P R O B L È M E S

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P106, 107, 108, 109, 110. Formulés dans la communication *Length, shape and area.*

Ce fascicule, p. 4,7,9 et 12.

P. TURÁN (BUDAPEST)

P111, 112, 113. Formulés dans la communication *On the theory of graphs.*

Ce fascicule, p. 22 et 26.

W. SIERPIŃSKI (VARSOVIE)

P114. Formulé dans la communication de J. Słupecki, *Sur la multiplication des types ordinaux.*

Ce fascicule, p. 43.

C. ZARANKIEWICZ (VARSOVIE)

P115, 116, 117. Formulés dans la communication de W. Sierpiński, *Remarques sur les progressions arithmétiques.*

Ce fascicule, p. 44, 45 et 46.

J. ŁOŚ (TORUŃ)

P118. Formulé dans la communication *On the categoricity in power of elementary deductive systems and some related problems.*

Ce fascicule, p. 62.

W. SIERPIŃSKI (VARSOVIE)

P119. Existe-t-il sur le plan trois droites D_1, D_2, D_3 et une décomposition du plan en autant d'ensembles E_1, E_2, E_3, telles que E_i n'ait tout au plus qu'un nombre fini de points sur toute parallèle à D_i $(i=1,2$ et $3)$?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 148, 11. V. 1951

P120. Partageons les types ordinaux en hypertypes en rangeant les types α et β dans un même hypertype lorsqu'un ensemble ordonné de type α est semblable à un sous-ensemble d'un ensemble ordonné de type β et réciproquement. L'ensemble de tous les hypertypes formés de types dénombrables, est-il de puissance $\aleph_1$?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 149, 11. V. 1951

P121. A et B étant des ensembles ordonnés semblables, il peut arriver qu'en supprimant dans chacun d'eux un seul élément, d'ailleurs quelconque, les restes sont encore semblables, tandis que la suppression dans chacun d'eux d'un couple d'éléments convenablement choisis détruit leur similitude. Tel est, par exemple, le cas des ensembles A et B de type 2η (ou des types 2λ, 3η, $\lambda\eta$, λ^2).

Existe-t-il des ensembles ordonnés semblables A et B dans chacun desquels on peut supprimer un couple quelconque d'éléments sans qu'ils perdent leur similitude, mais qui cessent d'être semblables lorsqu'on supprime dans chacun d'eux un triple de points convenablement choisis?

Varsovie, le 22 janvier 1953

G. HAJÓS (BUDAPEST)

P122. T étant un tetraèdre, désignons par $a(T)$ la longueur de l'arête la plus longue de T et par $\varrho(T)$ le rayon de la sphère inscrite dans T.

Donner une construction effective générale (aussi simple que possible) pour décomposer un tetraèdre arbitraire en un nombre fini de tetraèdres, puis à décomposer chacun d'eux en un nombre fini (pas nécessairement le même) de tetraèdres, et ainsi de suite, de façon que tous les tetraèdres T de ces décompositions ne soient ni trop allongés, ni trop applatis, c'est-à-dire que le rapport $a(T)/\varrho(T)$ soit borné supérieurement.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 226, 30. IV. 1953

B. KNASTER (WROCŁAW)

P123. On dit que deux ensembles ont le même *type topologique* lorsqu'ils sont homéomorphes.

Combien y a-t-il de types topologiques d'espaces complets séparables de dimension 0 denses en soi?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 220, 25. III. 1953

F. LEJA (CRACOVIE)

P124. Soient R_n l'espace cartésien à n dimensions, p un point arbitraire de R_n et $p^{(k)}$ un système de $k\geqslant 2$ points différents quelconques $p_1, p_2, \dots, p_k$ de R_n. Appelons *distance des points du système* $p^{(k)}$ le produit

$$D(p^{(k)}) = \prod_{1\leqslant i<j\leqslant k} |p_i p_j|$$

(où $|pq|$ désigne la distance des points p et q) et *distance du point p au système* $p^{(k)}$ la somme $D(p;p^{(k)}) = D_1 + D_2 + \dots + D_k$, où

$$D_i = D(p_1, \dots, p_{i-1}, p, p_{i+1}, \dots, p_k) \qquad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Soit $\delta_k(R_n)$ la borne inférieure du rapport $D(p;p^{(k)})/D(p^{(k)})$ lorsque le point p et le système $p^{(k)}$ varient dans R_n.

Il est facile à voir que $\delta_2(R_n) = 1$ (lois de triangle), que $\delta_3(R_n) = 1$ pour $n = 1, 2, \dots$ et que $\delta_k(R_2) = 1$ pour $k = 2, 3, \dots$

Démontrer que $0 < \delta_k(R_n) < 1$ pour $n = 3, 4, \dots$ et $k = 4, 5, \dots$ et évaluer $\delta_k(R_n)$ dans ces cas.

Cracovie, le 24 janvier 1953

E. MARCZEWSKI (WROCŁAW)

P125. Convenons de dire qu'un ensemble linéaire E *a la propriété* (S_n) lorsqu'il existe un $\delta > 0$ tel que tout ensemble linéaire A composé tout au plus de n points et dont le diamètre est inférieur à δ peut être transformé par translation en un sous-ensemble de E. Tout ensemble mesurable de mesure positive a la propriété (S_n) pour tout n entier positif[1]). Le discontinu de Cantor a la propriété (S_2)[2]), mais — comme l'a remarqué C. Ryll-Nardzewski — n'a pas de propriété (S_3).

Existe-t-il donc un ensemble parfait de mesure nulle ayant la propriété (S_3)?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 49, 2. V. 1950

[1]) Voir S. Ruziewicz, *Contribution à l'étude des ensembles de distances de points*, Fundamenta Mathematicae 7 (1925), p. 141-143.

[2]) H. Steinhaus, *Nowa własność mnogości G. Cantora*, Wektor 6 (1917), p. 105-107.