

MONOGRAFJE MATEMATYCZNE

KOMITET REDAKCYJNY:

S. BANACH, B. KNASTER, K. KURATOWSKI,
S. MAZURKIEWICZ, W. SIERPIŃSKI i H. STEINHAUS

TOM V

TRIGONOMETRICAL
SERIES

BY

ANTONI ZYGMUND
PROFESSOR AT THE UNIVERSITY OF WILNO

Z SUBWENCJI FUNDUSZU KULTURY NARODOWEJ
W A R S Z A W A - L W O W 1935

*02338

PREFACE.

The theory of trigonometrical series of a single variable is very extensive and is developing rapidly every year, but the space devoted to it in the existing text-books is small. There should, therefore, be room for a new book on this important subject.

The object of this treatise is to give an account of the present state of the theory; but, owing to the wide extent of the subject, it has been impossible to treat all parts in equal detail. In particular Fourier's integral, whose importance is more and more apparent, certainly deserves more space; but an adequate treatment would require a separate book.

Except for Lebesgue integration, an acquaintance with which is assumed, the book does not presuppose any special knowledge; the elements of Analysis are sufficient, except at one or two places. Besides the text, the book contains a number of miscellaneous examples and theorems, given at the end of every chapter. Some of these results are important; most of them are accompanied by indications of proofs, and so provide exercises for the reader.

Numbers in square brackets refer to the bibliography at the end of the book.

This book owes very much to Miss Mary L. Cartwright, D. Phil., of Girton College, and Dr. S. Saks of the University of Warsaw. Both kindly read the greater part of the manuscript and offered many valuable suggestions. Miss Cartwright has also helped me with the style in certain parts, and Dr. Saks in revising the proof-sheets. I wish to express my deep gratitude for the assistance they have given.

A. Zygmund.

Wilno, January 1935.

PRINTED IN POLAND
DRUK M. GARASINSKI, WARSZAWA, BRACKA 30.



IE 9 KW 1935

E R R A T A

(The first numbers refer to pages, the second to lines; starred numbers denote lines counted from the foot).

	for: defined (a, b)	read: defined in (a, b)
4, 4*		
17,10	$f_k(x) \sim \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(\text{sign } m)}{l^k + m^k} e^{imx}$	$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{imx}}{(im)^k}$
18,13*	§ 1.61	§ 1.6
28,11*	$D^* \neq 0$	$D_n^* \neq 0$
32, 1*	$(n+1) \Psi_x(n)/\pi^2$	$(n+1) \Psi_x(n/\pi)/\pi^2$
34, 1*	Young [5]	Young [2], [5]
61, 2	$\frac{1}{2} + \cos x$	$\frac{1}{2} + r \cos x$
75,19	$\pm c_{nk}^2$	$\pm c_{nk}^2$
82,10*	and is an	and it is an
83, 1*	Evans.	F. Riesz [10], Evans
105,12*	$ F ^{r-1} \text{sign } F$	$ F ^{r-1} \text{sign } F$
165, 4	$-\varphi$	$-s$
165,18	$\exp \lambda f ^{\beta}$	$\exp \lambda f ^{\beta}$

CHAPTER I.

Trigonometrical series and Fourier series.

1.1. Definitions. Trigonometrical series are series of the form

$$(1) \quad \frac{1}{2} a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx),$$

where the coefficients $a_0, a_1, \dots, b_1, b_2, \dots$ are independent of the real variable x . It is convenient to provide the constant term of trigonometrical series with the factor $1/2$. Except when otherwise stated, we shall suppose, always, that the coefficients of the trigonometrical series considered are real. Since all the terms of (1) are of period 2π , it is sufficient to study trigonometrical series in any interval of length 2π , e. g. in $(0, 2\pi)$ or $(-\pi, \pi)$.

Consider the power series

$$(2) \quad \frac{1}{2} a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k - ib_k) z^k$$

on the unit circle: $z = e^{ix}$. The series (1) is the real part of (2). The series

$$(3) \quad \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin kx - b_k \cos kx),$$

(with vanishing constant term) which multiplied by i and added to (1) gives the power series (2), is called *conjugate* to (1).

1.12. Summation of certain trigonometrical series.

The fact that trigonometrical series are the real parts of power series facilitates in many cases finding the sums of the former. For example, the series

$$(1) \quad P_r(x) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} r^k \cos kx, \quad Q_r(x) = \sum_{k=1}^{\infty} r^k \sin kx,$$

TERMINOLOGICAL INDEX

(Numbers refer to pages).

Basis 132.
Bessel's inequality 9.
Bounded variation, sequence of 3, power series of 157.
Category of sets 94.
Classes of functions: L_c 64, L' 64, B 79, C 79, S 79, L_Φ^* 95.
Closed sets of functions 25.
Complementary functions 65.
Complete sets of functions 5.
Convex functions 67, sequences 58.
Conjugate series 1, functions 146.
Equimeasurable functions 207.
Equiconvergence 23.
Essential upper bound 66.
Fractional integrals 222, derivatives 225.
Fourier series 3, coefficients 4, integrals (single and repeated) 306, transforms 308.
Fourier-Stieltjes series 8.
Gamma function 42.
Generalized derivatives 257.
Gibbs phenomenon 179.
H-sets 269.
Integral B, the Stieltjes-Lebesgue 194, Poisson's 51.
Kernel 45, conjugate 21, Dirichlet's 21, Fejér's 45, Poisson's 51, positive 45, quasi-positive 45.

NOTATIONS.

\sim (4, 11); $\Xi [f]$, $\bar{\Xi} [f]$ (6); ϵ , $\bar{\epsilon}$, ζ , \equiv (8); $|E|$ (9); σ , O (10), \simeq (11) $\text{Lip } \alpha$ (17); L , L_c , L' , M_r , N_r , A_r , B_r (64); $\text{Lip } (\alpha, p)$ (106); V_r (202), U_r (208).

BIBLIOGRAPHY.

- Banach, S. *Opérations linéaires*, Monografje Matematyczne, I, Warszawa, 1932.
Carslaw, H. S. *Introduction to the Theory of Fourier's Series and Integrals*, London, ed. 3, 1930.
Evans, G. *The Logarithmic Potential, Discontinuous Dirichlet and Neumann Problems*, New York, 1927.
Hardy, G. H., Littlewood, J. E., and Pólya, G., *Inequalities*, Cambridge, 1934.
Hardy, G. H. and Riesz, M. *The General Theory of Dirichlet's series*, Cambridge, 1915.
Hausdorff, F. *Mengentheorie*, Berlin und Leipzig, ed. 2, 1927.
Hobson, E. W. *The Theory of Functions of a Real Variable*, Cambridge, Vol. 1 (ed. 3), 1927, Vol. 2 (ed. 2), 1926.
Landau, E. *Darstellung und Begründung einiger neueren Ergebnisse der Funktionentheorie*, ed. 2, Berlin, 1929.
Lebesgue, H. *Leçons sur l'intégration et sur la recherche des fonctions primitives*, Paris, ed. 2, 1928. — *Leçons sur les séries trigonométriques*, Paris, 1906.
Plessner, A. *Trigonometrische Reihen*, in Pascal's „Repertorium der höheren Analysis“, Vcl. I, Leipzig und Berlin, 1929.
Saks, S. *Théorie de l'intégrale*, Monografje Matematyczne, II, Warszawa, 1933.
Tamarkin, J. D. *Fourier Series*, Providence, 1933 (rephotographed).
Titchmarsh, E. C. *The Theory of Functions*, Oxford, 1932.
Tonelli, L. *Serie Trigonometriche*, Bologna, 1928.
de la Vallée Poussin, C. *Intégrales de Lebesgue, fonctions d'ensemble, classes de Baire*, Paris, 1916. — *Cours d'analyse infinitésimale*, Louvain-Paris, ed. 5, 1923.

ORIGINAL MEMOIRS REFERRED TO IN THE TEXT.

- ABBREVIATIONS: A. E. N. = Annales de l'Ecole Normale Supérieure.
A. f. M. = Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik. — A. M. = Acta Mathematica. — Ann. M. = Annals of Mathematics. — A. S. = Acta Litterarum ac Scientiarum Regiae Universitatis Hungaricae Francisco-Josephinae, Szeged. — B. A. B. = Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. — B. A. M. S. = Bulletin of the American Math. Society. — B. A. P. = Bulletin International de l'Académie Polonaise, classe A de sciences mathématiques et naturelles, Cracovie. — B. S. F. M. = Bulletin de la Société Math. de France. — C. R. = Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris. — F. M. = Fundamenta Mathematicae. — G. N. = Göttinger Nachrichten. — J. D. M. V. = Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung. — J. L. M. S. = Journal of the London Math. Soc. — J. M. = Journal de Mathématiques. — J. f. M. = Journal für reine und angewandte Mathematik. — M. A. = Mathematische Annalen. — M. M. = Messenger of Mathematics. — M. Z. = Mathematische Zeitschrift. — P. L. M. S. = Proceedings of the London Math. Society. — Q. J. = Quarterly Journal of Mathematics. — R. L. = Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, Roma. — R. P. = Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. — S. M. = Studia Mathematica. — T. A. M. S. = Transactions of the American Math. Society. — W. B. = Sitzungsberichte der Math.-Naturwiss. Klasse der Akad. der Wiss. zu Wien.

Alexits, G. [1] Über den Grad der Annäherung durch die Cesàrosche Mittel der Fourierreihe, A. S., 3 (1927), 32—37.

Andersen, A. F. [1] Studier over Cesàros Summabilitetsmetode, Copenhagen, 1921, p. 1—100.

Banach, S. [1] Über einige Eigenschaften der lakanären trigonometrischen Reihen, S. M., 2 (1930), 207—220.

Bary, N. [1] Sur l'unicité du développement trigonométrique, F. M., 9 (1927), 62—118.

Bernstein, S. [1] Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynômes de degré donné, Mém. de l'Acad. Royale de Belgique, 2^{me} série, 4 (1912), 1—104. — [2] Sur la convergence absolue des séries trigonométriques, C. R., 158 (1914), 1661—1664. — [3] Sur la convergence absolue des séries trigonométriques, Communications de la Soc. Math. de Kharkow, 2^{me} série, 14 (1914), 139—144 (in Russian).

Birnbaum, Z. and Orlicz, W. [1] Über die Verallgemeinerung des Begriffes der zueinander konjugierten Potenzen, S. M., 3 (1931), 1—67.

Bochner, S. [1] Über Faktorenfolgen für Fourier-Reihen, A. S., 4 (1929) 125—129.

Boks, T. J. [1] Sur le rapport entre les méthodes d'intégration de Riemann et de Lebesgue, R. P., 45 (1921), 211—264.

Borgen, S. [1] Über ($C, 1$) Summierbarkeit von Reihen orthogonaler Funktionen, M. A., 98 (1928), 125—150.

Bosanquet, L. S. [1] On the summability of Fourier series, P. L. M. S., 31 (1930), 144—164.

Cantor, G. [1] Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen, M. A., 5 (1872), 123—132.

Carathéodory, C. [1] Über den Variabilitätsbereich der Koeffizienten von Potenzreihen die gegebene Werte nicht annehmen, M. A., 64 (1907), 95—115. — [2] Über die Fourierschen Koeffizienten monotoner Funktionen, B. A. B., 30 (1920), 559—573.

Carleman, T. [1] Über die Fourierreihen einer stetigen Funktion, A. M., 41 (1918), 377—384. — [2] A theorem concerning Fourier series, P. L. M. S., 21 (1923), 483—492. — [3] Sur les équations intégrales singulières à noyau réel et symétrique, Uppsala Universitets Arsskrift, 1923, p. 1—228.

Chapman, S. [1] On non integral orders of summability of series and integrals, P. L. M. S., 9 (1911), 369—409.

Chaundy, T. W. and Jolliffe, A. E. [1] The uniform convergence of a certain class of trigonometrical series, P. L. M. S., 15 (1916), 214—216.

van der Corput, J. G. [1] Zahlentheoretische Abschätzungen, M. A., 84 (1921), 53—79.

Cramér, H. [1] Études sur la sommation des séries de Fourier, A. f. M., 13 (1919), No. 20, 1—21.

Denjoy, A. [1] Sur l'absolue convergence des séries trigonométriques, C. R., 155 (1912), 135—136. — [2] Sur les ensembles parfaits présentant le caractère (A), A. L., 29 (1920), 316—318. — [3] Sur l'intégration riemannienne, C. R., 169 (1919), 219—221. — [4] Calcul des coefficients d'une série trigonométrique convergente quelconque dont la somme est donnée, C. R., 172 (1921), 1218—1221.

Du Bois-Reymond, P. [1] Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz der Fourierschen Darstellungsformeln, Abhandl. Akad. München, XII (1876), 1—103. — [2] Über die sprungweise Werthänderungen analytischer Funktionen, M. A., 7 (1874), 241—261. — [3] Beweis dass die Koeffizienten der trigonometrischen Reihe..., Abh. Akad. München, VII (1876), 117—166.

Faber, G. [1] Über stetige Funktionen, II, M. A., 69 (1910), 372—443.

Fatou, P. [1] Séries trigonométriques et séries de Taylor, A. M., 30 (1906), 335—400. — [2] Sur la convergence absolue des séries trigonométriques, B. S. M. F., 41 (1913), 47—53.

Fejér, L. [1] Untersuchungen über Fouriersche Reihen, M. A., 58 (1904), 501—569. — [2] Über die Positivität von Summen die nach trigonometrischen oder Legendreschen Funktionen fortschreiten, A. S., 2 (1925), 75—86. — [3] Über die Bestimmung des Sprunges der Funktion aus ihrer Fourierreihe, J. f. M., 142 (1913), 165—168. — [4] Neue Eigenschaften der Mittelwerte bei den Fourierreihen, J. L. M. S., 8 (1933), 53—62. — [5] Über gewisse durch die Fouriersche und Laplacesche Reihe definierten Mittelkurven und Mittelflächen, R. P., 38 (1914), 79—97. — [6] Über konjugierte trigonometrische Reihen, J. f. M., 144 (1913), 48—56. — [7] Sur les singularités des séries de Fourier de fonctions continues, A. E. S., 28 (1911), 63—103. — [8] Lebesguesche Konstanten und divergente Fourierreihen, J. f. M., 138 (1910), 22—53. — [9] Über gewisse Minimumprobleme der Funktionentheorie, M. A., 97 (1926), 104—123. — [10] Über die arithmetischen Mittel erster Ordnung der Fourierreihen, G. N., 1925, 13—17.

Fekete, M. [1] Über Faktorenfolgen welche die „Klasse“ einer Fourierschen Reihe unverändert lassen, A. S., 1 (1923), 148—166.

Fichtenholz, G. [1] Sur l'intégrale de Poisson et quelques questions qui s'y rattachent, F. M., 13 (1929), 1—33.

Fischer, E. [1] Sur la convergence en moyenne, C. R., 144 (1907), 1022—4.

Gabriel, R. M. [1] The rearrangement of Fourier positive coefficients, P. L. M. S., 33 (1931), 32—51.

Gergen, J. J. [1] Convergence and summability criteria for Fourier series, Q. J. (Oxford series), 1 (1930), 252—275.

Gronwall, T. H. [1] On the Fourier coefficients of a continuous function, B. A. M. S., 27 (1921), 320—321. — [2] Zur Gibbs'schen Erscheinung, Ann. M., 3 (1931), 233—240. — [3] Über einige Summationsmethoden und ihre Anwendung auf die Fouriersche Reihe, J. f. M., 147 (1916), 16—35.

Gross, W. [1] Zur Poissonschen Summierung, W. B., 124 (1915), 1017—1037.

Hahn, H. [1] Über Folgen linearer Operationen, Monatshefte für Math., 32 (1922), 3—88. — [2] Über Fejér's Summierung der Fourierschen Reihen, J. D. M. V., 25 (1917), 359—366.

Hardy, G. H. [1] A theorem concerning Taylor's series, Q. J., 44 (1913), 147—160. — [2] On the summability of Fourier series, P. L. M. S., 12 (1913), 365—372. — [3] On certain criteria for the convergence of the Fourier series of a continuous function, M. M., 47 (1918), 149—156. — [4] Weierstrass's non-differentiable function, T. A. M. S., 17 (1916), 301—325. — [5] Theorems relating to summability and convergence of slowly oscillating series, P. L. M. S., 8 (1910), 301—320. — [6] The summability of a Fourier series by logarithmic means, Q. J. (Oxford series), 2 (1931), 107—112. — [7] Notes on some points in the integral calculus, LV, M. M., 51 (1922), 186—192. — [8] A new proof of the functional equation of the Zeta-function, Matematisk Tidskrift, B., 1922, 71—73. — [9] Remarks on three recent notes in the Journal, J. L. M. S. 3 (1928), 166—169. — [10] The mean value of the modulus of an analytic function, P. L. M. S., 14 (1914), 269—277.

Hardy, G. H. and Littlewood, J. E. [1] On Young's convergence criterion for Fourier series, P. L. M. S., 28 (1928), 301—311. — [2] Some new convergence criteria for Fourier series, J. L. M. S., 7 (1932), 252—256. — [3] Some new convergence criteria for Fourier series, Annali Scuola Norm. Super. Pisa, 3 (1932), 43—46. — [4] The allied series of a Fourier series, P. L. M. S., 24 (1925), 211—246. — [5] The Fourier series of a positive function, J. L. M. S., 1 (1926), 134—138. — [6] Some properties of fractional integrals, I, M. Z. 27 (1928), 565—606; II, M. Z., 34 (1932), 403—439. — [7] Solution of the Cesàro summability problem for power series and Fourier series, M. Z., 19 (1923), 67—96. — [8] On the absolute convergence of Fourier series, J. L. M. S., 3 (1928), 250—253. — [9] Some

problems of Diophantine approximation: A remarkable trigonometrical series, Proc. National Acad. Sc., 2 (1916), 583—586.—[10] Some new properties of Fourier constants, M. A. 97 (1926), 159—209.—[11] Theorems concerning Cesàro means of power series, P. L. M. S., 36 (1934), 516—531.—[12] Some properties of conjugate functions, J. f. M., 167 (1932), 405—423.—[13] A convergence criterion for Fourier series, M. Z., 28 (1928), 612—634.—[14] On Parseval's theorem, P. L. M. S., 26 (1927), 287—294.—[15] Some new properties of Fourier constants, J. L. M. S., 6 (1931), 3—9.—[16] Sur la série de Fourier d'une fonction à carré sommable, C. R., 156 (1913), 1307—1309.—[17] A maximal theorem with function-theoretic applications, A. M., 54 (1930), 81—116.—[18] Some problems of Diophantine approximation: The trigonometrical series associated with the elliptic Theta-function, A. M., 37 (1914), 193—238.—[19] On the series conjugate to the Fourier series of a bounded function, J. L. M. S., 6 (1931), 278—286.—[20] Two theorems concerning Fourier series, J. L. M. S., 1 (1926), 19—25.

Hausdorff, F. [1] Summationsmethoden und Momentfolgen, M. Z., 9 (1921), 74—109, 280—299.—[2] Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen, M. Z., 16 (1923), 163—169.

Helly, E. [1] Über lineare Funktionaloperationen, W. B., 121 (1912), 265—297.

Hille, E. [1] Note on a power series considered by Hardy and Littlewood, J. L. M. S., 4 (1929), 176—182.

Hille, E. and Tamarkin, J. D. [1] On the summability of Fourier series, I, T. A. M. S., 34 (1932), 757—783; II, Ann. M., 34 (1933), 329—344, 602—605; III, M. A., 108 (1933), 525—577.—[2] Remarks on a known example of a monotone continuous function, American Math. Monthly, 36 (1929), 255—264.—[3] On the theory of Fourier transforms, B. A. M. S., 39 (1933), 768—774.

Hobson, E. W. [1] On the uniform convergence of Fourier series, P. L. M. S., 5 (1907), 275—289.—[2] On the integration of trigonometrical series, J. L. M. S., 2 (1927), 164—166.—[3] On a general convergence theorem, P. L. M. S., 6 (1908), 349—395.

Jackson, D. [1] Über eine trigonometrische Summe, R. P., 32 (1911), 257—262.

Jacob, M. [1] Summierbarkeit von Fourierschen Reihen und Integralen, M. Z., 29 (1929), 20—33.

Jensen, J. L. W. V. [1] Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes, A. M., 30 (1906), 175—193.

Jerosch, F. and Weyl, H. [1] Über die Konvergenz von Reihen die nach periodischen Funktionen fortschreiten, M. A., 64 (1909), 67—80.

Kaczmarz, S. [1] Über ein Orthogonalsystem, C. Rendus du I Congrès des mathématiciens des pays slaves, Warsaw, 1929, 189—192.—[2] Sur la convergence et la sommabilité des développements orthogonaux, S. M., 1 (1929), 87—121.—[3] Integrale vom Diniischen Typus, S. M., 3 (1931), 189—199.—[4] The divergence of certain integrals, J. L. M. S., 7 (1932), 218—222.—[5] On some classes of Fourier series, J. L. M. S., 8 (1933), 39—46.

Kaczmarz, S. and Steinhaus, H. [1] Le système orthogonal de M. Rademacher, S. M., 2 (1930), 231—247.

Khintchine, J. [1] Über dyadiische Brüche, M. Z., 18 (1923), 109—116.

Khintchine, J. und Kolmogoroff, A. [1] Über Konvergenz von Reihen deren Glieder durch den Zufall bestimmt werden, Recueil de la Soc. Math. de Moscou, 32 (1925), 668—677.

Kogbetlianiz, E. [1] Analogies entre les séries trigonométriques et les séries sphériques, A. E. N., 40 (1923), 259—323.—[2] Recherches sur l'unicité des séries ultrasphériques, J. M., 5 (1924), 125—196.

Kolmogoroff, A. [1] Sur l'ordre de grandeur des coefficients de la série de Fourier-Lebesgue, B. A. P., 1923, 83—86.—[2] Sur la possibilité de la définition générale de la dérivée, de l'intégrale et de la sommation des séries di-

vergentes, C. R., 180 (1925), 365—364.—[3] Über die Summen durch den Zufall bestimmten unabhängigen Größen, M. A., 99 (1928), 309—319.—[4] Sur les fonctions harmoniques conjuguées et les séries de Fourier, F. M., 7 (1925), 28—28.—[5] Sur un procédé d'intégration de M. Denjoy, F. M., 11 (1928), 27—28.—[6] Une série de Fourier-Lebesgue divergente partout, C. R., 183 (1926), 1327—8.—[7] Une série de Fourier-Lebesgue divergente presque partout, F. M., 4 (1923), 324—328.—[8] Une contribution à l'étude de la convergence des séries de Fourier, F. M., 5 (1924), 96—97.

Kolmogoroff, A. and Khintchine, J., see Khintchine, J. and Kolmogoroff, A.

Kolmogoroff, A. and Seltzerstoff, G. [1] Sur la convergence des séries de Fourier, C. R., 178 (1925), 303—305.—[2] Sur la convergence des séries de Fourier, A. L. 3 (1926), 307—310.

Landau, E. [1] Über eine trigonometrische Ungleichung, M. Z., 37 (1933), 36.

Lebesgue, H. [1] Sur la représentation trigonométrique approchée des fonctions satisfaisant à une condition de Lipschitz, B. S. M. F., 38 (1910), 181—210.—[2] Sur les intégrales singulières, Annales de Toulouse, 1 (1909), 25—117.—[3] Recherches sur la convergence des séries de Fourier, M. A., 61 (1905), 251—280.

Lévy, P. [1] Sur la convergence absolue des séries de Fourier, Compositio Math., 1 (1934), 1—14.

Liouville, J. [1] Sur le calcul des différentielles à indices quelconques, Journal de l'Ecole Polytechn., 13 (1832), 1—69.

Littlewood, J. E. [1] On the mean values of power series, P. L. M. S., 25 (1924), 328—337.—[2] On mean values of power series, J. L. M. S., 5 (1930), 179—182.—[3] On a theorem of Kolmogoroff, J. L. M. S., 1 (1926), 229—231.—[4] On a theorem of Zygmund, J. L. M. S., 4 (1929), 305—307.

Littlewood, J. E. and Hardy, G. H., see Hardy, G. H. and Littlewood, J. E.

Littlewood, J. E. and Paley, R. E. A. C. [1] Theorems on Fourier series and power series, J. L. M. S., 6 (1931), 230—233.

Lukács, F. [1] Über die Bestimmung des Sprunges einer Funktion aus ihrer Fourierreihe, J. f. M., 150 (1920), 107—112.

Lusin, N. [1] Integral and trigonometrical series (in Russian), Moscow, 1915, 1—242.—[2] Sur la notion de l'intégrale, Annali di Mat., 26 (1916), 77—129.—[3] Sur l'absolue convergence des séries trigonométriques, C. R., 155 (1912), 580—582.

Marcinkiewicz, J. [1] A new proof of a theorem on Fourier series, J. L. M. S., 8 (1933), 279.—[2] Sur deux méthodes de sommation de Riemann, J. L. M. S. (to be published).

Mazurkiewicz, S. [1] Sur les séries de puissances, F. M., 3 (1922), 52—58.

Menchoff, D. [1] Sur l'unicité du développement trigonométrique, C. R., 163 (1916), 433—436.

Mirimanoff, D. [1] Remarque sur la notion d'ensemble parfait de 1-re espèce, F. M., 4 (1923), 122—123.

Moore, C. N. [1] On the application of Borel's method to the summation of Fourier series, Proc. Nat. Acad. Sc., 11 (1925), 284—287.

Mulholland, H. P. [1] Concerning the generalization of the Young-Hausdorff theorem, P. L. M. S., 35 (1933), 257—293.

Nalli, P. [1] Sulle derivate seconde generalizzate, Giornale di Matematiche, 53 (1915), 169—177.

Neder, A. [1] Konvergenzdefekte der Potenzreihen stetiger Funktionen auf dem Rande des Konvergenzkreises, M. Z., 6 (1920), 262—269.—[2] Zur Theorie der trigonometrischen Reihen, M. A., 84 (1921), 117—136.

Niemytzki, V. [1] Sur quelques classes d'ensembles linéaires avec applications aux séries trigonométriques absolument convergentes, Rec. de la Soc. Math. de Moscou, 33 (1926), 5—32 (in Russian, with a résumé in French).

Orlicz, W. [1] Über eine gewisse Klasse von Räumen vom Typus B, B. A. P., 1932, 207—220.

Orlicz, W. and Birnbaum, Z., see Birnbaum, Z. and Orlicz, W.

Paley, R. E. A. C. [1] A remarkable system of orthogonal functions, P. L. M. S., 34 (1932), 241—279. — [2] A proof of a theorem on bilinear forms, J. L. M. S., 6 (1931), 226—230. — [3] A note on power series, J. L. M. S., 7 (1932), 122—130. — [4] Some theorems on orthogonal functions, S. M., 3 (1931), 226—238. — [5] On the lacunary coefficients of power series, Ann. M., 34 (1933), 615—616. — [6] A proof of a theorem on averages, P. L. M. S., 31 (1930), 289—300. — [7] On Fourier series with positive coefficients, P. L. M. S., 7 (1932), 205—208.

Paley, R. E. A. C. and Zygmund, A. [1] On some series of functions, Proc. of the Cambridge Phil. Soc., 26 (1930), 337—357, 458—474, and 28 (1932), 190—205. — [2] On the partial sums of Fourier series, S. M., 2 (1930), 221—227.

Plancherel, M. [1] Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par des intégrales définies, R. P., 30 (1910), 289—335. — [2] Sur la convergence et la sommabilité par les moyennes de Cesàro de $\lim_{z \rightarrow \infty} \int_a^z f(x) \cos xy dx$. M. A., 76 (915), 315—326.

Paley, R. E. A. C. and Littlewood, J. E., see Littlewood, J. E. and Paley, R. E. A. C.

Plessner, A. [1] Eine Kennzeichnung der totalstetigen Funktionen, J. f. M., 160 (1929), 26—32. — [2] Zur Theorie der konjugierten trigonometrischen Reihen, Mitteilungen des Math. Seminar d. Univ. Giessen, 10 (1923), 1—36. — [3] Über das Verhalten analytischer Funktionen auf dem Rande des Definitionsbereiches, J. f. M., 158 (1927), 219—227. — [4] Über Konvergenz von trigonometrischen Reihen, J. f. M., 155 (1925), 15—25.

Pollard, S. [1] On the criteria for the convergence of a Fourier series, J. L. M. S., 2 (1927), 255—262.

Prasad, B. N. [1] Contribution à l'étude d'une série conjuguée à une série de Fourier, J. M., 9 (1932), 153—205. — [2] On the summability of Fourier series and the bounded variation of power series, P. L. M. S., 36 (1933), 407—124. — [3] A theorem on the summability of the allied series of a Fourier series, J. L. M. S., 6 (1931), 274—278.

Pringsheim, A. [1] Über das Verhalten von Potenzreihen auf dem Convergenzkreise, Münchener Sitzungsbl., 30 (1900), 37—100. — [2] Über neue Gültigkeitsbedingungen für die Fouriersche Integralformel, M. A., 68 (1910), 367—408.

Privaloff, J. [1] Sur la dérivation des séries de Fourier, R. P., 41 (1916), 202—205. — [2] Intégrale de Cauchy, Saratoff, 1919, p. 1—94 (in Russian). — [3] Sur les fonctions conjuguées, B. S. F. M. 44 (1916), 100—103. — [4] Sur la convergence des séries trigonométriques conjuguées, Rec. de la Soc. Math. de Moscou, 32 (1925), 357—363.

Rademacher, H. [1] Einige Sätze über Reihen von allgemeinen Orthogonalfunktionen, M. A., 87 (1922), 112—138.

Rajchman, A. [1] Sur l'unicité du développement trigonométrique, F. M. 3 (1922), 286—302. — [2] Sur le principe de localisation de Riemann, Comptes Rendus de la Soc. Scient. de Varsovie, 11 (1918), 115—122 (in Polish, with a résumé in French). — [3] Sur la multiplication des séries trigonométriques et sur une classe d'ensembles fermés, M. A. 95 (1926), 388—408. — [4] Une classe des séries trigonométriques qui convergent presque partout vers zéro, M. A., 101 (1929), 686—700. — [5] Séries trigonométriques sommables par le procédé de Poisson, Prace Matematyczno-Fizyczne, 30 (1919), 19—88 (in Polish, with a résumé in French).

Rajchman and Zygmund, [1] Sur la possibilité d'appliquer la méthode de Riemann aux séries trigonométriques sommables par le procédé de Poisson,

M. Z., 25 (1926), 261—273. — [2] Sur la relation du procédé de sommation de Cesàro et celui de Riemann, B. A. P., 1925, 69—80.

Riemann, B. [1] Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe, Ges. Werke, 2. Aufl., Leipzig 1892, p. 227—271. — [2] Versuch einer allgemeinen Auffassung der Integration und Differentiation, Ges. Werke, p. 331—344.

Riesz, F. [1] Über orthogonale Funktionensysteme, Göttinger Nachrichten, 1907, 116—122. — [2] Untersuchungen über Systeme integrierbarer Funktionen, M. A., 69 (1910), 449—497. — [3] Sur les polynomes trigonométriques. C. R., 158 (1914), 1657—1661. — [4] Über die Randwerte einer analytischen Funktion, M. Z., 18 (1922), 87—95. — [5] Über die Fourierkoeffizienten einer stetigen Funktion von beschränkter Schwankung, M. Z., 2 (1918), 312—315. — [6] Über eine Verallgemeinerung des Parseval'schen Formel, M. Z., 18 (1923), 117—124. — [7] Sur un théorème de maximum de M. M. Hardy et Littlewood, J. L. M. S., 7 (1932), 10—13. — [8] Sur une inégalité intégrale, J. L. M. S., 5 (1930), 162—168. — [9] Sur la formule d'inversion de Fourier, A. S., 3 (1927), 235—241. — [10] Sur certains systèmes singuliers d'équations intégrales, A. E. N., 28 (1911), 33—62.

Riesz, F. and M. [1] Über Randwerte einer analytischen Funktion, Quatrième Congrès des math. scandinaves, 1916, 27—44.

Riesz, M. [1] Sur les séries de Dirichlet et les séries entières, C. R., 149 (1909), 309—312. — [2] Sur la sommation des séries de Fourier, A. S., 1 (1923), 104—113. — [3] Sur les maxima des formes bilinéaires et sur les fonctionnelles linéaires, A. M., 49 (1926), 465—497. — [4] Sur les fonctions conjuguées, M. Z., 27 (1927), 218—244. — [5] Neuer Beweis des Fatouschen Satzes, G. N., 1916, 12—65. — [6] Sätze über Potenzreihen, A. f. M., 11 (1916), No. 12. — [7] Über summierbare trigonometrische Reihen, M. A., 71 (1911), 54—75.

Rogosinski, W. [1] Über positive harmonische Entwicklung und typisch reelle Potenzreihen, M. Z., 35 (1932), 93—121. — [3] Über den Einfluss einseitiger Eigenschaften einer Funktion auf ihre Fourierreihe, Schriften der Königsberger Gelehrten Ges., 1926, Heft 3. — [3] Über die Abschnitte trigonometrischer Reihen, M. A., 95 (1925), 110—134. — [4] Reihensummlung durch Abschnitts-Koppelungen, M. Z., 25 (1926), 132—149.

Saks, S. [1] On some functionals, T. A. M. S., 35 (1933), 549—556.

Salem, R. [1] Détermination de l'ordre de grandeur à l'origine de certaines séries trigonométriques, C. R., 186 (1928), 1804—1806. — [2] Sur une propriété des séries de Fourier des fonctions de carré sommable, C. R., 197 (1933), 118—115.

Seliverstoff, G. and Kolmogoroff, A., see Kolmogoroff, A. and Seliverstoff, G.

Smirnov, V. [1] Sur les valeurs limites des fonctions analytiques, C. R., 188 (1929), 131—133.

Stein, P. [1] On a theorem of M. Riesz, J. L. M. S., 8 (1933), 242—247.

Steinhaus, H. [1] Sur le développement du produit de deux fonctions en une série de Fourier, Bulletin Intern. de l'Acad. de Cracovie, 1913, 113—116. — [2] Sur quelques propriétés des séries trigonométriques et de celles de Fourier, Rozprawy Akademii Umiejętności, Cracow, 56 (1925), 175—225 (in Polish, with a résumé in French). — [3] Additive und stetige Funktionaloperationen, M. Z., 5 (1919), 186—221. — [4] A new property of G. Cantor's set, Wektor, 7 (1917) (in Polish). — [5] Sur les distances des points des ensembles de mesure positive, F. M., 1 (1920), 93—104. — [6] Sur la convergence non uniforme des séries de Fourier, Bull. de l'Acad. de Cracovie, 1913, 145—160. — [7] Sur les défauts de convergence des séries trigonométriques et potentielles, B. A. P., 1919, 123—141. — [8] A generalization of G. Cantor's theorem on trigonometrical series, Wiadomości Matematyczne, 24 (1920), 197—201 (in Polish). — [9] Une série trigonométrique partout divergente, Comptes Rendus de la Soc. Scient. de Varsovie, 1912, 219—229. — [10] A divergent trigonometrical series, J. L. M. S., 4 (1929), 86—88.

- Steinhaus, H. and Kaczmarz, S., see Kaczmarz, S. and Steinhaus, H.
- Szász, O. [1] Über die arithmetische Mittel Fourierscher Reihen, A. M., 48 (1926), 355—362.—[2] Über den Kongvergenzexponent der Fourierschen Reihen, Münchener Sitzungsberichte, 1922, 135—150.—[3] Über die Fourierschen Reihen gewisser Funktionenklassen, M. A. 100 (1928), 530—536.
- Szegő, G. [1] Entwicklung einer willkürlichen Funktion nach den Polynomen eines Orthogonalsystems, M. Z. 12 (1922), 61—94.—[2] Über die Lebesgueschen Konstanten bei den Fourierreihen, M. Z., 9 (1921), 163—166.
- Szidon, S. [1] Reihentheoretische Sätze und ihre Anwendungen in der Theorie der Fourierschen Reihen, M. Z., 10 (1921), 121—127.—[2] Verallgemeinerung eines Satzes über die absolute Konvergenz von Fourierreihen mit Lücken, M. A., 97 (1927), 675—676.—[3] Einige Sätze und Fragestellungen über Fourierkoeffizienten, M. Z., 31 (1932), 477—480.—[4] Ein Satz über trigonometrische Polynome und seine Anwendung in der Theorie der Fourierreihen, M. A., 106 (1932), 536—539.
- Tamarkin, J. D. [1] Remarks on the theory of conjugate functions, P. L. M. S., 34 (1932), 379—391.
- Tamarkin, J. D. and Hille, E. see Hille, H. and Tamarkin, J. D.
- Titchmarsh, E. C. [1] The order of magnitude of the coefficients in a generalized Fourier series, P. L. M. S., 22 (1925), xxv—xxvi.—[2] The convergence of certain integrals, P. L. M. S., 24 (1925), 347—358.—[3] Additional note on conjugate functions, P. L. M. S., 4 (1929), 204—206.—[4] On conjugate functions, P. L. M. S., 29 (1929), 49—80.—[5] Reciprocal formulae for series and integrals, M. Z., 25 (1926), 321—347.—[6] A contribution to the theory of Fourier transforms, P. L. M. S., 23 (1924), 279—289.
- Toeppler, A. [1] Bemerkenswerte Eigenschaften der periodischen Reihen, Wiener Akad. Anz., 13 (1876), 205—209.
- Toeplitz, O. [1] Über allgemeine lineare Mittelbildungen, Prace Matematyczno-Fizyczne, 22 (1911), 113—119.
- Tonelli, L. [1] Sulla convergenza delle serie di Fourier, A. L., II (1925), 85—91.—[2] Sulla convergenza assoluta delle serie di Fourier, A. L., II (1925), 145—149.
- de la Vallée-Poussin, Ch. J. [1] Un nouveau cas de convergence des séries de Fourier, R. P., 31 (1911), 296—299.—[2] Sur l'intégrale de Lebesgue, T. A. M. S., 16 (1915), 435—501.—[3] Sur l'unicité du développement trigonométrique, Bull. de l'Acad. Royale de Belgique, 1912, 702—718.—[4] Sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle, Bull. de l'Acad. royale de Belgique, 1908, 193—254.
- Verblunsky, S. [1] On some classes of Fourier series, P. L. M. S., 33 (1932), 287—327.—[2] Some theorems on generalized Fourier constants, P. L. M. S., 37 (1934), 33—62.—[3] On the theory of trigonometric series, I, P. L. M. S., 34 (1932), 441—456; II, P. L. M. S., 34 (1932), 457—491; III, P. L. M. S., 34 (1932), 526—560; IV, P. L. M. S., 35 (1933), 445—487; V, F. M., 21 (1933), 168—210.—[4] Note on summable trigonometric series, J. L. M. S., 6 (1931), 106—112.—[5] The relation between Riemann's method of summation and Cesàro's, Proc. Cambridge Phil. Soc., 26 (1930), 34—42.
- Walsh, J. L. [1] A closed set of normal orthogonal functions, American Journal of Math., 55 (1923), 5—24.
- Waraszkiewicz, Z. [1] Sur un théorème de M. Zygmund, B. A. P., 1929, 275—279.
- Warschawski, S. [1] Über einige Konvergenzsätze aus der Theorie der konformen Abbildung, Göttinger Nachr., 1930, 344—359.
- Watson, G. N. [1] General transforms, P. L. M. S., 35 (1933), 156—199.
- Weyl, H. [1] Bemerkungen zum Begriff der Differentialquotienten gebrochener Ordnung, Vierteljahrsschrift der Naturf. Ges. in Zürich, 62 (1917), 296—302.
- Weyl, H. and Jerosch, F., see Jerosch, F. and Weyl, H.
- Whittaker, J. M. [1] The absolute summability of Fourier series, Proc. Edinburgh Math. Soc., 2 (1930), 1—5.
- Wiener, N. [1] Tauberian theorems, Ann. M., 33 (1932), 1—100.—[2] The quadratic variation of a function and its Fourier coefficients, Massachusetts Journal of Math., 3 (1924), 72—94.
- Wilton, J. R. [1] An approximate functional equation of a simple type: Applications to certain trigonometrical series, J. L. M. S., 9 (1934), 247—254.
- Young, W. H. [1] On Fourier series and functions of bounded variation, Proc. Roy. Soc. (A), 88 (1913), 561—568.—[2] Konvergenzbedingungen für die verwandte Reihe einer Fourierschen Reihe, Münchener Sitzungsbs., 41 (1911), 361—371.—[3] On the mode of oscillation of a Fourier series and of its allied series, P. L. M. S., 12 (1913), 433—452.—[4] On the convergence of the derived series of Fourier series, P. L. M. S., 17 (1916), 195—236.—[5] On the convergence of a Fourier series and of its allied series, P. L. M. S., 10 (1912), 254—272.—[6] The usual convergence of a class of trigonometrical series, P. L. M. S., 13 (1914), 13—28.—[7] On classes of summable functions and their Fourier series, Proc. Roy. Soc. (A) 87 (1912), 225—229.—[8] On the condition that a trigonometrical series should have a certain form, Proc. London Roy. Soc. (A) 88 (1913), 569—574.—[9] On the Fourier series of bounded functions, P. L. M. S., 12 (1913), 41—70.—[10] On successions with subsequences converging to an integral, P. L. M. S., 24 (1926), 1—20.—[11] On the integration of Fourier series, P. L. M. S., 9 (1911), 449—462.—[12] On the multiplication of successions of Fourier constants, Proc. Roy. Soc. (A) 87 (1912), 331—339.—[13] On the determination of the summability of a function by means of its Fourier coefficients, P. L. M. S., 12 (1913), 71—88.—[14] A note on trigonometrical series, M. M., 38 (1909), 44—48.—[15] On the ordinary convergence of restricted Fourier series, Proc. Roy. Soc. (A), 93 (1917), 276—292.—[16] On restricted Fourier series and the convergence of power series, P. L. M. S., 17 (1918), 353—366.
- Young, W. H. and G. C. [1] On the theorem of Riesz-Fischer, Q. J., 44 (1913), 49—88.
- Zalcwasser, Z. [1] Sur le phénomène de Gibbs dans la théorie des séries de Fourier, F. M., 12 (1928), 126—151.
- Zygmund, A. [1] Sur la dérivation des séries de Fourier, B. A. P., 1924, 243—249.—[2] Sur la sommation des séries trigonométriques conjuguées aux séries de Fourier, B. A. P., 1924, 251—258.—[3] Sur un théorème de M. Fekete, B. A. P., 1927, 343—347.—[4] Sur les fonctions conjuguées, F. M., 13 (1929), 284—303, Corrigenda, F. M., 18 (1932), 312.—[5] On the convergence of lacunary trigonometric series, F. M., 16 (1930), 90—107, Corrigenda, F. M., 18 (1932), 312.—[6] Quelques théorèmes sur les séries trigonométriques et celles de puissances, S. M., 3 (1931), 77—91.—[7] Some points in the theory of trigonometric and power series, T. A. M. S., 36 (1934), 586—617.—[8] Sur la convergence absolue des séries de Fourier, P. L. M. S., 3 (1928), 194—196.—[9] A remark on conjugate series, P. L. M. S., 34 (1932), 392—400.—[10] Sur l'application de la première moyenne arithmétique, F. M., 10 (1926), 356—362.—[11] Sur la théorie riemannienne des séries trigonométriques, M. Z., 24 (1926), 47—104.—[12] Contribution à l'unicité du développement trigonométrique, M. Z., 24 (1926), 40—46.—[13] On lacunary trigonometric series, T. A. M. S., 34 (1932), 435—446.—[14] Sur les séries trigonométriques sommables par le procédé de Poisson, M. Z., 25 (1926), 274—290.—[15] Sur un théorème de M. Gronwall, B. A. P., 1925, 207—217.
- Zygmund, A. and Paley, R. E. A. C., see Paley, R. E. A. C. and Zygmund, A.
- Zygmund, A. and Rajchman, A., see Rajchman, A. and Zygmund, A.

TABLE OF CONTENTS.

	pages	
PREFACE	III	
ERRATA	IV	
CHAPTER I. Trigonometrical series and Fourier series	1	
1.1. Definitions.—1.2. Abel's transformation.—1.3. Orthogonal systems of functions. Fourier series.—1.4. The trigonometrical system.—1.5. Completeness of the trigonometrical system.—1.6. Bessel's inequality. Parseval's relation.—1.7. Remarks on series and integrals.—1.8. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER II. Fourier coefficients. Tests for the convergence of Fourier series	14	
2.1. Operations on Fourier series.—2.2. Modulus of continuity. Fourier coefficients.—2.3. Formulae for partial sums.—2.4. Dini's test.—2.5. Theorems on localization.—2.6. Functions of bounded variation.—2.7. Tests of Lebesgue and Dini-Lipschitz.—2.8. Tests of de la Vallée-Poussin, Young, and Hardy and Littlewood.—2.9. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER III. Summability of Fourier series	40	
3.1. Toeplitz matrices. Abel and Cesàro means.—3.2. Fejér's theorem.—3.3. Summability (C, r) of Fourier series and conjugate series.—3.4. Abel's summability.—3.5. The Cesàro summation of differentiable series.—3.6. Fourier sine series.—3.7. Convergence factors.—3.8. Summability of Fourier-Stieltjes series.—3.9. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER IV. Classes of functions and Fourier series	64	
4.1. Inequalities.—4.2. Mean convergence. The Riesz-Fischer theorem.—4.3. Classes B , C , S , and L_p of functions.—4.4. Parseval's relations.—4.5. Linear operations.—4.6. Transformations of Fourier series.—4.7. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER V. Properties of some special series	108	
5.1. Series with coefficients monotonically tending to 0.—5.2. Approximate expressions for such series.—5.3. A power series.—5.4. Lacunary series.—5.5. Rademacher's series.—5.6. Applications of Rademacher's functions.—5.7. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER VI. The absolute convergence of trigonometrical series	131	
6.1. The Lusin-Denjoy theorem.—6.2. Fatou's theorems.—6.3. The absolute convergence of Fourier series.—6.4. Szidon's theorem on lacunary series.—6.5. The theorems of Wiener and Lévy.—6.6. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER VIII. Conjugate series and complex methods in the theory of Fourier series	145	
7.1. Summability of conjugate series.—7.2. Conjugate series and Fourier series.—7.3. Mean convergence of Fourier series.—7.4. Privaloff's theorem.—7.5. Power series of bounded variation.—7.6. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER VIII. Divergence of Fourier series. Gibbs's phenomenon	167	
8.1. Continuous functions with divergent Fourier series.—8.2. A theorem of Faber and Lebesgue.—8.3. Lebesgue's constants.—8.4. Kolmogoroff's example.—8.5. Gibbs's phenomenon.—8.6. Theorems of Rogosinski.—8.7. Cramér's theorem.—8.8. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER IX. Further theorems on Fourier coefficients. Integration of fractional order	189	
9.1. Remarks on the theorems of Hausdorff-Young and F. Riesz.—9.2. M. Riesz's convexity theorems.—9.3. Proof of F. Riesz's theorem.—9.4. Theorems of Paley.—9.5. Theorems of Hardy and Littlewood.—9.6. Banach's theorems on lacunary coefficients.—9.7. Wiener's theorem on functions of bounded variation.—9.8. Integrals of fractional order.—9.9. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER X. Further theorems on the summability and convergence of Fourier series	237	
10.1. An extension of Fejér's theorem.—10.2. Maximal theorems of Hardy and Littlewood.—10.3. Partial sums of $\mathcal{E}[f]$ for $f \in L^2$.—10.4. Summability C of Fourier series.—10.5. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER XI. Riemann's theory of trigonometrical series	267	
11.1. The Cantor-Lebesgue theorem and its generalization.—11.2. Riemann's and Fatou's theorems.—11.3. Theorems of uniqueness.—11.4. The principle of localization. Rajchman's theory of formal multiplication.—11.5. Sets of uniqueness and sets of multiplicity.—11.6. Uniqueness in the case of summable series.—11.7. Miscellaneous theorems and examples.		
CHAPTER XII. Fourier's integral	306	
12.1. Fourier's single integral.—12.2. Fourier's repeated integral.—12.3. Summability of integrals.—12.4. Fourier transforms.		
TERMINOLOGICAL INDEX, NOTATIONS	320	
BIBLIOGRAPHY	321	



The „Mathematical Monographs” are published in unbound volumes containing ca. 150-300 pages, in 8°.

Published:

Volume I. S. Banach, Théorie des opérations linéaires,
(1932) pages VIII+256, price 3 dollars U. S. A.

Volume II. S. Saks, Théorie de l'intégrale,
(1933) pages X+292, price 4 dollars U. S. A.

Volume III. C. Kuratowski, Topologie I,
(1933) pages X+288, price 4.50 dollars U. S. A.

Volume IV. W. Sierpiński, Hypothèse du continu,
(1934) pages VI+194, price 3.50 dollars U. S. A.

Volume V. A. Zygmund, Trigonometrical Series,
(1935) pages IV+332, price 5 dollars U. S. A.

In course of preparation (besides several other volumes):

S. Kaczyński und H. Steinhaus,
Theorie der Orthogonalreihen,

A. Tarski, Arithmetik der Kardinalzahlen.

Each volume may be obtained, post free, on
request addressed directly to

„MONOGRAFJE MATEMATYCZNE”
SEMINAR. MATEM. UNIW. WARSZ.

OCZKI Nr. 3

WARSZAWA (Warsaw), Poland

together with an international money order or cheque (or payment at the Polish Postal Cash: P. K. O. Nr. 45.177 Prof. Dr. Kuratowski, „Monografje Matematyczne”, Warszawa).

All the volumes are also procurable at booksellers.

The price of this volume is 5 dollars U. S. A.

Members of the Polish Mathematical Society pay any volume issued 15 zł. (by monthly instalments of 5 zł.).