Summe von n Elementen a mit na bezeichnen. Wir fassen je zwei Elemente a und b von G dann und nur dann in eine „Klasse" zusammen, wenn zu jeder ganzen Zahl m eine ganze Zahl n existiert, so daß $ma < nb$ ist, und zu jedem n' ein m' existiert, so daß $m'a > n'b$. Die Menge dieser Klassen ist eine geordnete Menge Γ, welche der Klassentypus von G heißt. Zu jeder geordneten Menge Γ existieren geordnete Abelsche Gruppen G mit dem Klassentypus Γ, nämlich Systeme von Vektoren mit weniger als $\aleph$ nichtverschwindenden Komponenten eines Γ-dimensionalen reellen Raumes, womit folgendes gemeint ist: wir bilden alle absteigend wohlgeordneten Teilmengen einer Mächtigkeit $< \aleph$ von Γ und belegen die Elemente dieser Mengen auf verschiedene Weisen mit reellen Zahlen; dabei nennen wir absteigend wohlgeordnet eine Menge N, von der jede Teilmenge, N inbegriffen, ein Element höchsten Ranges besitzt. Es ist klar, wie Gleichheit, Anordnung und Addition für die Belegungen der absteigend wohlgeordneten Teilmengen von Γ mit Mengen reeller Zahlen zu definieren sind. Ein Beispiel einer geordneten Abelschen Gruppe liefert ein System von Vektoren der geschilderten Art dann, wenn es gegenüber der Addition abgeschlossen ist. Umgekehrt beweist Hahn, dass zu jeder geordneten Abelschen Gruppe ein $\aleph$ und eine geordnete Menge Γ existiert, so dass G isomorph ist mit einem System von Vektoren mit weniger als $\aleph$ nichtverschwindenden Komponenten eines Γ-dimensionalen Raumes. Archimedisch heißt G, wenn Γ nur ein Element enthält, vollständig wird G genannt, wenn jede geordnete Gruppe, die umfassender ist als G, Klassen enthält, die in G nicht auftreten. Ist Γ selbst eine geordnete Abelsche Gruppe, so kann in G eine Multiplikation definiert werden, derzufolge G ein geordneter Körper ist.

Mit Hahn ist nicht nur ein erfolgreicher Forscher und ein vortrefflicher Lehrer dahingegangen — aus der großen Zahl derer. die sich dankbar als seine Schüler bezeichnen, darf ich wohl K. Gödel, W. Hurewicz und mich selbst nennen — sondern auch ein gültiger und stets für seine Überzeugung eintretender Mensch. Insbesondere hat sich Hahn jederzeit für internationale wissenschaftliche Zusammenarbeit eingesetzt. Dem Kreise der Herausgeber und Mitarbeiter der *Fundamenta* und ihrer, seiner eigenen in vielen Punkten verwandten Arbeitsrichtung brachte er stets besondere Sympathien entgegen.

Correction à la Note de M. W. Sierpiński »Sur une certaine suite infinie de fonctions d'une variable réelle«, Fund. Math. t. XX, p. 163.

M. K. Kunugui a remarqué que la note de M. W. Sierpiński *Sur une certaine suite infinie de fonctions d'une variable réelle*, Fund. Math. t. XX, pp. 163—165 (la même démonstration est reproduite dans le livre de M. Sierpiński: *Hypothèse du continu*, Monografje Matematyczne t. IV, Warszawa—Lwów 1934, pp. 12—14) contient une phrase qui n'est pas claire. En même temps M. Kunugui a montré comment on peut rendre la démonstration complètement correcte.

Le passage qui commence dans la Note cité à la p. 163, ligne 2 en remontant (*Hypothèse du continu*, p. 13, ligne 7) et qui finit à la p. 164, ligne 3 en remontant (*Hypothèse du continu*, p. 14, ligne 8) devrait être formulé comme suit:

... qu'il existe une correspondance d'après laquelle à tout nombre ordinal $\alpha < \Omega$ correspond une suite infinie de nombres réels $(t_1^\alpha, t_2^\alpha, t_3^\alpha, \ldots)$ et une suite infinie croissante de nombres naturels $(n_1^\alpha, n_2^\alpha, n_3^\alpha, \ldots)$ telles que, quelle que soient la suite infinie de nombres réels $(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ et la suite infinie croissante de nombres naturels $(n_1, n_2, n_3, \ldots)$, il existe un nombre ordinal $\alpha < \Omega$ remplissant les égalités $x_k = t_k^\alpha$ et $n_k = n_k^\alpha$ pour $k = 1, 2, 3, \ldots$

α étant un nombre ordinal transfini $< \Omega$, l'ensemble de tous les nombres ordinaux $\xi < \alpha$ est dénombrable et il existe une suite transfinie

$$\xi_1^\alpha, \xi_2^\alpha, \xi_3^\alpha, \ldots, \xi_i^\alpha, \ldots \qquad i = 1, 2, 3, \ldots$$

formée de tous ces nombres.

Posons $l_1^\alpha = n_1^{\xi_1^\alpha}$ et désignons pour $i > 1$ par l_i^α le premier terme de la suite

$$n_1^{\xi_i^\alpha},\quad n_2^{\xi_i^\alpha},\quad n_3^{\xi_i^\alpha},\dots$$

qui dépasse l_{i-1}^α. On a donc

$$(1)\qquad l_i^\alpha = n_{j_i^\alpha}^{\xi_i^\alpha},$$

où $\{j_i^\alpha\}$ est une suite de nombres naturels.

Formons une suite nouvelle:

$$\eta_1^\alpha,\ \eta_2^\alpha,\ \eta_3^\alpha,\dots,\ \eta_k^\alpha,\dots \qquad k = 1, 2, 3,\dots$$

en posant

$$\eta_1^\alpha = \eta_2^\alpha = \dots = \eta_{l_1^\alpha}^\alpha = \xi_1^\alpha$$

$$\eta_{l_1^\alpha+1}^\alpha = \eta_{l_1^\alpha+2}^\alpha = \dots = \eta_{l_2^\alpha}^\alpha = \xi_2^\alpha$$

et généralement

$$(2)\qquad \eta_{l_{i-1}^\alpha+1}^\alpha = \eta_{l_{i-1}^\alpha+2}^\alpha = \dots = \eta_{l_i^\alpha}^\alpha = \xi_i^\alpha.$$

Soit x un nombre réel donné. Il existe donc un nombre ordinal transfini $\alpha < \Omega$ bien déterminé tel que $x = x_\alpha$. Posons pour k naturels:

$$(3)\qquad f_k(x) = t^{\eta_k^\alpha}_{n_k^{\eta_k^\alpha}}.$$

Les fonctions $f_k(x)$ $(k = 1, 2, 3,\dots)$ sont ainsi définies pour tous les x réels. Je dis qu'elles satisfont aux conditions de notre proposition.

En effet, soit N un ensemble non dénombrable de nombres réels et admettons qu'il existe dans la suite $f_1(x), f_2(x),\dots$ une infinité de fonctions qui ne transforment pas l'ensemble N en ensemble de tous les nombres réels. Il existe donc une suite infinie croissante d'indices $m_1, m_2, m_3,\dots$ et une suite infinie de nombres réels $y_1, y_2, y_3,\dots$ tels que $y_k \text{ non} \in f_{m_k}(N)$. Soit $t_1, t_2, t_3,\dots$ une suite arbitraire de nombres réels tels que $t_{m_k} = y_k$ pour $k = 1, 2, 3,\dots$ On a donc

$$(4)\qquad t_{m_k} \text{ non} \in f_{m_k}(N) \quad \text{pour} \quad k = 1, 2, 3,\dots$$

Comme nous savons, il existe un nombre ordinal $\mu < \Omega$ tel que

$$(5)\qquad m_k = n_k^\mu \quad \text{et} \quad t_k = t_{m_k}^\mu \quad \text{pour} \quad k = 1, 2, 3,\dots$$

Soit maintenant α un nombre ordinal tel que $\mu < \alpha < \Omega$. Il existe donc un indice i tel que $\mu = \xi_i^\alpha$. Posons $l = l_i^\alpha$. On a donc d'après (2):

$$(6)\qquad \eta_l^\alpha = \xi_i^\alpha = \mu$$

et d'après (1) et (5):

$$(7)\qquad l = l_i^\alpha = n_{j_i^\alpha}^{\xi_i^\alpha} = n_{j_i^\alpha}^\mu = m_{j_i^\alpha}.$$

Il résulte de (5), (6) et (7) que

$$t_l = t_{m_l}^\mu = t^{\eta_l^\alpha}_{n_l^{\eta_l^\alpha}}.$$

En vertu de (3) on a donc $t_l = f_l(x_\alpha)$ et selon (7):

$$t_{m_{j_i^\alpha}} = f_{m_{j_i^\alpha}}(x_\alpha),$$

ce qui prouve d'après (4) que $x_\alpha \text{ non} \in N$.