arguments in all essential respects. Thus (12) is proved as required.

The significance of Theorem B lies in the fact that it includes the following two well-known results.

If $W(x) = x^{p+1}$, $V(x) = K$ in Theorem B, we have the following result:

COROLLARY B_1. *If a sequence is summable $(C, p+1)$ to zero (or to any l) for a positive integer p and bounded below, then the sequence is $(C, 1)$-summable to zero (or to l).*

If, in Theorem B, we replace s_n by $S_n^{-1} = s_n - s_{n-1}$ and hence S_n^{p+1} by S_n^p, we have the following generalisation of a theorem of Mordell [5] for the case $(C, 1)$:

COROLLARY B_2. *Theorem* B *can be restated with the hypotheses* (9), (10) *changed to*

$$S_n^p = o\{W(n)\}, \quad s_n - s_{n-1} = O_L\{V(n)\}$$

respectively, and the conclusion (12) *changed so that the place of S_n^1 is taken by s_n.*

The case $W(n) = n^p$, $V(n) = n^{-1}$ of Corollary B_2 is the Hardy-Landau theorem proved by Jeśmanowicz [4].

REFERENCES

[1] K. Ananda Rau, *On the relation between the convergence of a series and its summability by Cesàro means*, Journal of the Indian Mathematical Society 15 (1924), p. 265-268.

[2] L. S. Bosanquet, *Note on convexity theorems*, Journal of the London Mathematical Society 18 (1943), p. 239-248.

[3] G. H. Hardy, *Divergent Series*, Oxford 1949.

[4] L. Jeśmanowicz, *On the Hardy-Landau theorem*, Colloquium Mathematicum 7 (1960), p. 261-264.

[5] L. J. Mordell, *A summability convergence theorem*, Journal of the London Mathematical Society 3 (1928), p. 86-89.

[6] C. T. Rajagopal, *A Tauberian theorem for the Riemann-Liouville integral of integer order*, Canadian Journal of Mathematics 9 (1957), p. 487-499.

RAMANUJAN INSTITUTE OF MATHEMATICS

Reçu par la Rédaction le 18. 10. 1960

P R O B L È M E S

Les problèmes non résolus, désignés par **P1**, **P2**, ..., de même que les réponses et remarques les concernant (par exemple **P3**, **R1**) sont empruntées au „Nouveau Livre Ecossais" (livre de problèmes tenu par les mathématiciens de Wrocław) ou reçus par correspondance.

P 205, R 1. La réponse est négative [1] pour tout groupe nilpotent. Le problème suivant reste donc ouvert:

Est-ce que tout groupe de Lie non-nilpotent et connexe contient un semi-groupe libre à deux générateurs libres ?

V. 1, p. 119.

[1] А. И. Мальцев, *Нильпотентные полугруппы*, Учёные записки Ивановского Государственного Педагогического Института 4 (1953), p. 107-111.

P 206, R 1. La réponse est affirmative dans le cas où G est le groupe des rotations de l'espace euclidien à 3 dimensions autour de l'origine et dans le cas où G est le groupe des substitutions $w = \dfrac{az+b}{cz+d}$ avec a, b, c et d réels assujettis à la condition $ad - bc = 1$ [2].

V. 1, p. 119.

[2] S. Balcerzyk and Jan Mycielski, *On faithfull representations of free products of groups*, Fundamenta Mathematicae (à paraître).

P 235, R 1. La réponse est négative [3].

VI. p. 36.

[3] M. Fréchet, *L'espace des courbes n'est pas un espace de Banach*, Comptes Rendus Hebdomadaires de l'Académie des Sciences, Paris, 250 (1960), p. 2787-2790.

A. D. WALLACE (NEW ORLEANS, LOUISIANA)

P 326-334. Formulés dans la communication *Problems on semigroups*.

Ce fascicule, p. 223-224.

K. BORSUK (VARSOVIE)

P 335, 336. Formulés dans la communication *On a problem of V. Klee concerning the Hilbert manifolds.*

Ce fascicule, p. 242.

K. URBANIK (WROCŁAW)

P 337. Formulé dans la communication de R. Engelking *Sur un problème de K. Urbanik concernant les ensembles linéaires,* qui contient une solution partielle de ce problème pour $n = 2$.

Ce fascicule, p. 243.

J.-P. KAHANE (MONTPELLIER)

P 338, 339. Formulés dans la communication *Problèmes et remarques sur les carrés de convolution.*

Ce fascicule, p. 265.

B. KNASTER (WROCŁAW)

P 340. J'appelle *dendroïde* tout continu connexe par arcs et dont tout sous-continu est unicohérent [4].

Quelle est la puissance, possiblement la plus élevée, d'une famille de dendroïdes dont aucun n'est une image continue d'aucun autre?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 519, 17. X. 1960.

[4] Voir **P 323**, ce volume, p. 139.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 341. Soit $\mathcal{E}^n$ l'espace euclidien à $n \geqslant 3$ dimensions. Une transformation continue $f\colon \mathcal{E}^n \to \mathcal{E}^n$ étant donnée, qui est une homéomorphie locale sur $\mathcal{E}^n-(p)$, est-ce qu'elle l'est également dans p?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 504, 3. V. 1960.

P 342. Est-ce que tout groupe de puissance $2^{\aleph_0}$ est isomorphe à un sous-groupe du groupe des permutations dénombrables (c'est-à-dire déplaçant une infinité dénombrable d'éléments au plus) d'un ensemble?

Est-ce qu'il en est de même de tout groupe libre de puissance arbitraire?

On sait que la réponse est affirmative pour tout groupe abélien et négative pour certain groupe de puissance supérieure à $2^{\aleph_0}$ [5].

Nouveau Livre Écossais, Probl. 506, 3. V. 1960.

[5] M. Kneser and S. Świerczkowski, *Embeddings in groups of countable permutations*, Colloquium Mathematicum 7 (1960), p. 177-179.

R. COURANT (NEW YORK)

P 343. Es seien für $\nu = 1, 2, \ldots, n$ k-reihige quadratische Matrizen A^ν gegeben, es seien $\xi_1, \ldots, \xi_n$ Parameter und es werde $A = \sum_{\nu=1}^{n} \xi_\nu A^\nu$ gesetzt.

Man beweise folgenden Satz: wenn die Parameter der Bedingung $Q(\xi_1, \ldots, \xi_n) = \det A = 0$ unterworfen werden, sodaß A eine singuläre Matrix mit linkem Nullvektor l und rechtem Nullvektor r wird, dann gilt mit geeigneter Normierung der Nullvektoren $lA^\nu r = \partial Q/\partial \xi_\nu$, falls der Rang von A gleich $k-1$ ist.

Ist der Satz wahr, so finde man die Verallgemeinerung für niedrigeren Rang von A.

Neues Schottisches Buch, Probl. 508, 12. V. 1960.

A. W. MOSTOWSKI (VARSOVIE)

P 344. Soient $F_1 = [F, F]$ le commutant du groupe F et $F_{n+1} = [F_n, F_n]$ pour $n = 1, 2, \ldots$ Appelons un groupe F *résoluble de rang s* lorsque F_s^1 ne se compose que d'unité. Posons pour un groupe F arbitraire

$$F_{(1)} = F \quad \text{et} \quad F_{(n+1)} = [F_{(n)}, F].$$

Est-ce que, F étant un groupe libre à k générateurs et résoluble de rang s quelconque, le groupe $F_{(n)}/F_{(n+1)}$ est libre abélien pour tout $n = 1, 2, \ldots$?

La réponse est affirmative pour $k = 2 = s$.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 509, 27. V. 1960.

А. А. МАРКОВ (МОСКВА)

P 345. Можно-ли построить конструктивное отображение квадрата в самого себя, сдвигающее каждую точку квадрата?

Под *точками* при этом понимаются пары конструктивных действительных чисел.

Новая Шотландская Книга, Пробл. 510, 27. V. 1960.

A. MATHÉEV (SOFIA)

P 346. Est-ce que toute matrice quadratique orthogonale de degré $n \neq 3$ et dont les éléments sont des nombres complexes, peut être représentée sous la forme d'un produit de deux matrices du même genre symétriques (c'est-à-dire involutives)?

La réponse est affirmative pour $n = 3$.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 511, 2. VI. 1960.

A. GUICHARDET (PARIS)

P 347. Considérons le segment $[0, 1]$ avec la mesure de Lebesgue μ. Soit R une relation d'équivalence sur $[0, 1]$ dont le graphe est mesurable. Admettons que toute permutation s de $[0, 1]$ laissant μ quasi-invariante et telle que $R(x, s(x))$ pour presque tout x est égale presque partout à l'identité.

Existe-t-il un ensemble de complémentaire négligeable dans $[0, 1]$ sur lequel R induise la relation d'équivalence dont les classes sont les points?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 517, 29. IX. 1960.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P 348. Existe-t-il (la sphère étant exclue) une surface fermée telle qu'un tétraèdre régulier donné, dont tous les sommets glissent sur la surface en question, puisse prendre toutes les orientations possibles, comme il en est le cas pour le tétraèdre inscrit dans une sphère?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 497, 21. IV. 1960.

P 349. Convenons d'appeler *distance* de deux points A et B situés sur une surface S le minimum des longueurs de tous les arcs AB situés sur S. Le point le plus éloigné de A soit, par définition, le point P sur S dont la distance de A est la plus grande possible.

Existe-t-il une surface fermée S telle que

1° à tout A sur S correspond un seul point $P = f(A)$ le plus éloigné de A,

2° $f(f(A)) = A$ pour tout $A \in S$,

3° pour tout A de S il n'y a que deux chemins joignant A à $f(A)$ et dont les longueurs sont égales à la distance entre A et $f(A)$, f étant la fonction définie par 1°?

Un ellipsoïde peut-il avoir les propriétés 1°, 2° et 3°?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 499, 21. IV. 1960.

C O M P T E S R E N D U S

SOCIÉTÉ POLONAISE DE MATHÉMATIQUE

Les comptes rendus des communications faites aux Sections de la Société sont publiés par le périodique „Prace Matematyczne" (en polonais). Ici nous ne publions que les résumés des communications parvenues de leurs auteurs et dont les résultats ne seront pas publiés prochainement dans une autre forme.

SECTION DE TORUŃ

14. XII. 1959. S. Jaśkowski, *The proof of a reduction of the decision problem for dependent sentential variables.*

According to a theorem previously published by the author [1], there is no decision method for the class of problems: whether a formula with dependent sentential variables is deducible from the set of axioms $(\mathrm{II})_3$ or not. The author presents now an important part of the proof of that theorem.

Let M denote $\langle A, \{P_i\}_{i=1}^m \rangle$, where P_i are n-ary relations over A. We define ternary relations $Q_i, R_k, S_{j,k}$ over the n-th Cartesian power of A:

$$Q_i(x, y, z) \leftrightarrow P_i(x_1, \ldots, x_n), \quad i = 1, \ldots, m,$$

$$R_k(x, y, z) \leftrightarrow \bigcap_{\substack{1 \leqslant i \leqslant n \\ i \neq k}} x_i = y_i = z_i, \quad k = 1, \ldots, n,$$

$$S_{j,k}(x, y, z) \leftrightarrow \bigcap_{\substack{1 \leqslant i \leqslant n \\ i \neq i \neq k}} x_i = y_i = z_i, \quad j = 1, \ldots, k-1;\ k = 1, \ldots, n,$$

where $x = \langle x_1, \ldots, x_n \rangle$, $y = \langle y_1, \ldots, y_n \rangle$, $z = \langle z_1, \ldots, z_n \rangle$ and we write

$$M^n = \langle A^n, \{Q_i\}_{i=1}^m, \{R_k\}_{k=1}^n, \{S_{j,k}\}_{j=1}^{k-1}{}_{,k=1}^{n} \rangle.$$

---

(1) S. Jaśkowski, *Sur les variables propositionnelles dépendantes*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio A, 1 (1948), p. 17-21.