

$$[A, B, C] \therefore \varphi(A, B, C) \equiv : A = 1 \cdot B = 1 \cdot C = 1 \cdot \vee \cdot A = 1 \cdot B = 2 \cdot C = 2 \cdot \vee \cdot A = 2 \cdot B = 1 \cdot C = 2$$

$$[A, B, C] \therefore \varphi(A, B, C) \equiv : A = 1 \cdot C = 1 \cdot \vee \cdot A = 2 \cdot C = 2 \cdot B = 1 \cdot \vee \cdot B = 2.$$

Der Umstand, dass die Funktionen, deren Felder Gruppen mit Rücksicht auf diese Funktionen sind, mittels einer einzigen Äquivalenz charakterisiert werden können, die sich in die voneinander unabhängigen Postulate II–VI auflösen lässt, und deren eine Seite ein entsprechender Ausdruck vom Typus „ $\varphi(A, B, C)$ “ ist [ein analoges Ergebnis für Abelsche Gruppen werde ich in einer besonderen Mitteilung darstellen], besitzt für mich persönlich eine allgemeinere Bedeutung: ich bin geneigt anzunehmen, dass das Ausschließen einziger Äquivalenzen dieser Art, welche zur Charakterisierung von Funktionen genügen würden, die in den verschiedenen deduktiven Theorien als primitive Funktionen auftreten, viel Licht auf die Axiomensysteme dieser Theorien werfen und zu einer bedeutenden Vereinfachung der genannten Axiomensysteme beitragen kann [es ist mir gelungen, solche Vereinfachungen schon in mehreren sehr voneinander verschiedenen Fällen zu erreichen]. Ich bemerke bei Gelegenheit, dass mir beim Konstruieren von Äquivalenzen des erwähnten Typus bisher immer die grössten Schwierigkeiten diejenigen Axiome der betrachteten Theorien bereiteten, die mit der Frage der Anzahl von Elementen zusammenhängen, welche zu den Feldern der primitiven Funktionen dieser Theorien gehören. In den Tatsachen, die ich hier so ganz allgemein berühre, vermute ich ein Material für eine zukünftige präzise Synthese aus dem Gebiet der Theorie der deduktiven Systeme.

## Zusatz zur Arbeit »Zur allgemeinen Theorie des Masses«.

Von

J. von Neumann (Berlin).

Leider übersah der Verfasser bei Abfassung der genannten Arbeit und den Korrekturen die Tatsache, dass das im Teile III behandelte Problem, Kontinuum viele paarweise Elementfremde Mengen anzugeben, von denen keine eine Nullmenge ist (sowie die davongemachte Anwendung) in der Arbeit von Herrn W. Sierpiński „*L'axiome de M. Zermelo et son rôle...*“ (Bull. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Avril-Mai 1918, S. 151) behandelt und gelöst worden ist.

Immerhin ist es vielleicht vom prinzipiellen Standpunkte aus nicht ganz ohne Interesse, dass Herr W. Sierpiński einen weitergehenden Gebrauch vom Auswahlprinzip macht als wir. Seine Konstruktion beruht auf gewissen total imperfekten Mengen, zu deren Erzeugung eine Wohlordnung des Kontinuums notwendig ist. Wir benötigen nur eine simultane Auswahl aus Kontinuum vielen Mengen (für die Wohlordnung braucht man  $2^{\aleph_1}$ !), wie es bei Konstruktion unmessbarer Mengen immer notwendig ist.