than the estimate

$$a_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2,$$

calculated with the aid of the population mean μ from the random sample drawn with replacement. This fact should be exploited in practice.

REFERENCES

[1] K. G. Hagstroem, *Alcune formule appartenenti alla statistica rappresentativa*, Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari 3 (1932).

[2] I. Koźniewska, *Porównanie efektywności losowania ze zwracaniem i bez zwracania przy nieznanej wariancji populacji generalnej*, Zastosowania Matematyki 2 (1955), p. 297-303.

[3] H. C. Picard, *A note on the maximum value of kurtosis*, The Annals of Mathematical Statistics 22 (1951), p. 480-482.

[4] J. E. Wilkins Jr., *A note on skewness and kurtosis*, The Annals of Mathematical Statistics 15 (1944), p. 333-335.

P R O B L È M E S

P 4, R 1. La réponse affirmative pour le cas $k = 3$ et $n = 2$ a été établie récemment par Floyd[1]) (sans d'ailleurs citer le problème posé dans Colloquium Mathematicum). Ce résultat entraîne, entre autres, les theorèmes de Kakutani[2]) et de Gordon[3]) comme des cas particuliers.

I. 1, p. 30 et 31.

[1]) E. E. Floyd, *Real-valued mappings of spheres*, Procedings of the American Mathematical Society 6 (1955), p. 957-959.

[2]) S. Kakutani, *A proof that there exists a circumscribing cube around any bounded closed convex set in R_3*, Annals of Mathematics 43 (1942), p. 739-741.

[3]) И. И. Гордон, *Обобщение теоремы Какутани о непрерывной функции, заданной на сфере*, Успехи Математических Наук 10 (1955), p. 97-99.

P 116, R 1. La réponse est négative[4]).

III. 1, p. 45.

[4]) Cf. D. Peter, *Über die Diophantische Gleichung $x^l+y^l = cz^l$*, Acta Mathematica 88 (1952), p. 241-251.

P 131, R 1. Pour $m = 5$, la réponse est positive[5]).

III. 2, p. 162.

[5]) Cf. J. B. Kelley and L. M. Kelley, *Paths and circuits in critical graphs*, American Journal of Mathematics 76 (1954), p. 786-792.

M. KRÓL (TORUŃ) AND JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 156, R 1. For $\overline{\overline{M}} = 2$ the answer is yes. In fact, by the theorem of Nilcen and Schreier[6]) $\{M\}$ is a free group. By the theorem of Grushko[7]) the rank of $\{M\}$ is not greater than 2. If the rank of $\{M\}$ is 1, then the group is cyclic and the condition $(*)$ cannot be satisfied. If the rank of $\{M\}$ is 2, then by the theorem of Grushko any set of generators of the group $\{M\}$ consisting of two elements is a set of free generators.

[6]) Cf. А. Г. Курош, *Теория групп*, Москва 1953, p. 223.

[7]) L. c. [6]), p. 253.

For $\overline{\overline{M}} > 2$ the answer is no. In fact, let G be a free group of two free generators ϱ and τ. Let us put $M = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, where $\sigma_1 = \varrho$, $\sigma_2 = \tau\varrho^2\tau$ and $\sigma_3 = \tau\varrho^2\tau^2\varrho$.

Then $\sigma_1\sigma_2^{-1}\sigma_3\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-2}\sigma_3 = 1$, but, as it is easy to verify, M satisfies the condition (*).

IV. 1, p. 93.

S. HARTMAN (WROCŁAW) ET C. RYLL-NARDZEWSKI (LUBLIN)

P 160, 161, 162. Formulés dans la communication *Zur Theorie der lokal-kompakten abelschen Gruppen.*

Ce fascicule, p. 166, 167 et 177.

S. PASZKOWSKI (WROCŁAW)

P 163, 164. Formulé dans la communication *On the Weierstrass approximation theorem.*

Ce fascicule, p. 210.

L. DUBIKAJTIS (TORUŃ)

P 165. Formulé dans la communication *Sur les partages du triangle.*

Ce fascicule, p. 223.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 166. Il est démontré[8]) à l'aide de l'axiome du choix que la sphère $x^2+y^2+z^2 = 1$ est, pour tout $n \leqslant 2^{\aleph_0}$, une somme de n ensembles disjoints et congruents deux à deux. Y a-t-il une démonstration effective de ce théorème pour $n = 3, 4, \ldots$?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 273, 7. IX. 1955.

[8]) Jan Mycielski, *On the paradox of the sphere*, Fundamenta Mathematicae 42 (1955), p. 348-354.

R. SIKORSKI (WARSZAWA)

P 167. Des fonctions réelles continues f_1 et f_2 étant définies sur le segment $0 \leqslant x \leqslant 1$ et y ayant les propriétés suivantes:

(1) $f^i(0) = 0$, $0 \leqslant f_i(x) \leqslant 1$ et $f_i(1) = 1$ pour $i = 1$ et 2,

(2) ni f_1, ni f_2 n'est constante sur aucun intervalle,

est-ce que toute composante de l'ensemble $\underset{(x,y)}{E}\{f_1(x) = f_2(y)\}$ est localement connexe?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 282, 14. X. 1955.

Z. ZAHORSKI (ŁÓDŹ)

P 168. Donner une estimation de droite, la meilleure possible, de l'intégrale

$$J = \int_0^{2\pi} |\cos n_1 x + \cos n_2 x + \ldots + \cos n_k x|\, dx,$$

où $0 \leqslant n_1 \leqslant n_2 \leqslant \ldots \leqslant n_k$, ces nombres étant des entiers.

P 168, R 1. L'estimation $c\sqrt{k}$ est assez banale, mais sûrement de beaucoup trop faible, bien qu'elle soit la meilleure lorsque n_k croît rapidement. Lorsque $n_j = j-1$ pour $j = 1, 2, \ldots, k$, la meilleure estimation est $c \log k$ et il semble que $c \cdot \log n_k$ est en toute généralité.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 283, 15. X. 1955.

P 169. Soient $a_0/2, a_1, a_2, \ldots$ les coefficients des cosinus dans la série de Fourier d'une fonction bornée ($|f(x)| \leqslant 1$). On sait que

$$|a_0/2 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n| \leqslant c \log n.$$

Donner une estimation de droite, la meilleure possible, de la somme $|a_0/2| + |a_1| + \ldots + |a_n|$.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 284, 15. X. 1955.

P 170. Soit $W(n)$ le multiplicateur de Weyl de la série orthogonale $a_0\varphi_0(x) + a_1\varphi_1(x) + \ldots$, c'est-à-dire une fonction telle que

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 W(n) < +\infty$$

entraîne la convergence presque partout de la série. On sait que $W(n) \leqslant \log^2 n$ pour tout système orthonormal $\varphi_j(x)$ et qu'il existe un système orthonormal $\varphi_j(x)$ tel que $|\varphi_j(x)| < M$ pour tous x et $j = 0, 1, \ldots$, mais pour lequel $W(n) \geqslant \log^2 n$, de sorte qu'aucune fonction qui croît plus lentement que $\log^2 n$ n'est multiplicateur de Weyl de ce système. On sait enfin que

$$(*) \qquad W(n) \leqslant \log n$$

pour le système trigonométrique rangé par son ordre naturel.

Est-ce-qu'on a (*) aussi pour le système trigonométrique ordonné d'une manière arbitraire?

P 170, R 1. La réponse sera affirmative lorsque celles aux deux problèmes qui précèdent sont respectivement $c \log n_k$ et $c \log n$.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 285, 15. X. 1955.

Z. CHARZYŃSKI (ŁÓDŹ)

P 171. En se donnant d'avance n nombres complexes $B_1, \ldots, B_n$, existe-t-il toujours autant de points $z_1, \ldots, z_n$ et un polynôme

$$P(z) = a_0 + a_1 z + \ldots + a_{n-1} z^{n-1} + z^n$$

tels que $P(z_k) = B_k$ et $P'(z_k) = 0$ pour tout $k = 1, \ldots, n$?

Si de telles solutions existent, combien y en a-t-il?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 286, 15. X. 1955.

G. MOÏSIL (BUCAREST)

P 172. L'ordre étant entendu au sens d'ordre partiel, existe t-il, pour tout couple d'ensemble confinaux A, B, deux ensembles $A^* \subset A$ et $B^* \subset B$ confinaux avec la partie commune $A \frown B$ et semblables l'un à l'autre (c'est-à-dire ayant le même type d'ordre)?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 284, 4. X. 1955.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P 173. Un nombre irrationnel a étant fixé, appelons un point $t > 0$ un *signal* lorsqu'il existe des entiers positifs n et k pour lesquels $t = n-1+\{ka\}$ et $k/n < \{ka\} < (k+1)/n$, $\{\ \}$ désignant le reste modulo 1.

Est-ce que la suite des signaux ainsi définis est poissonnienne? Plus précisément: $\mu_m^{(l)}(k)$ désignant la mesure de Lebesgue de l'ensemble des $x \leqslant m$ pour lesquels il y a k signaux dans l'intervalle $x \leqslant t < x+l$, est-ce que

$$\lim_{m\to\infty} \frac{1}{m}\,\mu_m^{(l)}(k) = \frac{l^k}{k!}\,e^{-l}\ ?$$

Examiner en particulier le cas de $a = (3-\sqrt{5})/2$.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 260, 29. II. 1956.

P 174. Soient $c = \{c_n\}$ une suite de nombres quelconques et $k = \{k_n\}$ une suite de nombres naturels croissants. Appelons une série potentielle *singulière* lorsque tous les points de son cercle de convergence sont singuliers ou que ce cercle est de rayon nul (ou infini). Enfin, appelons la suite k *lacunaire* lorsque la série potentielle

$$(*) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} c_n z^{k_n}$$

est singulière pour tout c.

Est-ce que la singularité de la série (*) pour la suite $c = \{1\}$ est une condition suffisante pour que la suite k soit lacunaire?

Wrocław, 12. III. 1956.

P 175. L'image d'un tétraèdre régulier T_1 (fixé dans l'espace euclidien à 3 dimensions) symétrique par rapport à l'une de ses faces donne le tétraèdre T_2. L'itération donne naissance à une suite de tétraèdres $\{T_n\}$ congruents deux à deux.

En supposant que toute face ne peut servir de miroir qu'une fois, démontrer que

(1) $m \neq n$ entraîne $T_m \neq T_n$,

(2) quelle que soit la région R, il existe une suite de tétraèdres $\{T_n\}$ dont l'ensemble des sommets est dense dans R.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 288, 29. II. 1956.

P 176. Un point matériel se déplace dans le tétraèdre régulier T. Parti d'un point intérieur d'une face, il rejoint un point intérieur d'une autre et ainsi de suite, d'après la loi classique de réflexion.

Est-ce que l'impulsion moyenne éprouvée par chaque unité d'aire de la surface de T après un temps infini est la même?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 290, 1. III. 1956.

B. KNASTER (WROCŁAW)

P 177. Convenons de dire que les ensembles situés dans un espace s'y laissent *enfiler* lorsqu'il y existe un arc (c'est-à-dire image homéomorphe du segment de droite) contenant au moins un point de chacun de ces ensembles.

Un ensemble compact situé dans le cube à $n > 1$ dimensions étant décomposé d'une manière continue en continus disjoints, s'y laissent-ils toujours enfiler?

P 178. Quand cet enfilage est-il possible lorsque la décomposition n'est que semicontinue, en particulier lorsqu'elle est la décomposition en composantes?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 279 et 280, 29. IX. 1955

G. CHOQUET (PARIS)

Soient E l'intervalle $[0,1]$ ou, plus généralement, un espace bicompact et C_+ l'espace des fonctions f numériques continues, définies sur E. Soit T une application de C_+ dans C_+; on suppose que T est additive, c'est-à-dire que $T(f_1+f_2) = T(f_1)+T(f_2)$. On désigne par T^n la fonction définie par reccurence par les relations $T^1 = T$; $T^{n+1} = T(T^n)$. On désigne par e la fonction égale à 1 partout sur E.

P 179. Est-il vrai que si la suite des fonctions $T^n(e)$ tend vers 0 en tout point de E, cette convergence est aussi uniforme?

Bombay, le 29. II. 1956.

E. MARCZEWSKI (WROCŁAW)

On dira qu'un *sous-ensemble E du plan R^2 satisfait à la condition* **D** lorsque pour chaque couple p et q de points distincts du plan R^2 il existe dans R^2 un sous-ensemble $E(p, q)$ et un seul, isométrique à E et contenant p et q. Le plan R^2 et toute droite de R^2 satisfont à la condition D.

P 180. Existe-il d'autres ensembles (en particulier des ensembles boreliens) satisfaisant à D?

P 180, R 1. G. Choquet a démontré: 1° que l'hypothèse du continu entraîne l'existence des autres ensembles satisfaisant à D, 2° qu'il n'y a pas d'autres ensembles fermés satisfaisant à D.

Bombay, le 29. II. 1956.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P 181. Formulé dans la communication *Un problème sur le modèle cinétique de gaz dans un tétraèdre.*

Ce fascicule, p. 262.

P 182. Formulé dans la communication *Un problème sur les fonctions composées.*

Ce fascicule, p. 262.

P 183, 184, 185, 186. Formulés dans la communication *Quelques problèmes sur le nombre $K(P, r)$ des sommets du réseau quadratique de côté* 1 *dans le cercle de centre P et de rayon r.*

Ce fascicule, p. 263.

P 187, 188. Formulés dans la communication *Un problème sur la classification des fonctions continues de plusieurs variables.*

Ce fascicule, p. 264.

S. GOŁĄB (CRACOVIE)

P 189. Formulé dans la communication *Sur l'équation fonctionnelle* $f(X) \cdot f(Y) = f(X \cdot Y)$.

Ce fascicule, p. 265.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P 190, 191. Formulés dans la communication *Problèmes sur le nombre* $a = (\sqrt{5}-1)/2$.

Ce fascicule, p. 266.

P 192. Formulé dans la communication *Un problème sur le couple de points dans une région plane.*

Ce fascicule, p. 268.