Remarque sur ma Note »Un théorème sur la puissance des ensembles ordonnés«.

Par

Paul Urysohn (Moscou).

J'ai démontré dans la Note citée (*Fund. Math.* V, p. 14) le théorème suivant:

„Chaque ensemble ordonné dont tous les sous-ensembles bien ordonnés (croissants et décroissants) sont au plus dénombrables, a une puissance non supérieure à celle du continu".

Or M. Hausdorff m'a communiqué que ce théorème résulte des considérations qu'il a exposées dans les *Leipziger Berichte* (Bd. 59) et reproduites dans ses *Grundzüge der Mengenlehre* (Ch. VI, § 7 et § 8).

En effet, M. Hausdorff y considère certains types d'ensembles ordonnés qu'il nomme „ensembles η_ξ" (ξ étant un nombre ordinal $\geqslant 0$) et il démontre que:

1°. Pour tout ξ il existe au moins un $\eta_{\xi+1}$ de puissance $2^{\aleph_\xi}$.

2°. Chaque η_ξ contient des sous-ensembles semblables à tous les ensembles ordonnés de puissance $\leqslant \aleph_\xi$.

Or une légère modification de la démonstration de 2° permet de remplacer dans son énoncé les „ensembles de puissance $\leqslant \aleph_\xi$" par les „ensembles dont tous les sous-ensembles bien ordonnés ont une puissance $< \aleph_\xi$"; ce qui donne, en vertu de 1°, le théorème suivant:

Chaque ensemble ordonné dont tous les sous-ensembles bien ordonnés (croissants et décroissants) ont une puissance $\leqslant \aleph_\xi$, *a une puissance non supérieure à* $2^{\aleph_\xi}$.

Pour $\xi = 0$ on obtient, comme cas particulier, le théorème mentionné au début.