Deuxième pas. Soit δ_{n_2}, $n_2 > n_1$, le premier intervalle dans la suite (1) tel que l'ensemble-produit $H_2 = \text{proj.}\ \delta_{n_2} \times E^{(1)} \neq 0$. Si x appartient à H_2, P_x coupe le crible C_{n_2} en un ensemble bien ordonné; soit γ_2 le type minimum lorsque x parcourt H_2. Nous désignons par $E^{(2)}$ l'ensemble des points de H_2 qui correspondent à γ_2.

$k^{ième}$ pas. Soit δ_{n_k}, $n_k > n_{k-1}$, le premier intervalle dans la suite (1) tel que l'ensemble-produit $H_k = \text{proj.}\ \delta_{n_k} \times E^{(k-1)} \neq 0$. Si x appartient à H_k, P_x coupe le crible C_{n_k} en un ensemble bien ordonné; soit γ_k le type minimum lorsque x parcourt H_k. Nous désignons par $E^{(k)}$ l'ensemble des points de H_k qui correspondent à γ_k.

Les intervalles proj. δ_{n_1}, proj. $\delta_{n_2}, \ldots,$ proj. $\delta_{n_k}, \ldots$ contiennent nécessairement un point ξ. *C'est bien ce point ξ qui appartient à la première constituante non nulle E_γ.*

3. Pour le voir, montrons d'abord que P_ξ ne coupe aucun intervalle δ_m qui diffère des δ_{n_k}. En effet, si $n_{k-1} < m < n_k$, proj. δ_m contient sûrement des points de $E^{(k)}$. Or, δ_{n_k} est *le premier* intervalle dans (1) qui suit $\delta_{n_{k-1}}$ et dont la projection, proj. δ_{n_k}, contient des points de $E^{(k)}$. Donc $m = n_k$.

Nous ajoutons que P_ξ coupe effectivement tous les intervalles δ_{n_k}.

4. Il ne reste qu'à établir que l'ordre relatif des ordonnées des intervalles δ_{n_k} est celui des nombres transfinis (ou finis) γ_k.

Pour le voir, prenons deux intervalles quelconques δ_{n_i} et δ_{n_j}; nous supposons que δ_{n_i} est situé au-dessous de δ_{n_j}.

Soit k un entier positif quelconque tel que $k > i$ et $k > j$. Si x est un point de $E^{(k)}$, P_x coupe les cribles C_{n_i} et C_{n_j} en deux ensembles bien ordonnés respectivement de type γ_i et γ_j. Et comme le crible C_{n_i} fait partie du crible C_{n_j}, on voit bien que $\gamma_i < \gamma_j$, l'égalité de ces nombres étant exclue.

D'autre part, il est manifeste que tous les nombres δ_k sont inférieurs à γ, puisque $E^{(k)}$ fait partie de E_γ. Il en résulte que P_ξ coupe le crible donné C en un ensemble bien ordonné de type $\leqslant \gamma$. Comme E_γ est la première constituante non nulle, nous concluons définitivement que le type de cet ensemble bien ordonné est précisément égal à γ.

C. Q. F. D.

D'autres applications du procédé précédemment décrit paraîtront prochainement.

Die A-Mengen und die topologische Konvergenz.

Von

Paul Alexandroff (Moskwa).

Es sei $\{E_{i_1\ldots i_k}\}$ ein System von Punktmengen eines festen metrischen Raumes R; dabei durchlaufen k und die $i_1, \ldots, i_k$ unabhängig voneinander alle positiven ganzzahligen Werte. Betrachtet man für jede Indexfolge $i_1, \ldots, i_k, \ldots$ die Durchschnittsmenge $\prod\limits_{k=1}^{\infty} E_{i_1\ldots i_k}$ und summiert man diese Durchschnittsmengen über alle Indexfolgen, so erhält man eine Menge $E = A\{E_{i_1\ldots i_k}\}$, von der es bekanntlich heisst, dass sie aus dem Mengensystem $\{E_{i_1\ldots i_k}\}$ durch Anwendung der *A-Operation* entstanden ist.

Die Mengen, die man durch Anwendung der A-Operation auf Systeme abgeschlossener bzw. offener Punktmengen des Raumes R erhält, heissen bekanntlich die *A-Mengen* oder die Suslinschen Mengen [1]) des Raumes R.

Es erhebt sich die Frage nach den Mengen, die man erhält, wenn man in der obigen Definition der A-Operation anstatt der Durchschnittsbildung (nach den Indexfolgen) andere für Mengenfolgen erklärte Operationen vornimmt. Als solche Operationen betrachten wir in dieser Note erstens den Uebergang zum oberen, zweitens den Uebergang zum unteren topologischen Limes [2]) einer Mengenfolge und beweisen — unter der Voraussetzung, *der metrische Raum R sei separabel* —, dass man auf die eben geschilderte Weise *nur die* A-Mengen und (was sich übrigens als trivial herausstellen wird) auch alle A-Mengen erhält.

[1]) Vgl. etwa Hausdorff, *Mengenlehre*, Kap. V, § 19.

[2]) Vgl. etwa Alexandroff-Hopf, *Topologie I*, Kap. II, § 5.

Mit anderen Worten: Wir bezeichnen mit $A_{\bar{t}}\{E_{i_1\ldots i_k}\}$ bzw. mit $A_{\underline{t}}\{E_{i_1\ldots i_k}\}$ die Menge, die man erhält, wenn man für jede Indexfolge den oberen bzw. den unteren topologischen Limes, $\overline{lt}\, E_{i_1\ldots i_k}$ bzw. $\underline{lt}\, E_{i_1\ldots i_k}$ konstruiert und über alle Indexfolgen summiert. Wir beweisen: *Sind die $E_{i_1\ldots i_k}$ beliebige Punktmengen eines separablen metrischen Raumes R, so ist sowohl $A_{\bar{t}}(E_{i_1\ldots i_k})$ als auch $A_{\underline{t}}(E_{i_1\ldots i_k})$ eine A-Menge des Raumes R.*

Dieser Satz scheint mancher Anwendungen fähig zu sein (so z. B. in der Theorie der Erreichbarkeitseigenschaften von Punktmengen der Euklidischen Räume), auf die ich bei einer anderen Gelegenheit zurückzukommen hoffe.

Bemerkung I. In unserem Satz sprechen wir von *beliebigen* Punktmengen $E_{i_1\ldots i_k}$ (setzen also insbesondere weder ihre Abgeschlossenheit noch ihre Offenheit voraus). Das beruht auf der trivialen Tatsache, dass

$$A_{\bar{t}}(E_{i_1\ldots i_k}) = A_{\bar{t}}(\overline{E}_{i_1\ldots i_k}), \qquad A_{\underline{t}}(E_{i_1\ldots i_k}) = A_{\underline{t}}(\overline{E}_{i_1\ldots i_k})$$

ist.

Bemerkung II. Der Satz, um den es sich in dieser Note handelt, lässt sich umkehren: jede A-Menge des metrischen Raumes R kann als $A_{\bar{t}}(E_{i_1\ldots i_k})$ und als $A_{\underline{t}}(E_{i_1\ldots i_k})$ dargestellt werden, und zwar so, dass für jede Indexfolge $i_1, i_2, \ldots, i_k, \ldots$ die Mengenfolge

$$E_{i_1},\ E_{i_1 i_2}, \ldots,\ E_{i_1\ldots i_k}, \ldots$$

topologisch konvergiert (d. h.: es existiert $lt\, E_{i_1\ldots i_k} = \overline{lt}\, E_{i_1\ldots i_k} = \underline{lt}\, E_{i_1\ldots i_k}$).

Unter naheliegender Abänderung unserer bisherigen Bezeichnungen kann man sagen, dass jede A-Menge in der Form $A_t(E_{i_1\ldots i_k})$ dargestellt werden kann. Um sich von der Richtigkeit dieser Behauptung zu überzeugen, genügt es die gegebene A-Menge E als $A(E_{i_1\ldots i_k})$ (evtl. mit abgeschlossenen bzw. offenen $E_{i_1\ldots i_k}$) so darzustellen, dass stets $E_{i_1\ldots i_k} \supset E_{i_1\ldots i_k i_{k+1}}$ ist: dann ist $\overline{lt}\, E_{i_1\ldots i_k} = \underline{lt}\, E_{i_1\ldots i_k} = \prod_{k=1}^{\infty} E_{i_1\ldots i_k}$. Macht man darüber hinaus die (der Allgemeinheit nichts schadende Voraussetzung, dass der Durchmesser von $E_{i_1\ldots i_k}$ mit $\frac{1}{k}$ gegen Null konvergiert, so erhält man leicht folgendes Ergebnis: *jede A-Menge kann in der Gestalt $A_t(e_{i_1\ldots i_k})$ dargestellt werden, wobei die $e_{i_1\ldots i_k}$ einpunktig sind, und für jede Indexfolge $i_1, i_2, \ldots, i_k, \ldots$ die Punktfolge* $e_{i_1}, e_{i_1 i_2}, \ldots, e_{i_1\ldots i_k}, \ldots$ (im gewöhnlichen Sinne) *gegen einen Punkt* $x_{i_1 i_2\ldots i_k\ldots}$ konvergiert:

$$\lim e_{i_1\ldots i_k} = lt\, e_{i_1\ldots i_k} = x_{i_1 i_2\ldots i_k\ldots}$$

§ 1.

1. Es sei $E = A_{\bar{t}}\{F_{i_1\ldots i_k}\}$, wobei die $F_{i_1\ldots i_k}$ abgeschlossene Mengen des separablen metrischen Raumes R sind. Wir numerieren die $F_{i_1\ldots i_k}$ in eine einfache Folge um:

$$\mathfrak{F}_1,\ \mathfrak{F}_2, \ldots,\ \mathfrak{F}_j, \ldots$$

Es seien bereits alle Mengen $\mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k}$ gegeben, wobei jedes $\mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k}$ ein gewisses $F_{i_1\ldots i_n}$ ist. Wir numerieren alle $F_{i_1\ldots i_n h_{n+1}\ldots h_\nu}$ (mit festen $i_1, \ldots i_n$, $F_{i_1\ldots i_n} = \mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k}$ und variablen ν, $h_{n+1}, \ldots, h_\nu$) in eine einfache Folge

$$\mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k 1},\ \mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k 2}, \ldots,\ \mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k j_{k+1}}, \ldots$$

um und erhalten so die Mengen $\mathfrak{F}_{j_1\ldots j_{k+1}}$.

Man überzeugt sich leicht davon, dass

$$A_{\bar{t}}\{\mathfrak{F}_{j_1\ldots j_k}\} = A_{\bar{t}}\{F_{i_1\ldots i_n}\}$$

ist.

2. Es seien

$$U_1^p,\ U_2^p, \ldots,\ U_n^p, \ldots$$

alle sphärischen Umgebungen des Raumes R vom Radius $1/2^p$, welche mit E gemeinsame Punkte haben und deren Mittelpunkte einer festen in R dichten abzählbaren Punktmenge entnommen sind.

Wir numerieren alle Ausdrücke $\overline{U}_n^1 \cdot \mathfrak{F}_{j_1}$ in eine einfache Reihe

(1) $$\Phi_1,\ \Phi_2, \ldots,\ \Phi_{l_1}, \ldots$$

um.

Den ersten Faktor des Produktes $\Phi_{l_1} = \overline{U}_n^1 \cdot \mathfrak{F}_{j_1}$, also $\overline{U}_n^1$, bezeichnen wir mit $\overline{U}_{l_1}$, so dass wir neben (1) auch noch

(2) $$U_1,\ U_2, \ldots,\ U_{l_1}, \ldots$$

haben.

Es seien die $\Phi_{i_1\ldots i_k} = \overline{U}^k_n \cdot \mathcal{F}_{j_1\ldots j_k}$ bereits konstruiert. Wir numerieren alle Ausdrücke $\overline{U}^{k+1}_n \cdot \mathcal{F}_{j_1\ldots j_k j_{k+1}}$ (mit variablen n und j_{k+1}) in eine einfache Folge

$$(1_k) \qquad \Phi_{i_1\ldots i_k 1},\ \Phi_{i_1\ldots i_k 2}, \ldots,\ \Phi_{i_1\ldots i_k i_{k+1}}, \ldots$$

und definieren die

$$(2_k) \qquad U_{i_1\ldots i_k 1},\ U_{i_1\ldots i_k 2}, \ldots,\ U_{i_1\ldots i_k i_{k+1}}, \ldots$$

ähnlich wie die (2) durch

$$\Phi_{i_1\ldots i_k i_{k+1}} = \overline{U}_{i_1\ldots i_k i_{k+1}} \cdot \mathcal{F}_{j_1\ldots j_k j_{k+1}}.$$

3. Wir beweisen jetzt, dass

$$(3) \qquad E = A(U_{i_1\ldots i_k})$$

ist.

a) Es sei $x \subset E$; dann ist $x \subset \overline{\underset{\lambda\to\infty}{lt}}\, F_{h_1\ldots h_\lambda}$. Es sei λ_1 die erste natürliche Zahl von der Eigenschaft, dass $\varrho(x, F_{h_1\ldots h_{\lambda_1}}) < \frac{1}{2}$ ist. Es ist $F_{h_1\ldots h_{\lambda_1}} = \mathcal{F}_{j_1}$, und es gibt ein U^1_n derart, dass $U^1_n \supset x$, $U^1_n \cdot \mathcal{F}_{j_1} = \Phi_{i_1} = 0$, und folglich $U^1_n = U_{i_1}$ ist.

Es seien uns jetzt gegeben: die natürlichen Zahlen $\lambda_1 < \ldots < \lambda_\nu$ mit $\varrho(x, F_{h_1\ldots h_{\lambda_s}}) < \frac{1}{2^s}$ für $s \leqslant \nu$; die Mengen $F_{h_1\ldots h_{\lambda_s}} = \mathcal{F}_{j_1\ldots j_s}$; die $U^s_n = U_{i_1\ldots i_s}$ mit $x \subset U^s_n$, $\Phi_{i_1\ldots i_s} = U^s_n \cdot \mathcal{F}_{j_1\ldots j_s} \neq 0$, $s \leqslant \nu$. Es sei $\lambda_{\nu+1} > \lambda_\nu$ die erste natürliche Zahl von der Eigenschaft, dass $\varrho(x, F_{h_1\ldots h_{\nu+1}}) < \frac{1}{2^{\nu+1}}$ ist. Es ist $F_{h_1\ldots h_{\nu+1}} = \mathcal{F}_{j_1\ldots j_{s+1}}$ und es existiert ein $U^{\nu+1}_n$ mit den beiden Eigenschaften: $U^{\nu+1}_n \supset x$, $\Phi_{i_1\ldots i_{\nu+1}} = \overline{U}^{\nu+1}_n \cdot \mathcal{F}_{j_1\ldots j_{\nu+1}} \neq 0$. Dieses $U^{\nu+1}_n$ ist ein $U_{i_1\ldots i_{\nu+1}} \supset x$, womit die Induktion weitergeführt wird. Somit gilt bei jedem k

$$x \subset U_{i_1\ldots i_k}$$

und es ist daher $x \subset A(U_{i_1\ldots i_k})$.

b) Es sei $x \subset A\{U_{i_1\ldots i_k}\}$, also $x \subset U_{i_1} \cdot U_{i_1 i_2} \ldots U_{i_1\ldots i_k}$. Der Durchmesser von $U_{i_1\ldots i_k}$ ist höchstens gleich $\frac{1}{2^{k-1}}$ und es ist $F_{i_1\ldots i_k} = \overline{U}_{i_1\ldots i_k} \cdot \mathcal{F}_{j_1\ldots j_k} = 0$, also $\varrho(x, F_{j_1\ldots j_k}) \leqslant \frac{1}{2^{k-1}}$ und folglich

$$x \subset \underset{k\to\infty}{\underline{lt}}\, \mathcal{F}_{j_1\ldots j_k} \subset \underset{k\to\infty}{\overline{lt}}\, \mathcal{F}_{j_1\ldots j_k},$$

also nach Nr. 1

$$x \subset A_{\bar{t}}(\mathcal{F}_{j_1\ldots j_k}) = A_{\bar{t}}(F_{i_1\ldots i_k}) = E.$$

§ 2.

1. Es sei $E = A_t\{F_{h_1\ldots h_k}\}$. Der Punkt $x \subset E$ sei beliebig. Wir sagen, die Menge $F_{h_1\ldots h_k}$ habe eine *Ordnung* $\geqslant p$ in bezug auf den Punkt x, wenn $k \geqslant p$ ist und es eine Folge natürlicher Zahlen

$$h_{k+1},\ h_{k+2},\ \ldots \quad \text{(in inf.)}$$

gibt, so dass $\varrho(x, F_{h_1\ldots h_k h_{k+1}\ldots h_{k+l}}) < \frac{1}{2^p}$ ist. Ist $F_{h_1\ldots h_k}$ von einer Ordnung $\geqslant p$ in bezug auf mindestens einen Punkt $x \subset E$, so sagen wir, dass $F_{h_1\ldots h_k}$ schlechtweg von einer Ordnung $\geqslant p$ ist.

Wir betrachten jetzt alle Ausdrücke von der Form $\overline{U}^1_n \cdot F_{h_1\ldots h_k} \neq 0$, wo $F_{h_1\ldots h_k}$ eine Menge von einer Ordnung $\geqslant 1$ und $\overline{U}^1_n$ wie vorher (§ 1, Nr. 2) definiert ist. Diese Ausdrücke numerieren wir in eine einfache Folge um:

$$\Phi_1,\ \Phi_2, \ldots,\ \Phi_{i_1}, \ldots;$$

den ersten Faktor von $\Phi_{i_1} = U^1_n \cdot F_{h_1\ldots h_k}$, d. h. $\overline{U}^1_n$ bezeichnen wir mit $\overline{U}_{i_1}$, so dass man neben (1) auch die Folge

$$(2) \qquad U_1,\ U_2, \ldots,\ U_{i_1}, \ldots$$

hat.

Wir nehmen jetzt an, dass die Mengen $\Phi_{i_1\ldots i_m}$ bzw. $U_{i_1\ldots i_m}$ bereits konstruiert sind, und zwar so, dass jedes $\Phi_{i_1\ldots i_m}$ der Durchschnitt einer Menge $F_{h_1\ldots h_k}$ von einer Ordnung $\geqslant m$ mit $\overline{U}_{i_1\ldots i_m}$, und $U_{i_1\ldots i_m} = U^m_n$:

$$(3) \qquad \Phi_{i_1\ldots i_m} = U_{i_1\ldots i_m} \cdot F_{h_1\ldots h_k},$$

ist. Wir betrachten nun (bei festen $h_1, \ldots, h_k$ wie in (3)) alle diejenigen unter den Mengen $F_{h_1\ldots h_k h_{k+1}\ldots h_{k+l}}$, welche eine Ordnung $\geqslant m+1$ haben. Diese Mengen seien

$$F^{h_1\ldots h_k}_1,\ F^{h_1\ldots h_k}_2, \ldots,\ F^{h_1\ldots h_k}_s, \ldots$$

Wir betrachten ferner diejenigen unter den Ausdrücken $\overline{U}^{m+1}_n \cdot F^{h_1\ldots h_k}_s$, welche unter Beachtung von $F^{h_1\ldots h_k}_s = F_{h_1\ldots h_k\ldots h_{k+l}}$ den Bedingungen

$$\varrho(U^{m+1}_n, F_{h_1\ldots h_r}) < \frac{1}{2^{m-1}} \quad \text{und} \quad \overline{U}^{m+1}_n \cdot F^{h_1\ldots h_k}_s = 0$$

für jedes r zwischen k und $k+i$, $k \leqslant r \leqslant k+i$, genügen. Diese Ausdrücke numerieren wir in eine einfache Folge

$$(1_{m+1}) \qquad \Phi_{i_1 \ldots i_m 1}, \ \Phi_{i_1 \ldots i_m 2}, \ldots, \ \Phi_{i_1 \ldots i_m i_{m+1}}, \ldots$$

um. Den ersten Faktor in $F_{i_1 \ldots i_m i_{m+1}} = \overline{U}_n^{m+1} \cdot F_s^{h_1 \ldots h_k}$, d. h. $\overline{U}_s^{m+1}$, bezeichnen wir mit $\overline{U}_{i_1 \ldots i_m i_{m+1}}$. Man erhält so die $U_{i_1 \ldots i_m}$ für jedes m.

2. Wir wollen jetzt zeigen, dass $E = A\{U_{i_1 \ldots i_k}\}$ ist.

a). Es sei $x \subset E$, folglich

$$x \subset \underset{k \to \infty}{lt} F_{h_1 \ldots h_k}.$$

Es sei $F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r}}$ die erste unter den Mengen $F_{h_1 \ldots h_k}$, die der Bedingung

$$\varrho(x, F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r + p}}) < \frac{1}{2^r}$$

für jedes $p \geqslant 0$ genügt. Zu jedem r wählen wir eine $U_{n_r}^r$ unter den Bedingungen: $U_{n_r}^r \supset x$, $\overline{U}_n^r \cdot F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r}} \neq 0$. Wir bemerken ferner, dass $F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r}}$ eine Menge von einer Ordnung $\geqslant r$ ist.

Nun ist $U_{n_1}^1$ wegen $\Phi_{i_1} = \overline{U}_{n_1}^1 \cdot F_{h_1 \ldots h_{\lambda_1}} \neq 0$ ein U_{i_1}.

Wir betrachten $U_{n_2}^2$. Erstens ist der Durchschnitt von $U_{n_2}^2$ mit der Menge $F_{h_1 \ldots h_{\lambda_2}}$, deren Ordnung $\geqslant 2$ ist, nicht leer. Zweitens folgt aus $\varrho(x, F_{h_1 \ldots h_{\lambda_1 + p}}) < \frac{1}{2}$ und aus $x \subset U_{n_2}^2$, dass $\varrho(U_{n_2}^2, F_{h_1 \ldots h_{\lambda_1 + p}}) < \frac{1}{2}$ ist. Folglich ist — unter Beachtung von $\Phi_{i_1} = \overline{U}_{i_1} \cdot F_{h_1 \ldots h_{\lambda_1}}$ — die Kugel $U_{n_2}^2$ eine $U_{i_1 i_2}$.

Es sei bereits bewiesen, dass $U_{n_r}^r = U_{i_1 \ldots i_r}$ und zwar $\Phi_{i_1 \ldots i_r} = \overline{U}_{i_1 \ldots i_r} \cdot F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r}}$ ist. Dann ist $F_{h_1 \ldots h_{\lambda_{r+1}}}$ ein $F_s^{h_1 \ldots h_\lambda}$ und — wegen $\varrho(x, F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r + p}}) < \frac{1}{2^r}$, $U_{n_{r+1}}^{r+1} \supset x$ — offenbar $\varrho(U_{n_{r+1}}^{r+1}, F_{h_1 \ldots h_{\lambda_r + p}}) < \frac{1}{2^r}$, also $\overline{U}_{n_{r+1}}^{r+1} \cdot F_{h_1 \ldots h_{\lambda_{r+1}}}$ ein $\Phi_{i_1 \ldots i_{r+1}}$ und somit $U_{n_{r+1}}^{r+1} = U_{i_1 \ldots i_{r+1}}$.

Es ist also $x \subset U_{i_1} \cdot U_{i_1 i_2} \ldots U_{i_1 \ldots i_k} \ldots$, d. h., $x \subset A(U_{i_1 \ldots i_k})$.

b). Es sei $x \subset A(U_{i_1 \ldots i_k})$, und zwar

$$x \subset U_{i_1} \cdot U_{i_1 i_2} \ldots U_{i_1 \ldots i_k} \ldots$$

Aus der Definition der $U_{i_1 \ldots i_k}$ ergibt sich die Existenz einer Folge

$$F_{h_1 \ldots h_{\lambda_1}}, \ F_{h_1 \ldots h_{\lambda_2}}, \ldots, \ F_{h_1 \ldots h_{\lambda_k}}, \ldots$$

mit $\overline{U}_{i_1 \ldots i_k} \cdot F_{h_1 \ldots h_{\lambda_k}} \neq 0$ und $\varrho(\overline{U}_{i_1 \ldots i_k}, F_{h_1 \ldots h_r}) < \frac{1}{2^{k-1}}$ für $\lambda_{k-1} \leqslant r \leqslant \lambda_k$, woraus — da der Durchmesser von $U_{i_1 \ldots i_k}$ kleiner als $\frac{1}{2^{k-1}}$ ist —

$$\varrho(x, F_{h_1 \ldots h_r}) < \frac{1}{2^{k-2}} \qquad \text{für} \quad \lambda_{k-1} \leqslant r \leqslant \lambda_k$$

und also $x \subset \underset{k \to \infty}{lt} F_{h_1 \ldots h_k}$, d. h. $x \subset A_{\underline{t}}(F_{h_1 \ldots h_k}) = E$, folgt.

Hiermit ist alles bewiesen.

Jalta (Krim), den 28 September 1935.