mit dem Seitenverhältniss 1: $n+1$ darstellt, welches in $n+1$ quadratische Teile eingeteilt ist, und das Operations-Symbol ins erste Fach schreibt, die n Formeln aber, die eingesetzt werden sollen, in die n übrigen Fächer. Wenn man als konsequenter Formalist vor keiner Schwerfälligkeit und Ungewohntheit der Bezeichnungsweise zurückschreckt, ist dies in der Tat ein Allheilmittel.

Tatsächlich ist aber diese radikal-Massregel garnicht notwendig, denn schon die von mir benützte „ungeänderte" Bezeichnungsweise ist, wie oben gesagt wurde, eindeutig — sie liesse sich sogar, ohne Verlust dieser Eigenschaft, noch wesentlich vereinfachen. Wollte man auf die „Abänderungen" verzichten, die ich nur darum einführte, um den Anschluss an die übliche, inkonsequente, historisch bedingte, und sich oft ändernde Terminologie der tatsächlichen Mathematik [1]) stets wieder herstellen zu können, so wäre also alles in Ordnung. Rein sachlich liesse sich dagegen auch nichts einwenden.

Nimmt man aber „Abänderungen" vor, und die vereinfachende „Klammer-Konvention" (loc. cit. S. 8—9), so muss man sich erneut von der Gültigkeit des Eindeutigkeitssatzes überzeugen. An dieser Stelle habe ich nun loc. cit. tatsächlich zuviel zugelassen. So kann man z. B. drei Operationen $O_r^{(2)}(\cdot,\cdot)$, $O_s^{(1)}(\cdot)$, $O_t^{(1)}(\cdot)$ in $(\cdot\,\bullet\,\cdot)$, $\bullet(\cdot)$, $(\cdot)\bullet$ abändern, und dann (mit irgendeiner Konstanten C_p) die Formeln $O_r^{(2)}(C_p, O_s^{(1)}(C_p))$ und $O_r^{(2)}(O_t^{(1)}(C_p), C_p)$ biden: beide nehmen die Gestalt $(C_p\bullet\bullet C_p)$ an. Um solche Unannehmlichkeiten zu vermeiden, genügt es z. B. den folgenden Zusatz zu meinen „Abänderungs-Vorschriften" zu machen: kein Γ darf gleichzeitig bei einer Abänderung $\Gamma(\cdot,\ldots,\cdot)$ und bei einer Abänderung $(\cdot,\ldots,\cdot)\Gamma$ Verwendung finden (der zweite Fall könnte sogar auf das Auftreten von nur einer Leerstelle beschränkt werden).

Der Beweis für die Eindeutigkeit abgeänderter Systeme, bei denen diese Vorsichtsmassregel beachtet wird, ist unschwer zu erbringen. Ich glaube aber, dass es sich, mit Rücksicht auf die verschiedenen hier angegebenen Gründe, erübrigt ihn hier durchzuführen — um so mehr, als diese pro-domo-Erörterungen ohnehin schon zu viel Platz einnehmen.

[1]) Die 99% der Mathematiker, ohne Rücksicht auf die Grundlagen-Forschung, de facto verwenden.

Bemerkung zu den vorhergehenden »Bemerkungen...« des Herrn J. v. Neumann.

Von

Adolf Lindenbaum (Warschau).

1. In der interessanten Diskussion zwischen den Herren Leśniewski und v. Neumann [1]) beabsichtige ich natürlich gar nicht Stellung zu nehmen. Auf meinen Haupteinwand gegen die v. Neumannsche Antwort fühle ich mich jedoch geneigt hier hinzuweisen; da ich aber kein Liebhaber der „unmathematischen Stufe des Formalismus" bin, beschränke ich mich auf eine *ganz kurze* (vielleicht selbst flüchtige) Bemerkung. —

2. Es scheint mir, dass *die Ansicht, die v. Neumann im § 1 seiner „Bemerkungen" erörtert, im Widerspruch zu der Ansicht, die er dann im § 2 entwickelt, stehe*, „im Widerspruch" — nicht im Sinne einer logischen Unverträglichkeit, sondern nur einer halbpsychologischen: es ist unwahrscheinlich, dass man an einige Folgerungen der Vereinigung (Konjunktion) dieser beiden Ansichten glauben könnte.

Im § 1 der v. Neumannschen „*Bemerkungen*" ist die Leśniewski'sche Konstruktion des „Gegenbeispiels" durch eine Berufung auf „ein elementares Gesetz jeder symbolisierenden Sprache" abgelehnt: verschiedene Zeichen unterscheidbar sein müssen.

[1]) Es handelt sich um die formale Seite der wertvollen v. Neumannschen Arbeit:

— *Zur Hilbertschen Beweistheorie*, Math. Ztschr. **26** (1927), Ss. 1–46.

Siehe:

S. Leśniewski: *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*, Fund. Math. **14** (1929), Ss. 78—81

J. v. Neumann: *Bemerkungen zu den Ausführungen von Herrn St. Leśniewski über meine Arbeit „Zur Hilbertschen Beweistheorie"*, Fund. Math. **17** (1931), Ss. 331–334.

Im § 2 die vom Verfasser selbst angegebene Konstruktion könnte nicht, seiner Meinung nach, *ebenso* aus dem Wege geschaffen werden, sie bedürfe im Gegenteil tatsächlich neuer Vorsichtsmassregeln.

Zwar sind die Ideen der beiden Konstruktionen gewiss nicht dieselben; dennoch scheint es mir, dass auch im zweiten, nicht minder als im ersten, Falle — wäre das oben erwähnte „elementare Gesetz" eine Verteidigung, wenn es überhaupt zu diesen Sachen als Argument brauchbar ist, was anzweifle ich parenthetisch auch. Im zweiten Falle hat man jedenfalls ähnlich zwei „verschieden auszusprechende" und gleichgestaltete, nämlich die den Operationen $\bullet(x)$ und $(x)\bullet$ entsprechenden Operationszeichen.

Oder *vielmehr* rührt erst — wieder in beiden Konstruktionen auf einerlei Weise — die ganze Unannehmlichkeit von anderer Seite her: so z. B. die, die Beseitigung der Klammern betreffenden, Regeln [1]) zulassen manchmal zuviel [2]), und liesse man niemals Klammern fort, so wären derartige Konstruktionen schon unmöglich.

[1]) „*Zur Hilbertschen Beweistheorie*", § 4, Regel III.

[2]) Trotzdem — bei ganz anderen Auffassungen — sind die Klammern sogar vollständig entbehrlich.