# P R O B L È M E S

**P 104, R 1.** La réponse est positive[1]).

[1]) Cf. K. Knopp, *Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen*, Berlin 1931, p. 535, Aufgabe 202.

P. TURÁN (BUDAPEST)

**P 126, 127, 128.** Formulés dans la communication: *On a new analytical method and its applications.*

Ce fascicule, p. 99, 101, 104.

O. LANGE (VARSOVIE)

**P 129.** Formulé dans la communication: *Statistical estimation of parameters in Markov processes.*

Ce fascicule, p. 155.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

**P 130, 131.** Formulés dans la communication: *Sur le coloriage des graphs.*

Ce fascicule, p. 162.

B. KNASTER, J. MIODUSZEWSKI ET K. URBANIK (WROCŁAW)

**P 132.** Formulé dans la communication: *Points-limites et points de continuité.*

Ce fascicule, p. 169.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

**P 133.** Let

$$F(x,y,z)=\int_0^1 t^x(z-t)^y\,dt \qquad (x>0,\ y>0,\ z\geqslant 1).$$

Is it true that $F$ is a genuine function of there variables, which means that it cannot be the result of successive substitutions of continuous



functions of two variables for the variables of continuous functions of two variables, the number of substitutions being finite?

New Scottish Book, Probl. 192, 28. V. 1952.

J. NOVÁK (PRAGUE)

**P 134.** According to F. Hausdorff[2]) the character of a point $x$ of an ordered set is the ordered pair $(\varrho,\sigma)$, where $\varrho$ and $\sigma$ are the least ordinals for which there exist an increasing sequence $x_0<x_1<\ldots<x_\lambda<\ldots$ $(\lambda<\omega_\varrho)$ and a decreasing sequence $y_0>y_1>\ldots>y_\mu>\ldots(\mu<\omega_\sigma)$ converging to $x$.

Does there exist an ordered continuum without any two different points having the same character?

New Scottish Book, Probl. 214, 16. XII. 1952

**P 135.** We say that a *sequence $A_n$ of sets converges to the set $A$* if

$$\sum_{k=1}^{\infty}\prod_{n=k}^{\infty}A_n=\prod_{k=1}^{\infty}\sum_{n=k}^{\infty}A_n=A.$$

It is easy to prove that the class $S$ of all subsets of a set $X$ which has at least the power of the continuum is non compact (in the sense of the convergence just defined). In fact, if $F$ transforms $X$ onto the class of all sets of natural numbers, then the sequence $\{E_n\}$, where $E_n$ is the set of all $x\in X$ such that $n\in F(x)$, has no convergent subsequence.

Thus the following problem arises:

Is it possible to prove, without the aid of the hypothesis of the continuum, that the class of all subsets of a set having the power $\aleph_1$ is non compact?

New Scottish Book, Probl. 215, 16. XII. 1952

**P 136.** Let us consider the above defined convergence of sets and the convergence everywhere of functions.

Are the class of all Borel sets (in the unit interval) and the class of all Baire functions homeomorph?

New Scottish Book, Probl. 216, 16. XII. 1952

[2]) F. Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, Lepzig 1914, p. 143.

T. POPOVICI (CLUJ)

**P 137.** On sait que si toutes les racines d'un polynôme $P(x)$ du degré $n$ sont réelles, toutes celles du polynôme

$$Q(z)=P(z)\cdot P'(z)\ldots P^{(n-1)}(z)$$

sont égales, ou bien il y en a au moins $n+1$ qui sont distinctes deux à deux[3]).

Ce théorème, subsiste-t-il sans l'hypothèse sur les racines de $P(z)$?

**P 138.** Trouver tous les polynômes $P(z)$ pour lesquels le polynôme $Q(z)$ a exactement $n+1$ racines distinctes.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 233, 20. IX. 1953

**P 139.** Étant donnés $n$ vecteurs $a_1, a_2, \ldots, a_n$, dans un espace euclidien à un nombre quelconque de dimensions, on sait que

$$|a_2|+|a_2|\geqslant|a_1+a_2|$$

et que

$$|a_1|+|a_2|+|a_3|+|a_1+a_2+a_3|\geqslant|a_1+a_2|+|a_2+a_3|+|a_3+a_1|,$$

$|\ |$ désignant la longueur.

Est-ce que la formule généralisée

$$\sum|a_i|+\sum|a_i+a_j+a_k|+\ldots\geqslant\sum|a_i+a_j|+\sum|a_i+a_j+a_k+a_l|+\ldots$$

est encore vraie, les sommations s'étendant à toutes les combinaisons un à un, deux à deux, trois à trois et ainsi de suite des indices $1, 2, \ldots, n$?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 235, 20. IX. 1953

[a]) T. Popovici, *Asupra polinoamelor cu toate rădăcinile reale*, Academia Republici Populare Române, Filiala Cluj, Studii și cercetări științifice 3 (1932), p. 7-10.

A. HALANAY (BUCAREST)

**P 140.** La fonction $p(x)$ étant presque périodique, on sait que si l'équation

$$(1)\qquad y'+y^2+p(x)=0$$

a deux solutions $u(x)$ et $v(x)$ qui existent pour tout $x$ et satisfont à la condition

$$\inf_{-\infty<x<+\infty}\big(u(x)-v(x)\big)>0,$$

elles sont presque périodiques.

Est-il vrai que si l'équation (1) a une solution qui existe pour tout $x$, elle en a aussi une qui est presque périodique?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 236, 20. IX. 1953

**P 141.** Soit $u(x)=\mu+\alpha(x)$ une solution presque périodique de l'équation (1) où $p(x)$ est une fonction presque périodique et $\mu$ est la valeur moyenne de $u(x)$.

Quelles conditions faut-il imposer à $p(x)$ pour que $\int\alpha(x)dx$ soit presque périodique?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 237, 20. IX. 1953



M. WARMUS (WROCŁAW)

**P 142.** Soit $F(x,z)$, avec $x$ réel et $z$ complexe, une fonction analytique de $z$ pour $|z|<1$, et intégrable de $x$ au sens de Lebesgue pour $0\leqslant x\leqslant 1$. En d'autres termes: on a pour presque tout $x_0$ de l'intervalle $\langle 0,1\rangle$

$$F(x_0,z)=F_0(x_0)+F_1(x_0)\cdot z+F_2(x_0)\cdot z^2+\ldots\quad\text{pour}\quad|z|<1$$

et, pour tout $|z_0|<1$, la fonction $F(x,z_0)$ de la variable réelle $x$ est intégrable dans l'intervalle $\langle 0,1\rangle$.

Est-ce que les fonctions $F_0(x)$, $F_1(x)$, ... sont intégrables?

Wrocław, 20. II. 1953

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

**P 143.** Formulé dans la communication *Un problème sur les points singuliers des triangles*.

Ce fascicule, p. 201.