Problèmes.

1) Lorsqu'un ensemble de points P est une image biunivoque et continue (mais pas nécessairement bicontinue) d'un ensemble Q et lorsque Q est une image biunivoque et continue de P, les ensembles P et Q sont-ils nécessairement homéomorphes?

Problème de M. W. Sierpiński.

2) Un continu (borné) plan, topologiquement homogène, est-il nécessairement homéomorphe à une circonférence?

(Un ensemble E est dit *topologiquement homogène*, lorsqu'il existe pour tout couple de points a, b de E une transformation biunivoque et bicontinue de E en lui-même qui transforme a en b).

Problème de MM. B. Knaster et C. Kuratowski.

3) Un ensemble ordonné (linéairement) sans sauts ni lacunes et tel que tout ensemble de ses intervalles (contenant plus qu'un élément) n'empiétant pas les uns sur les autres est au plus dénombrable, est-il nécessairement un continu linéaire (ordinaire)?

Problème de M. M. Souslin.

4) Existe-t-il une décomposition d'un intervalle en $\aleph_1$ ensembles (non vides) mesurables B et sans point commun deux à deux?

Problème de M. W. Sierpiński.

5) Existe-t-il un ensemble linéaire indénombrable E tel que tout ensemble linéaire homéomorphe à E soit de mesure lebesguienne nulle? Peut-on démontrer l'existence d'un tel ensemble, même en admettant que $2^{\aleph_0}=\aleph_1$?

Problème de M. W. Sierpiński.

6) Peut-on démontrer sans l'hypothèse du continu ($2^{\aleph_0}=\aleph_1$) qu'une somme de $\aleph_1$ ensembles de mesure lebesguienne nulle n'est pas nécessairement de mesure lebesquienne nulle? qu'une somme de $\aleph_1$ ensembles de première catégorie n'est pas nécessairement de première catégorie? qu'un produit de $\aleph_1$ ensembles (A) n'est pas nécessairement un ensemble (A)?

Problème de M. W. Sierpiński.

7) Peut-on établir sans l'hypothèse du continu l'existence d'un ensemble plan qui est de mesure (lebesguienne) nulle sur toute parallèle à l'axe d'abscisses et dont le complémentaire est de mesure nulle sur toute parallèle à l'axe d'ordonnées?

Problème de M. H. Steinhaus.

8) Peut-on donner un exemple effectif d'un ensemble de nombres réels E tel que toute somme, toute différence, tout produit et tout quotient de deux nombres de E (la division par 0 exceptée) appartienne à E et que E soit indénombrable, mais distinct de l'ensemble de tous les nombres réels?

Problème de M. S. Mazurkiewicz.

9) Quelle est la puissance des ensembles complémentaires aux ensembles (A)?

Problème de M. N. Lusin.

Remarque. Les ensembles (A) linéaires sont des projections orthogonales (sur une droite) des ensembles plans mesurables B. M. Lusin a démontré que la puissance d'un ensemble indénombrable complémentaire à un ensemble (A) est $\aleph_1$ ou $2^{\aleph_0}$, mais on ne sait pas si elle peut être en réalité $\aleph_1$ (dans le cas où $2^{\aleph_0}>\aleph_1$)

10) Existe-t-il une fonction de deuxième classe qui n'est pas une limite de fonctions presque partout continues? Peut-on donner un exemple effectif d'une fonction qui n'est pas une limite de fonctions ponctuellement discontinues?

Problèmes de MM. T. Felsztyn et W. Sierpiński.