.
Lukowy szereg 102.

Łańcuch szeregów potęgowych 103.
Łączności prawa dla liczb zespolonych 2.
Luk regularny 16, — zwykły 16.

Majoranta szeregu funkcyjnego 25.
Maksimum zasada 70.
Meromorficzna funkcja 126.
Mittag-Lefflera twierdzenie 127.
Moduł (wartość bezwzględna) liczby zespolonej 3.
Modułowa funkcja 148.
Moirre'a wzór 4.
Morery twierdzenie 66.

Nadzbieżny szereg 34.
Naturalna granica (linia osobliwa) funkcji 101.
Nieeuklidesowa odległość 97.
Nieparzysta funkcja 30.
Nieregularny element funkcji 155.
Nierówność Cauchy'ego 64.
Nieskończenie wieloznaczna funkcja analityczna 105.
Nieskończonego iloczynu wartość 115, — rzędu funkcja całkowita 124.
Niewłaściwa całka 75, — jednostajnie zbieżna 75.
Niewłaściwy okrąg 19.
Niezmienniki 147.

Obrót dokoła punktu 25.
Obszar 14, — domknięty 14, — istnienia funkcji 22, 105, — jednospójny 14, — wielospójny 14.
Odległość nieeuklidesowa 97.
Odosobniony punkt osobliwy funkcji 81, — zbioru 13.
Odwrotna funkcja 24, — funkcja względem funkcji analitycznej 106, — funkcja względem funkcji wykładniczej 33, — liczba do liczby zespolonej 2.
Odwzorowanie 22, — homograficzne 43, — konforemne 94, — p -krotne 92, — równokątne z zachowaniem zwrotu 41, — równokątne ze zmianą zwrotu 42.
Ograniczona funkcja 22, — *y* jednostajnie ciąg funkcji 73, — *y* zbiór 13.
Okres całki 110, — całki eliptycznej 112, — funkcji 136, — pierwotny 137, — *ów* pierwotnych para 137.

Okresowa funkcja 136.
Określi niewłaściwe 19.
Osobliwa część funkcji 81, — linia (granica naturalna) funkcji 101, — *y* istotnie punkt funkcji 82, 84, — *y* pozornie punkt 82, — *y* punkt brzegowy 101, — *y* punkt funkcji 101, — *y* punkt odosobniony funkcji 81.
Osobliwe punkty algebraiczne 155, — przestępne 155.
Osobliwość usuwalna funkcji 82.
Oś rzeczywista 1, — urojona 1.
Otoczenie pierścieniowe punktu 23, — pierścieniowe otoczenie punktu ∞ , 18, 84, — punktu 13, 18.
Otwarta płaszczyzna 18, — *y* zbiór 13.

Para okresów pierwotnych 137.
Parsevala równość 53.
Parzysta funkcja 30.
Pas okresowości funkcji 138.
Pełna funkcja analityczna 105.
Picarda twierdzenie 83.
Pierścieniowe otoczenie punktu 23, — punktu ∞ 84.
Pierwiastek arytmetyczny 4, — k -krotny 85, — liczby zespolonej 4, — n -ty liczby zespolonej 4, — n -ka n -go jednoznaczna gałąź 33.
Pierwotna funkcja 50, — *y* okres 137, — *ych* okresów para 137.
Płaszczyzna domknięta 18, — liczbowa 1, — otwarta 18.
Pochodna funkcji zespolonej 15.
Pochodna zespolona 36.
Pochodny szereg 39.
Podobieństwa stosunek 25.
Podobieństwo środkowe 25.
Podstawowe funkcje symetryczne 156.
Pokrywa uniwersalna 164.
Początek linii (krzywej) 16.
Pole 22.
Porównawcze kryterium zbieżności szeregu 9.
Postać trygonometryczna liczby zespolonej 3.
Pśrednie przedłużenie analityczne 99.
Potencjał regularny 76.
Potęga liczby zespolonej 32, — *i* jednoznaczna gałąź 33, — *i* wartość główna 32.
Potęgowego szeregu koło zbieżności 27, — promień zbieżności 27, — środek 26, 27.
Potęgowy szereg 26, 27, — *ych* szeregów łańcuch 103.
Powierzchnia eliptyczna Weierstrassa 149, — (krzywa) eliptyczna 149.
Pozornie osobliwy punkt 82.
Prawa łączności dla liczb zespolonych 2, — przemienności dla liczb zespolonych 2.

Prawie wszystkie wyrazy ciągu 6.
Prawo rozdzielności dla liczb zespolonych 2.
Promień zbieżności szeregu potęgowego 27.
Proste ułamki 127.
Przedłużalności punkt (brzegowy regularny) 101.
Przedłużenie analityczne bezpośrednie 99, — pośrednie 99.
Przedłużenie szeregu 103.
Przekształcenie homeomorficzne 94, — liniowe 43.
Przeliczalny zbiór 13.
Przemienności prawa dla liczb zespolonych 2.
Przestępna funkcja 156, — całkowita 69.
Przestępne punkty osobliwe 155.
Przesunięcie 24.
Przyrost argumentu 90.
Punkt analityczny funkcji wieloznacznej 106, — brzegowy zbioru 13, — geometryczny 106, — istotnie osobliwy funkcji 82, 84, — odosobniony zbioru 13, — osobliwy funkcji 101, 105, — osobliwy odosobniony funkcji 81, — pozornie osobliwy 82, — przedłużalności (brzegowy regularny) 101, — regularny funkcji 81, 84, — rozgałęzienia algebraiczne 155, — rozgałęzienia funkcji 108, 152, — skupienia ciągu 6, 18, — skupienia zbioru 13, — w nieskończoności 17, — wewnętrzny zbioru 13, — wyjątkowy 75, — zerowy (zero) funkcji 65, — zewnętrzny zbioru 13, — *u* indeks 91, — otoczenie pierścieniowe 84, — *u* otoczenie 13, 18, — otoczenie pierścieniowe 23, — *y* symetryczne względem okręgu 18.
Punkty osobliwe algebraiczne 155, — przestępne 155.

Regularna część funkcji 81, — funkcja (w obszarze, w punkcie) 39, — krzywa 16, — w nieskończoności funkcja 85, — *y* łuk 16, — *y* potencjał 76, — *y* punkt brzegowy 101, — *y* punkt funkcji 81, 84.
Regularne elementy funkcji 155.
Residuum funkcji 86.
Riemanna funkcja 133, — funkcja dzeta 72, — hipoteza 134, — twierdzenie 82.
Riemanna-Schwarza zasada symetrii 104.
Rodzaj funkcji algebraicznej 159.
Rouchégo twierdzenie 91.
Rozbieżny iloczyn 115, — szereg 8.
Rozdzielności prawo dla liczb zespolonych 2.
Rozgałęzienia biegun 155, — punkt algebraiczny 155, — rząd 152.

Rozłączne zbiory 13.
 Równania Cauchy-Riemanna 38, 42.
 Równanie różniczkowe hipergeometryczne 67, — Laplace'a 75.
 Równanie stycznej 16.
 Równokątne odwzorowanie z zachowaniem zwrotu 41, — ze zmianą zwrotu 42.
 Równoległobok okresowości funkcji 140.
 Równość asymptotyczna 132, — Parsevala 53.
 Różnica liczb zespolonych 2.
 Różniczkowalna funkcja 36.
 Różniczkowe równanie hipergeometryczne 67, — Laplace'a 75.
 Rząd funkcji 124, — rozgałęzienia 152.
 Rzeczywista część funkcji zespolonej 24, — część liczby zespolonej 1, 5, — liczba 1, — oś 1, — *ej* zmiennej funkcja zespolona 15.
 Rzędu *m* biegun (biegun *m*-krotny) funkcji 82, — nieskończonego funkcja całkowita 124, — skończonego funkcja całkowita 123.
 Rzut stereograficzny 17.
 Skierowana dodatnio krzywa Jordana 17.
 Skończonego rzędu funkcja całkowita 123.
 Skupienia punkt ciągu 6, 18, — zbioru 13.
 Spójny zbiór 13.
 Sprzężona liczba do liczby zespolonej 2, — *e* harmonicznie funkcje 77.
 Stereograficzny rzut 17.
 Stirlinga wzór 132.
 Stosunek podobieństwa 25.
 Stycznej równanie 16.
 Suma liczb zespolonych 2, — zbiorów 13.
 Symetria względem okręgu 18, — względem osi 25, — *i* zasada Riemanna-Schwarza 104.
 Symetryczna liczba do liczby zespolonej 2, — *e* funkcje podstawowe 156, — *e* względem okręgu punkty 18.
 Szereg bezwzględnie zbieżny 8, — Dirichleta 34, — dwumienny 65, — funkcyjny 25, — funkcyjny jednostajnie zbieżny 25, — funkcyjny zbieżny 25, — geometryczny 9, — hipergeometryczny 33, — Lamberta 12, — Laurenta 79, — lukowy 102, — nadzbieżny 34, — Fouriera 139, — pochodny 39, — potęgowy 26, 27, — przedłużalny wzdłuż krzywej 103, — rozbieżny 8, — Taylora 64, — warunkowo zbieżny 8, — zbieżny 8, — *ów* iloczyn Cauchy'ego 10, — *ów* potęgowych łańcuch 103, — *u* funkcyjnego majoranta 25, — *u* przedłużenie 103.
 Szeregu potęgowego koło zbieżności 27, — promień zbieżności 27, — środek 26.

Średnia wartość funkcji 52.
 Średnica zbioru 13.
 Środek szeregu potęgowego 26, 27.
 Środkowe podobieństwo 25.

Taylor'a szereg 64.
 Trygonometryczna funkcja 30.
 Twierdzenie Abela 28, — Bolzano-Weierstrassa 14, — Borela (o pokręcin) 14, — całkowite Cauchy'ego 54, — Casoratiego-Weierstrassa 83, — Cauchy-Hadamarda 27, — Liouville'a 69, — Mittag-Lefflera 127, — Morery 66, — o lokalnym odwracaniu funkcji analitycznej 93, — o monodromii 108, — o residuach 86, — Picarda 83, — Riemanna 82, — Rouchégo 91, — Vitaliego 73, — Weierstrassa 71, — Weierstrassa o rozkładzie 118, — zasadnicze algebry 70.

Ułamki proste 127.
 Uniformizacja 149, 154.
 Uniwersalna pokrywa 164.
 Urojona część funkcji zespolonej 24, — część liczby zespolonej 1, 5, — jednostka 1, — liczba 1, — oś 1.
 Usuwalna osobliwość funkcji 82.

Vitaliego twierdzenie 73.

Wallisa wzór 122.
 Wartość bezwzględna (liczby zespolonej) 3, — funkcji w punkcie 105, — główna potęgi liczby zespolonej 32, — iloczyn nieskończonego 115, — średnia funkcji 52.
 Warunek Cauchy'ego 7.
 Warunkowo zbieżny szereg 8.
 Weierstrassa całka eliptyczna 113, — funkcja 122, 129, 130, — kryterium jednostajnej zbieżności szeregu funkcyjnego 25, — powierzchnia eliptyczna 149, — twierdzenie 71, — twierdzenie o rozkładzie 118.
 Wewnętrzny punkt zbioru 13.
 Wielokrotna (wielolistna) funkcja 22.
 Wielomian 69, — *n*-go stopnia 22.
 Wielospójny obszar 14.
 Wieloznaczna funkcja analityczna 100, 105, — *ej* funkcji punkt analityczny 106.
 Wierzchołek cyklu 163.
 Wnętrze krzywej Jordana 17.
 Współokresowe funkcje 141.
 Wyjątkowy punkt 75.
 Wykładnicza funkcja 30.
 Wymierna funkcja 22, — całkowita 69.

Wyodróżnik 147.
 Wzory Eulera 30.
 Wzór całkowy Cauchy'ego 62, — Moivre'a 4, — Stirlinga 132, — Wallisa 122.

Zamknięta krzywa 17.
 Zasada argumentu 90, — maksimum 70, — symetrii Riemanna-Schwarza 104.
 Zasadnicze twierdzenie algebry 70.
 Zbieżność ciągu do punktu w nieskończoności 18, — funkcji do nieskończoności 23.
 Zbieżny bezwzględnie iloczyn 115, — bezwzględnie szereg 8, — ciąg 6, — iloczyn 115, — jednostajnie ciąg funkcyjny 25, — jednostajnie szereg funkcyjny 25, — szereg 8, — szereg funkcyjny 25, — warunkowo szereg 8.
 Zbiorów iloczyn 13, — suma 13.
 Zbioru punkt brzegowy 13, — punkt

osobniony 13, — punkt skupienia 13, — punkt wewnętrzny 13, — punkt zewnętrzny 13, — średnica 13.
 Zbiory rozłączne 13.
 Zbiór domknięty 13, — ograniczony 13, — otwarty 13, — przeliczalny 13, — spójny 13, — wartości funkcji 22.
 Zero *k*-krotne funkcji 65, — (punkt zero) funkcji 65.
 Zerowy punkt (zero) funkcji 65.
 Zespolona funkcja ciągła 15, — zmiennej rzeczywistej 15, — zmiennej zespolonej 22.
 Zespolona liczba 1, — pochodna 36.
 Zespolonej funkcji część rzeczywista 24, — część urojona 24, — granica 15, — pochodna 15.
 Zespolonej liczby logarytm 31, — logarytm główny 32, — potęga 32.
 Zewnętrzna krzywej Jordana 17.
 Zewnętrzny punkt zbioru 13.
 Zwykły łuk 16.
 Zwykła całka 46.



SKOROWIDZ NAZWISK

Liczby oznaczają stronicę.

Abel 28, 143.	Laurent 79. Legendre 113. Leja 7, 54, 75, 76, 131. Liouville 69.
Bliss 159. Bolzano 14. Borel 14.	Mittag-Leffler 128. Moivre 4. Morera 66.
Casorati 83. Cauchy 9, 10, 25, 27, 38, 54.	Ostrowski 34.
D'Alembert 9. Descartes 3. Dirichlet 10, 26.	Parseval 53. Picard 83. Poincaré 105. Priwałow 55.
Euler 30, 130, 133.	Riemann 38, 54, 94, 159. Rouché 91.
Fresnel 89.	Saks 148.
Gauss 3, 130. Goursat 54, 112. Green 54.	Taylor 64.
Hadamard 27, 102. Hamilton 3. Hurwitz 92.	Vitali 73.
Jacobi 143. Jordan 17.	Wallis 122. Weierstrass 14, 25, 71, 83, 115, 118, 130
Lambert 12. Laplace 75	Zygmund 148.

SPIS RZECZY

PRZEDMOWA	Str. III
CZĘŚĆ PIERWSZA. LICZBY I FUNKCJE ZESPOLONE.	
ROZDZIAŁ I. LICZBY ZESPOLONE.	
1. Liczby zespolone i punkty płaszczyzny	1
2. Moduł i argument liczby	3
3. Nierówności	5
4. Ciągi liczbowe	6
5. Szeregi liczbowe	8
ROZDZIAŁ II. ZBIORY PUNKTÓW NA PŁASZCZYŹNIE.	
6. Zbiory dowolne. Obszary	13
7. Funkcja zespolona zmiennej rzeczywistej	15
8. Krzywe regularne. Kontury	15
9. Punkt w nieskończoności	17
10. Symetria względem okręgu lub prostej	19
ROZDZIAŁ III. FUNKCJE ZMIENNEJ ZESPOLONEJ.	
11. Funkcje ciągłe i odwzorowania zbiorów płaskich	22
12. Ciągi i szeregi funkcyjne	25
13. Szeregi potęgowe	26
14. Funkcje e^z , $\sin z$, $\cos z$	30
15. Logarytm i potęga	31
16. Funkcje $\log z$ i z^a	32
ROZDZIAŁ IV. FUNKCJE ANALITYCZNE.	
17. Pochodna zespolona	36
18. Równania Cauchy-Riemanna	37
19. Funkcja analityczna	39
20. Interpretacja pochodnej. Odwzorowania równokątne	41
21. Odwzorowania homograficzne	43
CZĘŚĆ DRUGA. CAŁKI FUNKCJI ZESPOLONYCH.	
ROZDZIAŁ V. CAŁKI FUNKCJI CIĄGLYCH.	
22. Całka zwyczajna	46
23. Całka krzywoliniowa	47
24. Funkcja pierwotna	50
ROZDZIAŁ VI. TWIERDZENIE CAŁKOWE CAUCHY'EGO.	
25. Twierdzenie całkowe	54
26. Uogólnienia twierdzenia całkowego	57
27. Funkcja $\log z$ wyrażona całką	59
ROZDZIAŁ VII. WZÓR CAŁKOWY CAUCHY'EGO I ZASTOSOWANIA.	
28. Wzór całkowy Cauchy'ego	61
29. Rozwijalność funkcji analitycznej w szereg potęgowy	63
30. Punkty zerowe funkcji analitycznej	65
31. Twierdzenie Morery	66

CZĘŚĆ TRZECIA. WŁASNOŚCI OGÓLNE FUNKCJI ANALITYCZNYCH.

ROZDZIAŁ VIII. WNIOSKI Z WZORU CAŁKOWEGO.

	Str.
32. Funkcje całkowite i twierdzenie Liouville'a	69
33. Zasada maksimum	70
34. Szeregi funkcji analitycznych	71
35. Funkcja analityczna określona przez całkę	73
36. Związek funkcji analitycznych z funkcjami harmonicznymi	75

ROZDZIAŁ IX. PUNKTY OSOBLIWE I RESIDUA.

37. Rozwinięcie w szereg Laurenta	79
38. Punkty osobliwe odosobnione	81
39. Zachowanie się w punkcie ∞	84
40. Twierdzenie o residuach	85
41. Residua pochodnej logarytmicznej	89
42. Twierdzenie Rouchégo	91
43. Odwzorowania za pomocą funkcji analitycznych	92
44. Odwzorowania konforemne	94

ROZDZIAŁ X. PRZEDŁUŻENIA ANALITYCZNE. FUNKCJE WIELOZNACZNE.

45. Pojęcie przedłużenia analitycznego	99
46. Punkty i linie osobliwe	101
47. Metoda szeregów potęgowych i zasada symetrii	102
48. Pełna funkcja analityczna	104
49. Funkcje dowolnie przedłużalne w obszarze	107
50. Całki funkcji jednoznacznych i wieloznacznych	109

CZĘŚĆ CZWARTA. PEWNE KLASY FUNKCJI ANALITYCZNYCH.

ROZDZIAŁ XI. FUNKCJE CAŁKOWITE.

51. Rozkład funkcji całkowitej	114
52. Iloczyn nieskończony	115
53. Twierdzenie Weierstrassa o rozkładzie	117
54. Przykłady do twierdzenia Weierstrassa	120
55. Rząd funkcji całkowitej	123

ROZDZIAŁ XII. FUNKCJE MEROMORFICZNE.

56. Rozkład funkcji meromorficznej	126
57. Twierdzenie Mittag-Lefflera	127
58. Przykłady do twierdzenia Mittag-Lefflera	129

ROZDZIAŁ XIII. FUNKCJE ELIPTYCZNE.

59. Funkcje okresowe	136
60. Funkcje eliptyczne	142
61. Związki między funkcjami eliptycznymi	143
62. Dalsze własności funkcji eliptycznych	147

ROZDZIAŁ XIV. FUNKCJE ALGEBRAICZNE. POWIERZCHNIE RIEMANNA.

63. Punkty rozgałęzienia	152
64. Funkcje algebraiczne	155
65. Powierzchnie Riemanna	159
66. Całki Abela	164

SKOROWIDZ NAZW	166
--------------------------	-----

SKOROWIDZ NAZWISK	172
-----------------------------	-----