set-theoretic assumption, have 2^m composants for some cardinal number m. Is this true for all indecomposable continua? A complete affirmative answer would imply that one and two are the only possible finite cardinals here, since the number of composants in an indecomposable continuum with only finitely many composants could always be decreased by one by identifying two points. If the continuum is initially assumed to have infinitely many composants, this is Problem number 926 in The New Scottish Book, posed by the author.

References

[1] D. P. Bellamy, *Composants of Hausdorff indecomposable continua: A mapping approach*, Pacific J. Math. 47 (1973), pp. 303–309.

[2] — *A non-metric indecomposable continuum*, Duke Math. J. 38 (1971), pp. 15–20.

[3] — *Mappings of indecomposable continua*, Proc. Amer. Math. Soc. 30 (1971), pp. 179–180.

[4] G. R. Gordh, Jr., *Indecomposable Hausdorff continua and mappings of connected linearly ordered spaces*, Glasnik Mat. Ser. III 9 (29) (1974), pp. 137–139.

[5] K. Kuratowski, *Topology*, Vol. II, Academic Press and PWN, New York–London–Warszawa 1968.

[6] M. E. Rudin, *Composants and βN*, Proc. of the Washington State Univ. Conf. on General Topology (1970), pp. 117–119.

[7] M. Smith, *Generating large indecomposable continua*, Pacific J. Math. (to appear).

Accepté par la Rédaction le 27. 4. 1976

Eine Bemerkung über lokalkompakte abelsche Gruppen

von

Peter Flor (Graz)

Sei Q die additive Gruppe der rationalen Zahlen. Für eine beliebige Kardinalzahl n bezeichne Q^{n*} die *schwache* n-te direkte Potenz von Q mit der diskreten Topologie.

Satz 1.2 der Arbeit [1] lautet so:

Sei G eine lokalkompakte abelsche Gruppe. Dann sind die folgenden beiden Eigenschaften äquivalent:

(a) *Jeder Charakter auf G mit Ausnahme des Hauptcharakters nimmt genau abzählbar unendlich viele Werte an.*

(b) *$G \cong Q^{n*} \times G_0$, wobei $0 \leqslant n \leqslant \aleph_0$ und G_0 eine topologische Torsionsgruppe ist.*

Daß diese Behauptung falsch ist, sieht man leicht ein: wenn man G_0 endlich und nichttrivial wählt, besitzt G nichttriviale Charaktere, deren Wertmengen endlich sind. Der Fehler ist aber leicht zu korrigieren:

Satz. *Sei G eine lokalkompakte abelsche Gruppe. Dann ist folgende Bedingung zu* (a) *äquivalent:*

(c) *$G \cong Q^{n*} \times G_0$, wobei $0 \leqslant n \leqslant \aleph_0$ und G_0 eine topologische Torsionsgruppe ist, die eine dichte teilbare Untergruppe besitzt.*

Beweis. Zunächst gelte (a). Daß daraus (b) folgt, ist in [1] bewiesen, ebenso, daß die Dualgruppe $\hat{G}$ torsionsfrei ist. Aus $G \cong Q^{n*} \times G_0$ folgt $\hat{G} \cong \hat{Q}^n \times \hat{G}_0$, und als Untergruppe von $\hat{G}$ ist $\hat{G}_0$ ebenfalls torsionsfrei. Nach Theorem 5.2 von [2] besitzt G_0 daher eine dichte teilbare Untergruppe. Damit ist (c) bewiesen.

Nun gelte (c). Zur Abkürzung werde $Q^{n*} =: D$ gesetzt. Sei γ ein Charakter auf G. Es gilt $\gamma(G) = \gamma(G_0)\gamma(D)$. Da G_0 eine topologische Torsionsgruppe ist, muß die Menge $\gamma(G_0)$ nach Theorem 3.15 von [2] abzählbar sein. Dasselbe gilt für $\gamma(D)$, da D abzählbar ist. $\gamma(D)$ ist teilbar, und $\gamma(G_0)$ enthält eine dichte teilbare Untergruppe; daher ist jede dieser beiden Gruppen trivial oder unendlich. Wenn $\gamma \neq 1$ ist, ergibt sich daraus, daß in $\gamma(G) = \gamma(G_0)\gamma(D)$ mindestens ein Faktor abzählbar unendlich, der andere höchstens abzählbar ist; daher gilt (a). ■

Literatur

[1] D. L. Armacost, *Mapping properties of characters of* LCA *groups*, Fund. Math. 76 (1972), pp. 1–7.
[2] L. Robertson, *Connectivity, divisibility, and torsion*, Trans. Amer. Math. Soc. 128 (1967), pp. 482–505.

Accepté par la Rédaction le 27. 4. 1976

On the category of commutative connected graded Hopf algebras over a perfect field

by

D. Simson and **A. Skowroński** (Toruń)

Abstract. Let $\mathcal{H}$ be the category of all commutative, cocommutative, connected, graded Hopf algebras over a given perfect field k of finite characteristic p. By [13] $\mathcal{H}$ is a locally noetherian Grothendieck category of global dimension two. Using functor category methods [10], we prove that

(a) $\mathcal{H}$ is semiperfect, i.e. each of its noetherian objects has a projective cover.

(b) The endomorphism ring of any noetherian object in $\mathcal{H}$ is a module of finite length over the ring of infinite Witt p-vectors over k.

(c) Any flat object in $\mathcal{H}$ is a directed union of countably generated pure flat subobjects and has the projective dimension at most 1.

(d) Every primitively generated Hopf algebra from $\mathcal{H}$ is a coproduct of Hopf algebras of the form $k[x]/(x^{p^i})$.

We describe local noetherian objects in $\mathcal{H}$.

Introduction. Let k be a perfect field of finite characteristic p and let $\mathscr{H}$ denote the category of all commutative, cocommutative, connected, graded Hopf k-algebras. In [13] Schoeller showed that $\mathscr{H} = \mathscr{H}^- \times \mathscr{H}^+$, where $\mathscr{H}^-$ is the full subcategory of $\mathscr{H}$ consisting of Hopf algebras generated by elements of odd degrees and $\mathscr{H}^+$ consists of all Hopf algebras which are zero in odd degrees. Furthermore, $\mathrm{gl.dim}\,\mathscr{H}^- = 0$ and $\mathscr{H}^+$ is a product of a countable number of copies of a full subcategory $\mathscr{H}_1$ of $\mathscr{H}^+$ consisting of all Hopf algebras generated by elements of degrees $2p^i$ where $i = 0, 1, \ldots$ Moreover, $\mathscr{H}_1$ has enough noetherian projective objects and therefore $\mathscr{H}_1 = \mathscr{P}^{\mathrm{op}}$-Mod, where $\mathscr{P}$ consists of all indecomposable noetherian projective objects in $\mathscr{H}_1$. Then we can apply to the study of $\mathscr{H}$ functor category methods [10].

Section 1 contains the basic results on semiperfect functor categories needed in the paper. In Section 2 we recall some fundamental facts concerning the category $\mathscr{H}$. In Section 3 we define a useful $W(k)$-category structure on $\mathscr{H}_1$ and on $\mathscr{P}$-Mod, where $W(k)$ is the ring of infinite Witt p-vectors. Using this fact, we show that $\mathrm{Hom}_{\mathscr{H}_1}(N, N')$ is a $W(k)$-module of finite length for any noetherian objects N and N' in $\mathscr{H}_1$. It is also proved that the category $\mathscr{P}$-Mod is locally noetherian of global dimension two and the set of one-sided ideals in $\mathscr{P}$ is countable.