

MONOGRAFIE MATEMATYCZNE

KOMITET REDAKCYJNY:

K. BORSUK, B. KNASTER, K. KURATOWSKI, W. SIERPIŃSKI,
W. ŚLEBODZIŃSKI, H. STEINHAUS ; A. ZYGMUND

TOM XX

02338[20]

TOPOLOGIE I

ESPACES MÉTRISABLES, ESPACES COMPLETS

P A R

CASIMIR KURATOWSKI

PROFESSEUR À L'UNIVERSITÉ DE VARSOVIE

DEUXIÈME ÉDITION
REVUE ET AUGMENTÉE

Z SUBWENCJI PREZYDIUM RADY MINISTRÓW
I MINISTERSTWA OŚWIATY

WARSZAWA — WROCŁAW 1948.

02338

icm

DÉDIÉ À MONSIEUR WACŁAW SIERPIŃSKI

COPYRIGHT, 1948, by MONOGRAFIE MATEMATYCZNE
WARSZAWA (Poland) WROCLAW
Seminarium Matematyczne Uniwersytetu

All Rights Reserved

No part of this book may be translated or reproduced
in any form, by mimeograph or any other means,
without permission in writing from the publishers.



D. 48-125
14. 8. 49

Podpisano do druku 8. IX. 1948

M-01629

Nakład 1100 egz.

Ark. druk. 29

Papier bezdrz. sat. 100 g

Format 70×100 cm.

PRINTED IN POLAND

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLONSKIEGO
POD ZARZĄDEM KAROLA KIECIA

PRÉFACE À LA PREMIÈRE ÉDITION DU VOLUME I.

La Topologie traite des propriétés des ensembles de points, *invariantes* par rapports aux transformations bicontinues.

Une transformation (univoque) $y = f(x)$ est dite *continue*, lorsque la condition $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ entraîne $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$. Elle est dite *bicontinue* ou une *homéomorphie* lorsqu'elle admet, en outre, une transformation inverse $x = f^{-1}(y)$ continue.

Le terme „ensemble de *points*” exige quelques explications: on peut notamment se demander quel est *l'espace* dont on considère les points.

Comme on sait, la notion de point de l'espace euclidien à 3 dimensions a été étendue dans la Géométrie analytique sur l'espace à un nombre arbitraire des dimensions: un point p de l'espace euclidien \mathcal{E}^k (à k dimensions) est par définition un système de k nombres réels $p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(k)}$; la convergence $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p$ signifie que l'on a $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n^{(i)} = p^{(i)}$, quel que soit $i \leq k$.

Le développement récent de la Topologie et des autres branches des mathématiques modernes (surtout celui de la Théorie générale des fonctions et du Calcul fonctionnel) a montré que cette conception de l'espace était encore trop étroite: dans un grand nombre des problèmes on est conduit à considérer, outre l'espace \mathcal{E}^k , l'espace \mathcal{E}^{\aleph_0} à une *infinité de dimensions* (nommé aussi „espace \mathcal{E}_∞ de Fréchet”) et dont les points p sont des suites infinies $p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(i)}, \dots$ de nombres réels; la convergence $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p$ y signifie que l'on a $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n^{(i)} = p^{(i)}$, quel que soit i .

Or, c'est précisément l'étude des invariants des homéomorphies entre sous-ensembles de l'espace \mathcal{E}^{\aleph_0} qui constitue le vrai domaine de la Topologie à l'état actuel de cette science. Ajoutons que le terme ensemble est entendu ici dans le sens le plus général: les ensembles de points que nous allons envisager ne se réduisent

pas à des courbes ou surfaces de la Géométrie élémentaire ou analytique, ni même à des figures considérées en Analyse et définies par des expressions analytiques, mais ils sont complètement arbitraires (dans le sens de la Théorie des ensembles).

Dans la suite, nous n'allons pas admettre d'une manière explicite que l'espace considéré est un sous-ensemble de \mathcal{E}^n , pas plus que dans la Géométrie du plan euclidien on n'étudie explicitement l'ensemble des nombres complexes, mais on déduit les conséquences d'un système d'axiomes qui caractérise cet ensemble au point de vue géométrique. Pareillement, nous allons baser ici la Topologie sur un système d'axiomes (I—V) tel que 1° chaque espace satisfaisant à ce système est homéomorphe (donc équivalent au point de vue topologique) à un ensemble situé dans l'espace \mathcal{E}^n et 2° chaque sous-ensemble de l'espace \mathcal{E}^n satisfait à ce système d'axiomes (cf. § 17, IV). Le seul terme primitif du système est le terme \bar{A} , désignant la fermeture de l'ensemble A (c. à d. l'ensemble A augmenté de tous ses points d'accumulation). La propriété d'appartenir à la fermeture d'un ensemble étant invariante par rapport aux homéomorphies de l'espace, tout ce qui se laisse exprimer par l'opération \bar{A} (au moyen, s'il y a lieu, des opérations de la Logique et de la Théorie des ensembles) est également invariant par rapport à ces transformations et appartient par conséquent à la Topologie¹⁾.

L'avantage de la méthode axiomatique tient d'abord à des raisons méthodologiques. En particulier, elle permet de mieux se rendre compte des prémisses qui sont essentielles dans les démonstrations des théorèmes topologiques. Bien que G. Cantor, le fondateur de la Théorie des ensembles, et les autres mathématiciens qui s'occupaient de la „Théorie des ensembles de points”, ne procédassent pas par la voie axiomatique, on s'est aperçu plus tard (Fréchet) que, dans la majorité des problèmes topologiques, bien peu de propriétés de l'espace intervenaient dans les raisonnements. En admettant ces propriétés comme axiomes, on est parvenu aux „espaces abstraits”. Tel est en particulier l'espace considéré dans ce livre; il équivaut topologiquement — comme nous l'avons

dit — à un sous-ensemble arbitraire de \mathcal{E}^n ou, en d'autres termes, à un espace métrique séparable (dans le sens établi aux § 14, VI et § 15, I).

Cependant, la valeur de la méthode axiomatique n'est pas uniquement de nature méthodologique. Il y a, en effet, des problèmes où l'on est conduit à considérer une famille d'ensembles ou de fonctions comme formant elle-même un espace (nommé parfois „hyper-espace”), de démontrer que cet hyper-espace satisfait à certains axiomes et d'appliquer les théorèmes qui en résultent. Ainsi p. ex. le problème de l'existence des fonctions continues sans dérivée se ramène à un théorème (théorème de Baire) sur l'„espace des fonctions continues” (voir § 30, VIII), qui est — comme on le montre — complet et séparable.

C'est là un des procédés caractéristiques des mathématiques modernes: pour démontrer un théorème concernant un espace donné, on définit un nouvel espace (en conférant ainsi le caractère géométrique au problème considéré) et on opère ensuite sur ce dernier. On procède de la sorte dans maintes applications du Calcul fonctionnel aux équations intégrales, au Calcul des variations etc. Dans ce mode de procéder les différentes branches des mathématiques deviennent utiles les unes aux autres: dans de nombreux problèmes d'Analyse, l'hyper-espace est un espace géométrique ou topologique, dans certains problèmes de Topologie il est d'une nature algébrique (il constitue un groupe).

* * *

L'étude de l'espace assujetti aux axiomes I—V est divisée en deux chapitres, dont le premier ne concerne que les trois premiers axiomes (voir § 4, I). Ces trois axiomes se distinguent par leur caractère „algèbro-logique”¹⁾. En conséquence, le même caractère appartient aux méthodes de raisonnement du Chapitre I.

Le Chapitre III et les suivants (du vol. II) sont d'un caractère plus spécial. L'espace du Chap. III est supposé complet, celui du Chap. IV compact, celui du Chap. V connexe etc.

Au lieu de considérer les espaces spéciaux (tels que les espaces complets, compacts etc.), on pourrait, bien entendu, envisager les ensembles complets, compacts etc., situés dans un espace assujetti aux axiomes I—V, de sorte que la Topologie toute entière

¹⁾ Sur l'importance de l'algorithme algèbro-logique en Topologie a attiré l'attention S. Janiszowski.

¹⁾ Au lieu de la fermeture, on pourrait employer comme termes primitifs de la Topologie: la limite d'une suite de points (Fréchet), l'entourage (Hausdorff), l'ensemble ouvert (Sierpiński) etc.

Par contre, la notion de distance entre deux points p. ex. ne pourrait servir au même but, puisqu'elle n'est pas invariante par rapport à l'homéomorphie.

rentrerait dans le Chap. II (ou même dans le Chap. I!). Or, il est avantageux de formuler partout où c'est possible les propriétés d'un ensemble situé dans un espace comme des propriétés *intrinsèques* de cet ensemble, considéré comme formant un espace pour lui-même. Telle est, par exemple, la propriété d'être compact, d'être dense en soi, d'être de dimension n (par contre, la propriété, d'être fermé ou d'être ouvert est une propriété extrinsèque: propriété de l'ensemble par rapport à l'espace).

Parmi les problèmes considérés dans ce volume, il y a qui se distinguent par leur caractère purement géométrique, il y en a d'autres qui se rapprochent par leur origine de la Théorie des fonctions de variables réelles. La majorité des §§ (4—10, 13—19, 24—25, 29, 30) embrasse les deux tendances. Comme exemples d'une section par excellence géométrique, citons les §§ 20—23 (théorie de la dimension): ils concernent un domaine où le succès des méthodes topologiques en Géométrie est particulièrement frappant. Un grand nombre de problèmes traités dans les §§ 26—28, 33—36 représente la deuxième tendance¹⁾. La théorie des fonctions mesurables B , qui n'était à son origine qu'une théorie des fonctions réelles de variable réelle, est devenue (dans sa partie la plus importante) une théorie des transformations des espaces topologiques (satisfaisant aux ax. I—V) en espaces topologiques, de sorte qu'il est juste de traiter cette théorie comme une section de la Topologie. Les §§ 25 et 33 concernent la notion d'ensemble borelien, notion purement topologique, dont l'origine est liée à la Théorie de la mesure. Les §§ 10, 34 et 35 concernent les généralisations plus récentes de cette notion: ces généralisations sont traitées dans le chapitre consacré aux espaces complets et donnent lieu à des applications importantes dans le Calcul fonctionnel. En outre, la notion d'ensemble projectif (§ 34) semble présenter un grand intérêt philosophique, grâce surtout aux liaisons avec la Logique mathématique. L'emploi des notations logiques s'impose d'une façon très naturelle dans l'étude de ces ensembles, ainsi que dans celle des ensembles boreliens et analytiques, où elle rend des services incontestables.

¹⁾ Le lecteur qui ne s'intéresse qu'aux problèmes géométriques peut omettre la lecture des §§ précités. Il importe toutefois de remarquer qu'il n'y a pas de ligne de démarcation précise entre notions et problèmes des deux genres. Par exemple, la notion d'ensemble de I-e catégorie, introduite par Baire pour les besoins de l'étude des fonctions discontinues, est d'une grande importance dans maintes questions purement géométriques.

Les *méthodes de raisonnement* que j'emploie dans ce volume appartiennent à la Théorie des ensembles¹⁾, les méthodes de la Topologie combinatoire (homologies, groupes de Betti etc.) n'intervenant pas, en général, dans les questions traitées ici.

Sans prétendre de donner une bibliographie complète, j'ai tâché d'indiquer dans les *renvois bibliographiques* les ouvrages les plus importants parmi ceux qui se rattachent au sujet de ce volume.

Le lecteur qui s'intéresse à la bibliographie consultera les excellents exposés de MM. Rosenthal-Zorette, *Encyklopädie d. Math. Wiss.* II O 9a, Leipzig 1924 et de MM. Tietze-Vietoris, *ibid.* III AB 13, Leipzig 1931.

Parmi les livres sur la Topologie dont je me suis servi en rédigeant ce volume et dont la valeur ne se réduit pas seulement à leur intérêt historique, sont à citer: F. Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig, Veit 1914 et *Mengenlehre*, Berlin-Leipzig, Gruyter 1927, W. Sierpiński, *Zarys teorii mnogości II*, Warszawa 1928, M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, Monographies Borel, Paris 1928. Le manuscrit de ce volume était déjà terminé, quand ont paru les livres: H. Hahn, *Reelle Funktionen I*, Leipzig 1932 et R. L. Moore, *Foundations of point set theory*, Coll. Publ., New York 1932.

En terminant, je tiens à exprimer ici mon affectueuse gratitude à MM. Čech, Hurewicz, Knaster, Otto, Posament, Szpilrajn et Zygmund, qui ont bien voulu contribuer à ma tâche soit par leurs précieux conseils, soit par la lecture des épreuves.

¹⁾ „point set theoretic method“ selon la dénomination des mathématiciens américains.

Casimir Kuratowski

Lwów, Décembre 1933.

PRÉFACE À LA DEUXIÈME ÉDITION DU VOLUME I.

La première édition de la „Topologie I” était en 1939 presque épuisée. La réédition miméographique effectuée pendant la guerre par la Maison Stechert et Co. à New York est aussi presque entièrement enlevée. Ces circonstances et la prochaine issue de la „Topologie II”, qui est actuellement sous presse, m’ont porté à reprendre une nouvelle édition du volume I.

Les modifications que j’y ai apportées sont dictées soit par le soin de mieux adapter le premier volume au second qui en constituera la suite naturelle, soit par le désir de compléter les chapitres de la topologie qui peuvent être définitivement achevés dans le volume I et sur lesquels je n’aurai plus à revenir dans la suite. Les modifications de cette nature touchent pour la plupart aux problèmes liés plutôt à la théorie des fonctions qu’à la géométrie; elles concernent en particulier la théorie des ensembles boreliens, des fonctions de Baire, des ensembles projectifs, la géométrisation des types ordinaires et les espaces singuliers.

Dans la topologie géométrique, la différence essentielle entre l’ancienne et la nouvelle édition est représentée par un nouveau paragraphe sur les simplexes et les polytopes (§ 23), ajouté à la théorie de la dimension. Il contient — outre les théorèmes fondamentaux (sur l’équivalence de la définition topologique de la dimension à la définition géométrique, sur le point fixe des transformations continues du simplexe) — une série de théorèmes sur l’approximation des transformations continues arbitraires par des transformations \approx ; ce sont des préparatoires aux théorèmes du volume II, en particulier à ceux sur le plongement d’espaces métriques séparables arbitraires dans les espaces euclidiens. Leur démonstration a été placée dans le volume II parce qu’elle est particulièrement simple lorsqu’on l’appuie sur la théorie des espaces métriques compacts faisant l’objet du Chapitre IV, qui appartient au volume II.

Certains théorèmes sur les espaces compacts, surtout ceux sur les espaces \mathcal{L}^* compacts, trouvent cependant leur place dans la nouvelle édition du volume I. Ils y sont nécessaires pour les applications et pour la construction de la théorie de l’espace des fonctions continues, plus détaillée qu’elle n’était dans la première édition du même volume. L’espace en question, désigné par \mathcal{Y}^* , est envisagé pour des espaces \mathcal{L}^* quelconques \mathcal{X} et \mathcal{Y} , la limite des fonctions f_1, f_2, \dots étant par définition la fonction f telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ entraîne $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_n) = f(x)$.

Par ailleurs, j’ai cherché à éviter toute modification essentielle dans l’arrangement des matières, notamment pour ne pas causer de difficultés à la lecture du volume II au lecteur de l’ancienne édition du volume I.

Parmi les traités de Topologie dont je me suis servi en rédigeant la nouvelle édition de ce volume et qui ont paru après sa première édition, les suivants sont à citer:

P. Alexandroff und H. Hopf, *Topologie I*, Berlin, Springer 1935;

P. Aleksandrow, *Kombinatornaja Topologia*, Moscou—Leningrad, OGIZ 1947 (en russe);

W. Hurewicz and H. Wallman, *Dimension Theory*, Princeton University Press 1941;

G. T. Whyburn, *Analytic Topology*, Amer. Math. Soc. Coll. Publ. 1942;

S. Lefschetz, *Algebraic Topology*, Amer. Math. Soc. Coll. Publ. 1942;

M. H. A. Newman, *Elements of the Topology of Plane Sets of Points*, Cambridge University Press 1939.

En terminant, je tiens à exprimer mon affectueuse gratitude à MM. B. Knaster et R. Sikorski qui ont bien voulu m’aider de leurs conseils et de lire une bonne partie des épreuves.

Casimir Kuratowski

Varsovie, Juillet 1948.

Le théorème précédent, rapproché du théorème de l'existence d'espaces ν de puissance du continu, entraîne la solution négative du problème généralisé de la mesure, à savoir, qu'il n'existe, en dehors de la fonction identiquement nulle, aucune fonction non-négative qui satisfasse aux conditions (i) et (ii) et qui soit définie pour chaque sous-ensemble de l'intervalle \mathcal{I}^1 .

Car, d'une part, ce dernier énoncé, comme théorème de la Théorie générale des ensembles, est réalisé sur chaque espace de puissance du continu dès qu'il est réalisé sur un seul; d'autre part, il existe des espaces de puissance c sur lesquels il est réalisé (à savoir, des espaces ν).

Il est essentiel de remarquer que le raisonnement qui précède permet de déduire du fait topologique (existence d'un espace ν de puissance c) un théorème de la Théorie générale des ensembles. Inversement, on démontre (sans l'emploi de l'hypothèse du continu) que l'existence des espaces ν de puissance c équivaut à un théorème de la Théorie générale des ensembles²⁾.

Dans un ordre d'idées analogue, on déduit de l'existence d'ensembles indénombrables à propriété ν les deux théorèmes remarquables suivants³⁾:

Il existe une fonction continue f définie sur un ensemble de puissance c , qui n'est uniformément continue sur aucun ensemble indénombrable.

Il existe une suite convergente de fonctions f_1, f_2, \dots définies sur \mathcal{E} qui n'est uniformément convergente sur aucun ensemble indénombrable.

¹⁾ Théorème de S. Banach et de moi-même, *Sur une généralisation du problème de la mesure*, Fund. Math. **14** (1930), p. 127. Le fait, que l'existence des espaces ν indénombrables implique la solution du problème généralisé de la mesure à été observé par M. Szpilrajn-Marzewski dans sa note citée de Fund. Math. **22**, p. 304.

²⁾ Voir ma note *Sur le rapport des ensembles de M. Lusin à la Théorie générale des Ensembles*, Fund. Math. **22** (1934), p. 315.

³⁾ Voir W. Sierpiński, *Hypothèse du continu*, p. 52. Ces deux théorèmes ne se laissent établir qu'en appliquant l'hypothèse du continu; ils sont d'ailleurs équivalents. Ajoutons que le deuxième a été suggéré par le théorème de Egoroff, d'après lequel toute suite convergente de fonctions mesurables est uniformément convergente en négligeant un ensemble de mesure (extérieure) aussi petite qu'on le veut.

INDEX TERMINOLOGIQUE.

Notations.

Symboles de la Logique et de la Théorie des ensembles.

$'$, $+$, \cdot , \rightarrow , \equiv , 0 , 1 , e , \subset p. 1, 2; Σ , Π , E p. 3, 4; \times , P , A^{\aleph_0} p. 12; \bar{t} 11; $\delta^{(n)}$ 13; f^{-1} 16; $f|E$ 17; Limes X_n 76; Ω 149; \mathcal{Y}^x 220; \prec 374; \mathcal{C} 411.

Symboles topologiques et métriques.

$|x - y|$ 90, $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ 83, $\omega(p)$ 102, \inf 102, \sup 106.
 \bar{X} 20, X' 44, X° 140, $X_{(n)}$ 164, $D(X)$ 56, $\text{Fr}(X)$, $\text{Int}(X)$ 29.
 $\text{dist}(X, Y)$ 106, $\varrho(X, Y)$ 102, $\alpha(X)$ 318, $\delta(X)$ 101.
 $\text{Li } X_n$ 241, $\text{Ls } X_n$ 243, $\text{Lim } X_n$ 245.
 \mathcal{C} (ensemble de Cantor) 11, \mathcal{E} (ens. des nombres réels), \mathcal{I} (intervalle $0 \leq x \leq 1$),
 \mathcal{N} (ens. des nombres irrationnels de l'int. 01), \mathcal{R} 9.
 \mathcal{L} 84, \mathcal{L}^* 83.
 $\mathcal{X} \stackrel{\text{top}}{=} \mathcal{Y}$ 77, $\mathcal{X} \subset \mathcal{Y}$ 79, $2^{\mathcal{X}}$ 106, $(2^{\mathcal{X}})_{\mathcal{L}}$ 247, $\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$ 72, $\dim \mathcal{X}$, $\dim_p \mathcal{X}$ 162.
 A 360, B 54, B_r 60, C 361, F_{α} 252, F_{σ} 26, G_{α} 252, G_{δ} 26, L_n 361, P 361.

Termes.

- A**ccessibilité 371.
Accumulation (point d') 44.
Additif 34.
Ambigu 254, relativement 257.
Analytique (ensemble) 360.
Automorphie 77.
Axe 13.
Axiomes I—III 20, IV 123, V 131.
- B**ase 131.
Bicontinue (fonction) 77.
Biunivoque (fonction) 18.
Borelien 27, localement 264.
Borné 101, totalement 113.
- C**aractéristique (fonction) 76.
Catégorie (première) 48.
Classe α additive, multiplicative (d'un ensemble) 252, classe α (fonction de) 268, petite classe α 359.
Clairsemé 46.
Compact 90.
Complémentaire 2, analytique 360.
Complet (espace) 312.
Complexe 191, (infini) 212.
Complexe (fonction) 289.
Concentré 432.
Condensation (point de) 140.
Condition de Cauchy 312, D_n 181.
Constituante 10, 407.
Contenu topologiquement 79.
Continuité 72.
Convergence continue 93, uniforme 108.
Coordonnée 13, barycentrique 189.
Convexe 189.
Corps 38.
Crible 9.
Cube fondamental de Hilbert 87.
- D**énombrable 26.
Dense 37, en soi 45.
Dérivé 44, d'ordre α 150.
Dérivée (fonction sans) 327, infinie 406.
Développable 69, 147.
Diagonale 230, 239, (théorème de la) 278.
Diamètre 101.
- D**imension 162, faible 187.
Dimensionnante (famille) 187.
Discontinue ponctuellement (fonction) 74.
Disjoint 2.
Distance (des points) 99, (des ensembles) 106.
Division (d'ensembles) 360.
Domains fermé 42, ouvert 43.
- E**cart (des ensembles) 102.
Effectif 142.
Ensemble C de Cantor 11, limite 76, limite complet, restreint 241.
Entourage 32.
Espace de Hausdorff 33, λ 424, ν 432, σ 430.
Equivalence topologique 79.
- F**ace 189.
Fermé 24.
Fermeture 20.
Frontière 29, (ensemble) 37.
- G**roupe topologique 82.
- H**éréditaire 34.
Homéomorphie 18, 77, de classe α , β 280.
Homogène 80.
Homœe 80.
Hypothèse du continu 302.
- I**déal 34.
Image (d'une équation) 228.
Imparfait totalement (espace) 421.
Induction transfinie 377.
Intérieur 29.
Invariant intrinsèque 79, 337.
Isolé 44.
- L**imite (de points) 83, (d'ensembles) 76, intérieure 241, supérieure 243, topologique 245.
Linéaire (dépendance) 189.
Localisation 32.
Loi du triangle 99.

Mesurable B (fonction) 280.
Métrisable 100.
Métrique 99.
Monotone 146, 152, (strictement) 155.

Nerf (d'ensembles) 201.
Non-dense 37.
Normal (espace) 123, héréditairement (complètement) 130, parfaitement 123.
Noyau dimensionnel 186.

Oopération (\mathcal{A}) 4, de Hausdorff 382, \mathcal{M} de Montgomery 264.
Ordre (de point d'un ensemble) 142 (de valeur d'une fonction) 402, 404.
Oscillation 102.
Ouvert 24.

Parfait 45.
Partielle (fonction) 17, (suite) 84.
Point invariant 196.
Polytope 192, (infini) 212.
Position générale 190.
Produit cartésien 12, 218, (dénombrable) 231.
Projectif (ensemble) 360, fonction propositionnelle) 369.
Projection 13, 227.
Prolongement (d'un ensemble) 186, (d'un espace) 316, (d'une fonction) 116, 214, 328, 335, 341.
Propositionnelle (fonction) 2.
Propriété de Baire (d'un ensemble) 54, (d'une fonction) 306, au sens restreint (d'un ensemble) 60, (d'une fonction) 310.
Propriété C , C'' 434.

Rang topologique 79.
Régulier (espace) 70, système d'ensembles) 5.
Raréfié 424.
Relativisation 22.
Réprésentation analytique 299.
Résidu 69.
Résiduel (ensemble) 48.
Reste 66.
Rétracte, rétraction 75.

Séparable 88, séparable B 394.
Séparation 130.
Séparé 128.
Simple (simplexe) 189.
Simplexe 189.
Singulier (simplexe) 189.
Sommet 189.
Sous-suite 84.
Sphère 99, généralisée 103.
Systèmes semblables 123.

Topologique (fonction propositionnelle) 18, (propriété) 78.
Toujours de I-e catégorie (espace) 423.
Transformation α 202.
Type de continuité 335, de dimensions 80, topologique 77.

Universelle (fonction) 275.

Variété linéaire 189.

AUTEURS CITÉS.

- A**lexandroff P. XI, 20, 25, 33, 79, 83, 123, 128, 130, 138, 162, 190, 201, 202, 212, 316, 349, 355, 369.
Alexits 342.
Aronszajn 138, 335.
Ascoli 48.
Auerbach 327.
Baire VII, VIII, 48, 54, 60, 65, 104, 146, 278, 299, 300, 307, 326.
Banach 49, 80, 81, 137, 204, 295, 300, 327, 340, 369, 400.
Bendixson 141, 151, 350.
Bernstein F. 142, 422, 423.
Besicovitch 406, 433.
Birkhoff G. 43.
Bois-Reymond, du 36.
Bolzano 91.
Boole 204.
Borel 27, 91, 142, 434.
Borsuk 25, 117, 120, 326.
Braun 323, 335, 406.
Brouwer L. E. J. 162, 195, 349.
Cantor G. VI, 11, 24, 29, 36, 44, 45, 46, 91, 141, 142, 150, 151, 236, 278, 316, 319, 320, 321, 325, 350, 389.
Cauchy 312.
Cech IX, 123.
Chittenden 138.
Dantzig, van 80, 82.
Denjoy 47, 48.
Egoroff 440.
Eilenberg 180.
Erdős 227.
Fox R. H. 96.
Fréchet VI, VII, IX, 20, 23, 31, 33, 47, 80, 83, 84, 88, 99, 106, 107, 138, 312.
Fubini 225.
Gagaëff 282, 294.
Gross 151.
Groot, de 134.
Gödel 388.
Hahn IX, 93, 104, 108, 204, 314, 407.
Hartman 377.
Hausdorff VI, IX, 4, 12, 17, 27, 33, 34, 64, 69, 72, 76, 99, 102, 106, 113, 118, 131, 138, 144, 148, 241, 243, 246, 248, 251, 291, 293, 299, 303, 312, 316, 319, 324, 341, 350, 352, 355, 360, 382, 383, 393, 420, 425.
Hedrick 31.
Hilbert 33, 87.
Hilgers 237.
Hopf H. XI, 20, 33, 130, 190, 212.
Hurewicz IX, XI, 123, 162, 176, 178, 180, 186, 187, 188, 198, 200, 202, 227, 326, 353, 387, 388.
Janiszewski VII, 37.
Jordan 29.
Kaczmarz 327.
Kantorowitch 360, 376, 382, 420.
Keldych 278.
Kempisty 294.
Knaster IX, XI, 80, 128, 147, 187, 193, 196.
Kolmogoroff 33, 382.
Kunugui 112, 188, 233.
Lavrentieff 335—340, 343, 359.
Lebesgue 42, 56, 59, 60, 142, 198, 236, 237, 252, 272, 275, 280, 282, 285, 299, 380, 391, 398.
Lefschetz XI, 214.
Liapounoff 419.
Lindelöf 131, 140, 141, 165, 319.
Lindenbaum 99, 330, 332.
Livensohn 360, 376, 382.
Lubben 246.
Lusin 4, 5, 9, 10, 54, 62, 146, 254, 272, 275, 278, 307, 353, 359, 360, 367, 372, 373, 376, 380, 391, 393, 398, 400, 402, 407—409, 411, 426, 430, 432, 437.
Mc Kinsey 23.
Mahlo 80.
Mazur 137.
Mazurkiewicz 128, 187, 193, 196, 327, 329, 337, 339, 349, 351, 387, 389.
Meuger 128, 162, 164, 176, 178, 181, 186, 187, 218, 225, 227, 326.
Méray 316.
Montgomery 265, 286, 292.
Moore R. L. IX, 312.
Morgan, de 1, 3, 4.
Nenbauer 421.
Neumann J., v. 383.
Newman XI.
Nikodym 62, 306, 372, 376.
Nöbeling 326.
Novikoff 393, 418, 419.
Odliz 327.
Otto IX, 180, 181.
Oxtoby 49.
Painlevé 241.
Peano 237.
Poincaré 77, 162, 201.
Pouppéju 106.
Poutryagin 82, 227.
Poprungenko 181, 433, 435.
Posament IX, 259.
Riesz F. 20.
Roberts 312.
Rosenthal IX.
Rothberger 429, 430, 434.
Runge 212.
Saks 225, 327, 404, 406, 432.
Schauder 400.
Scheffler 422.
Schönflies 422.
Schröder 15.
Sélfvanowski 10, 145.
Sierpiński VI, IX, 5, 7, 10, 24, 25, 31, 49, 54, 56, 61, 62, 71, 88, 134, 141, 142, 145, 146, 150, 151, 154, 169, 175, 187, 237, 241, 251, 252, 254, 257, 263, 272, 275, 279, 280, 288, 291, 294, 311, 312, 323, 329, 330, 332, 334, 335, 337, 339—342, 354, 359, 360, 362, 373, 388, 389, 391, 393, 394, 399, 404, 408, 411, 417, 422, 425, 428, 429, 430, 433—435, 437, 440.
Sikorski XI, 20, 223.
Souslin 360, 387, 395, 395, 398.
Sperner 193.
Steinhaus 327.
Stone 20, 34, 43.
Szpilrajn-Marczewski IX, 49, 56, 58, 62, 63, 77, 145, 268, 294, 366, 427, 430, 433, 435, 436, 439, 440.
Tarski 15, 19, 20, 21, 23, 43, 269, 369.
Tietze IX, 70, 116, 117, 123, 128, 139, 214.
Turarkin 164, 176, 178, 186, 336.
Tychonoff 133.
Ulam 49, 53, 54, 59, 221, 229.
Urysohn 83, 85, 104, 116, 117, 119, 126, 128, 136, 137, 138, 139, 162, 164, 173, 176, 178, 181, 186, 237, 246, 337, 349, 372.
Vallée Poussin, de la 294, 303.
Vedenisoff 127.
Veress 282.
Victoris IX, 70, 127.
Vitali 59.
Wallace 36.
Wallman XI, 162, 227.
Waraszkiewicz 330, 335.
Ważewski 246.
Weierstrass 91, 107, 120.
Whyburn G. T. XI, 187.
Wilson W. A. 99.
Young W. H. 131, 140, 147, 251, 351.
Zalawasser 148, 425.
Zarankiewicz 246, 249, 265.
Zarycki 29, 45, 47.
Zoratti IX, 241.
Zygmond IX, 329.

TABLE DES MATIÈRES.

PRÉFACE À LA PREMIÈRE ÉDITION DU VOLUME I	V
PRÉFACE À LA DEUXIÈME ÉDITION DU VOLUME I	X
INTRODUCTION.	
§ 1. Opérations de la Logique et de la Théorie des ensembles	1
I. Algèbre de la Logique. II. Algèbre de la Théorie des ensembles. III. Fonctions propositionnelles. IV. Opérateur $\prod \varphi(x)$. V. Opérations infinies.	
VI. Opération (\mathcal{A}). VII. Crible. VIII. L'ensemble \mathcal{C} de Cantor.	
§ 2. Produit cartésien	12
I. Définitions. II. Formules de calcul. III. Axes, coordonnées, projections. IV. Fonctions propositionnelles de plusieurs variables. V. Relations entre les opérateurs \prod et \sum . VI. Multiplication cartésienne par un axe.	
§ 3. Fonctions	16
I. Notations. II. Formules de calcul. III. Fonctions bimivoques. IV. Fonctions topologiques. V. Notations auxiliaires.	
PREMIER CHAPITRE. Notions fondamentales. Calcul topologique.	
§ 4. Système d'axiomes. Règles de calcul	20
I. Axiomes. II. Interprétation géométrique. III. Règles du calcul topologique. IV. Relativisation. V. Analyse logique du système d'axiomes.	
§ 5. Ensembles fermés, ensembles ouverts	24
I. Définitions. II. Opérations. III. Propriétés. IV. Relativisation. V. Ensembles F_σ , ensembles G_δ . VI. Ensembles boreliens.	
§ 6. Frontière, intérieur d'ensemble	29
I. Définitions. II. Formules de calcul. III. Rapports avec les ensembles fermés et ouverts. IV. Théorème sur l'additivité.	
§ 7. Entourage d'un point. Localisation des propriétés	32
I. Définition. II. Equivalences. III. Espace de Hausdorff. IV. Localisation. V. Familles héréditaires et additives.	
§ 8. Ensembles denses, frontières, non-denses	36
I. Définitions. II. Conditions nécessaires et suffisantes. III. Opérations. IV. Décomposition de la frontière. V. Ensembles dont la frontière est non-dense. VI. Relativisation. VII. Localisation. VIII. Domaines fermés. IX. Domaines ouverts.	

§ 9. Points d'accumulation	44
I. Définitions. II. Equivalences. III. Calcul. IV. Ensembles isolés. V. Ensembles denses en soi. VI. Ensembles clairsemés.	
§ 10. Ensembles de 1 ^e catégorie	48
I. Définition. II. Propriétés. III. Théorème sur l'additivité. IV. Relativisation. V. Localisation. VI. Formules de décomposition.	
§ 11. Propriété de Baire	54
I. Définition. II. Généralités. III. Opérations. IV. Equivalences. IV a. Théorème d'existence. V. Relativisation. VI. Propriété de Baire au sens restreint. VII. Opération (\mathcal{A}).	
§ 12. Séries alternées d'ensembles fermés	64
I. Formules de la Théorie générale des ensembles. II. Définition. III. Théorème sur la séparation. Développement en série alternée. IV. Propriétés du „reste“. V. Conditions nécessaires et suffisantes. VI. Propriétés des ensembles développables. VII. Résidus. VIII. Résidus d'ordre transfini. IX. Ensembles localement fermés dans les espaces réguliers.	
§ 13. Continuité, Homéomorphie	72
I. Définition. II. Conditions nécessaires et suffisantes. III. L'ensemble D des points de discontinuité. IV. Fonctions continues en chaque point. V. Relativisation. Fonctions partielles. Rétraction. VI. Fonctions caractéristiques. VII. Fonctions bimivoques et continues. VIII. Fonctions bicontinues. Homéomorphie. IX. Propriétés topologiques. X. Rang topologique. XI. Ensembles homogènes. XII. Applications aux groupes topologiques.	
DEUXIÈME CHAPITRE. Espaces métrisables et séparables.	
A. Introduction de la limite, de la distance et des coordonnées.	
§ 14. Espaces \mathcal{L}^* (pourvus de la notion de limite)	83
I. Définition. II. Rapports aux axiomes I—III. III. Notion de continuité. IV. Produit cartésien des espaces \mathcal{L}^* . V. Exemples fondamentaux des produits cartésiens. VI. Espaces séparables. VII. Rapports aux espaces de Hausdorff. VIII. Espaces \mathcal{L}^* compacts. IX. Convergence continue. L'ensemble $\mathcal{Y}^{\mathcal{A}}$ conçu comme espace \mathcal{L}^* . X. Règles de calcul avec l'opération $\mathcal{Y}^{\mathcal{A}}$. XI. Convergence continue au sens étroit.	
§ 15. Espaces métriques	99
I. Définitions. II. Relations entre les espaces métriques et les autres espaces. III. Diamètre. Continuité. Oscillation. IV. Écart de deux ensembles. Sphère généralisée. V. Transformation limitative. VI. Métrisation du produit cartésien. VII. Distance de deux ensembles fermés. Espace $2^{\mathcal{A}}$. VIII. Convergence uniforme. Métrisation de l'espace $\mathcal{Y}^{\mathcal{A}}$. IX. Espaces totalement bornés. X. Produits cartésiens des espaces totalement bornés. XI. Prolongement des fonctions continues. XII. Rapports des espaces métriques séparables au cube \mathcal{I}^n . Séparabilité de l'espace $\mathcal{Y}^{\mathcal{A}}$. XIII. Prolongement des ensembles relativement fermés ou ouverts.	

§ 16. Axiome IV (de séparation) 127
 I. Axiome IV. II. Systèmes semblables au sens combinatoire. III. Transformation de l'espace en ensemble linéaire. IV. Rapports à l'espace métrique. V. Ensembles séparés. VI. Séparation d'ensembles.

§ 17. Axiome V (de la base) 131
 I. Axiome V. II. Rapports aux espaces métriques séparables. III. Conséquences de l'axiome V. IV. Métrisation de l'espace et introduction des coordonnées. V. Réduction d'ensembles fermés à des points individuels.

B. Problèmes de la puissance.

§ 18. Puissance de l'espace. Points de condensation 140
 I. Puissance de l'espace. II. Partie dense. III. Points de condensation. IV. Règles de calcul. V. Ensembles clairsemés. VI. Sommes d'ensembles clairsemés. VII. Points d'ordre m . VIII. Notion d'effectivité.

§ 19. Puissance de diverses familles d'ensembles 143
 I. Familles d'ensembles ouverts. Familles à propriété de Baire. II. Familles monotones bien ordonnées. III. Ensembles développables. IV. Dérivé d'ordre α . V. Analyse logique. VI. Familles de fonctions continues. VII. Structure des familles monotones d'ensembles fermés. VIII. Familles strictement monotones. IX. Rapports des familles strictement monotones aux fonctions continues. X. Familles strictement monotones à type d'ordre fermé.

C. Problèmes de la dimension.

§ 20. Définitions. Propriétés générales 162
 I. Définition de la dimension. II. Dimension des sous-ensembles. III. L'ensemble $E_{(n)}$.

§ 21. Espace de dimension 0 166
 I. Base de l'espace. II. Théorèmes de réduction et de séparation. III. Addition des ensembles 0-dimensionnels. IV. Prolongement des ensembles 0-dimensionnels. V. Espaces dénombrables.

§ 22. Espace de dimension n 175
 I. Addition des ensembles. II. Séparation des ensembles fermés. III. Décomposition d'un espace n -dimensionnel. Condition D_n . IV. Prolongement des ensembles n -dimensionnels. V. Noyau dimensionnel. VI. Espaces faiblement n -dimensionnels. VII. Familles dimensionnantes.

§ 23. Simplexes, complexes, polytopes 189
 I. Définitions. II. Dimension (topologique) du simplexe. III. Applications au problème des points invariants. IV. Applications aux cubes \mathcal{J}^n et \mathcal{J}^{n_0} . V. Nœuf d'un système d'ensembles. VI. Transformations d'espaces métriques en polytopes. VII. Approximation des fonctions continues par les fonctions α . VIII. Complexes et polytopes infinis. IX. Prolongement des fonctions continues.

D. Produits cartésiens. Suites d'ensembles.

§ 24. Produits cartésiens 218
 I. Règles de calcul. II. Invariants de la multiplication cartésienne. III. Ensemble \mathcal{Y}^X . IV. Base de l'espace. V. Ensembles clairsemés. VI. Ensembles de I-e catégorie. VII. Propriété de Baire. VIII. Multiplication par un axe. IX. Dimension du produit. X. Projection. XI. Image de l'équation $y=f(x)$. XII. Diagonale.

§ 24a. Produits cartésiens dénombrables 231
 I. Généralités. II. Règles de calcul. III. Invariants. IV. Base de l'espace. V. Espace \mathcal{X}^{\aleph_0} . VI. Fonctions continues. VI a. Applications. VII. Diagonale. VIII. Convergence uniforme. IX. Un théorème sur les ensembles \mathcal{G}_δ .

§ 25. Limites inférieure et supérieure 241
 I. Limite inférieure. II. Calcul. III. Limite supérieure. IV. Calcul. V. Relations entre L_i et L_s . VI. Limite. VII. Relativisation. VIII. Théorème de Bolzano-Weierstrass généralisé. IX. Espace $(2^{\mathcal{X}})_L$.

E. Ensembles boreliens. Fonctions mesurables B.

§ 26. Ensembles boreliens 250
 I. Equivalences. II. Classification des ensembles boreliens. III. Propriétés des classes \mathcal{F}_α et \mathcal{G}_α . IV. Ensembles boreliens ambigus. V. Décomposition d'ensembles boreliens en ensembles disjoints. VI. Séries alternées d'ensembles boreliens. VII. Théorème de réduction et de séparation. VIII. Ensembles relativement ambigus. IX. Ensemble limite d'ensembles ambigus. X. Ensembles localement boreliens. Opération \mathcal{M} de Montgomery. XI. Évaluation des classes à l'aide des symboles logiques. XII. Applications. XIII. Fonctions universelles. XIV. Existence d'ensembles de classe \mathcal{G}_α qui ne sont pas de classe \mathcal{F}_α . XV. Problème d'effectivité.

§ 27. Fonctions mesurables B 280
 I. Classification. II. Equivalences. III. Superposition des fonctions. IV. Fonctions partielles. V. Fonctions de plusieurs variables. VI. Fonctions complexes. VII. Image de l'équation $y=f(x)$. VIII. Limite de fonctions. IX. Représentation analytique. X. Théorèmes de Baire sur les fonctions de I-e classe.

§ 28. Fonctions jouissant de la propriété de Baire 306
 I. Définition. II. Equivalences. III. Opérations sur les fonctions jouissant de la propriété de Baire. IV. Fonctions à propriété de Baire au sens restreint. V. Rapports à la mesure lebesgienne.

TROISIÈME CHAPITRE. Espaces complets.

§ 29. Définitions. Généralités 312
 I. Définitions. II. Convergence et condition de Cauchy. III. Produit cartésien. IV. Espace $2^{\mathcal{X}}$. V. Espace fonctionnel. Espace $\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$. VI. Ensembles \mathcal{G}_δ dans les espaces complets. VII. Prolongement d'un espace métrique en espace complet.

§ 30. Suites d'ensembles. Théorème de Baire	318
I. Coefficient $\alpha(A)$. II. Théorème de Cantor. III. Application aux fonctions continues. IV. Théorème de Baire. V. Applications aux ensembles G_δ . VI. Applications aux ensembles F_σ et G_δ . VII. Applications aux fonctions de I-e classe. VIII. Applications aux théorèmes d'existence.	
§ 31. Prolongement des fonctions	328
I. Prolongement des fonctions continues. II. Prolongement des fonctions bicontinues. III. Caractérisation des espaces topologiquement complets. IV. Invariance intrinsèque de différentes familles d'ensembles. V. Applications aux rangs topologiques. VI. Prolongement des fonctions mesurables B . VII. Prolongement de l'homéomorphie de classe α, β .	
§ 32. Rapports des espaces complets séparables à l'ensemble \mathcal{N} des nombres irrationnels	344
I. Opération (\mathcal{N}). II. Transformations de l'ensemble \mathcal{N} en espaces complets. III. Transformations biunivoques. IV. Théorèmes de décomposition. V. Rapports à l'ensemble \mathcal{C} de Cantor.	
§ 33. Ensembles boreliens dans les espaces complets séparables	353
I. Rapports des ensembles boreliens à l'espace \mathcal{N} . II. Caractérisation de la classe borelienne d'un ensemble à l'aide des homéomorphies généralisées. III. Développement des ensembles ambigus en séries alternées. IV. Petites classes de Borel.	
§ 34. Ensembles projectifs	360
I. Définitions. II. Relations entre les classes projectives. III. Propriétés des ensembles projectifs. IV. Projections. V. Fonctions universelles. VI. Théorème d'existence. VII. Invariance. VIII. Fonctions propositionnelles projectives. IX. Invariance des classes projectives par rapport à l'opération du crible et à l'opération (\mathcal{N}). X. Induction transfinie. XI. Opérations de Hausdorff.	
§ 35. Ensembles analytiques	386
I. Généralités. II. Ensembles analytiques comme résultats de l'opération (\mathcal{N}). III. Premier théorème de séparation. IV. Applications aux ensembles boreliens. V. Applications aux fonctions mesurables B . VI. Deuxième théorème de séparation. VII. Ordre de valeur d'une fonction mesurable B . VIII. Constituantes des ensembles CA . IX. Notion de projectivité des fonctions propositionnelles comprenant des types ordinaux variables. X. Théorèmes de réduction. XI. Fonctions A et CA .	
§ 36. Espaces totalement imparfaits et autres espaces singuliers	421
I. Espaces totalement imparfaits. II. Espaces toujours de I-e catégorie. III. Espaces raréfiés (ou espaces λ). IV. Transformations. V. Propriété λ' . VI. Espaces σ . VII. Espaces ν espaces concentrés, propriété \mathcal{O} . VIII. Rapports à la propriété de Baire au sens restreint. IX. Rapports des espaces à propriété ν à la Théorie générale des ensembles.	
INDEX TERMINOLOGIQUE	441
AUTEURS CITÉS	444



„MONOGRAFIE MATEMATYCZNE“

Warszawa, Hoża 69, Seminarium Matematyczne U. W.
Wrocław, Politechnika, Seminarium Matematyczne

- I. S. Banach, *Théorie des opérations linéaires*, 1932, VIII+256 . \$ 3.50
 II. S. Saks, *Théorie de l'intégrale*, 1933, X+292, épuisé.
 III. C. Kuratowski, *Topologie I*, 1933, X+288 \$ 5.00
 IV. W. Sierpiński, *Hypothèse du continu*, 1934, VI+194 \$ 4.50
 V. A. Zygmund, *Trigonometrical Series*, 1935, IV+332 \$ 6.00
 VI. S. Kaczmarz und H. Steinhaus, *Theorie der Orthogonalreihen*, 1935, VI+300 \$ 5.00
 VII. S. Saks, *Theory of the Integral*, 1937, VIII+348 \$ 6.00
 VIII. S. Banach, *Mechanika I*, 1938, VI+234, nowe wydanie niezmiennione, 1947.
 IX. S. Banach, *Mechanika II*, 1938, 235—556, nowe wydanie niezmiennione, 1947.
 X. S. Saks i A. Zygmund, *Funkcje Analityczne*, 1958, VIII+432, nowe wydanie niezmiennione, 1948.
 XI. W. Sierpiński, *Zasady Algebry Wyzszej*, 1946, XII+438.
 XII. K. Borsuk, *Geometria Analityczna (w druku)*.
 XIII. W. Sierpiński, *Działania Nieskończone*, 1947, XI+503.
 XIV. W. Sierpiński, *Rachunek Różniczkowy (poprzedzony badaniem funkcji elementarnych)*, 1947, VII+262.
 XV. K. Kuratowski, *Wykłady Rachunku Różniczkowego i Całkowego I*, 1948, 236.
 XVI. E. Otto, *Geometria Wykreślna (w druku)*.
 XVII. S. Banach, *Teoria Funkcji Zmiennej Rzeczywistej (w druku)*.
 XVIII. A. Mostowski, *Logika Matematyczna*, 1948, VIII+388.
 XIX. W. Sierpiński, *Teoria Liczb*, nowe wydanie powiększone (w druku).
 XX. C. Kuratowski, *Topologie I*, nouvelle édition, 1948, XII+452 \$ 7.50
 XXI. C. Kuratowski, *Topologie II (sous presse)*.

EN PRÉPARATION:

- M. Biernacki, *Geometria Różniczkowa*.
 M. Kac and H. Steinhaus, *Independent Functions*.
 K. Kuratowski, *Wykłady Rachunku Różniczkowego i Całkowego II*.
 K. Kuratowski i A. Mostowski, *Kurs Teorii Mnogości*.
 E. Marczewski, *General Theory of Measure*.
 S. Mazur, *Functional Analysis*.
 S. Mazurkiewicz, *Rachunek Prawdopodobieństwa*.
 W. Nikliborc, *Równania Różniczkowe*.
 W. Nikliborc, *Problème de trois corps*.
 O. Nikodym, *Theory of Vectors and Vector-Fields*.
 W. Rubinowicz, *Wektory i Tensory*.
 W. Sierpiński, *Algèbre des Ensembles*.
 W. Sierpiński, *The Axiom of Choice and the Continuum Hypothesis*.
 W. Sierpiński, *Teoria Mnogości*, nowe wydanie powiększone.
 W. Ślebodziński, *Les formes différentielles symboliques et leurs applications*.
 A. Zygmund, *Trigonometrical Series*, new edition.

Les tomes I, III—VII et XX sont en vente chez Stechert-Hafner Inc.,
31—37 East 10-th Street, New York, U.S.A.