COMPTES RENDUS

SOCIÉTÉ POLONAISE DE MATHÉMATIQUE SECTION DE WROCŁAW

SÉANCE DU 1 AVRIL 1949

M. Warmus, *Sur l'évaluation des aires planes à l'aide des réseaux de parallélogrammes* (Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wrocław, Série B N° 27, à paraître).

SÉANCE DU 5 AVRIL 1949

J. Intrator, *Sur la décomposition du nombre naturel en somme de n nombres naturels.*

Généralisation d'une formule de *partitio numerorum.*

S. Hartman, *Sur une condition supplémentaire dans les approximations diophantiques* (ce volume, p. 48-51).

SÉANCE DU 8 AVRIL 1949

W. Wolibner, *Sur le mouvement plan du liquide visqueux incompressible, entourant une courbe simple fermée* (pour le résumé, voir Comptes rendus du Congrès commun des Mathématiciens Polonais et Tchécoslovaques à Prague 1949, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 75 (1950), p. 232).

J. Słupecki, *Un théorème sur la multiplication des types ordinaux* (à paraître dans ce volume).

SÉANCE DU 6 MAI 1949

S. Kulczyński, *Sur la notion de probabilité.*

Essai d'une conception de probabilité qui convienne davantage à l'intuition des biologistes.

SÉANCE DU 10 MAI 1949

J. Słupecki, *Sur une définition de la probabilité finie.*

Définition de la probabilité finie en termes logiques et qui implique les axiomes du calcul des probabilités, publiés dans un travail de Mazurkiewicz [1]).

[1]) S. Mazurkiewicz, *Zur Axiomatik der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, cl. III, 25 (1933), p. 1-4.

SÉANCE DU 13 MAI 1949

A. Zięba, *Un théorème de la théorie de la poursuite, I* (voir le résumé dans le fascicule suivant, séance du 3 mars 1950).

J. G.-Mikusiński, *Sur les fondements du calcul opératoire* (voir Studia Mathematica 11 (1949), p. 41-70).

SÉANCE DU 16 MAI 1949

(commune avec la Section de Wrocław de la Société Polonaise de Physique)

L. Infeld (Toronto), *Problèmes de la cosmologie moderne* (voir L. Infeld and A. Schild, *A New Approach to Kinematic Cosmology*, The Physical Review 68 (1945), p. 250-272 et 70 (1946), p. 410-425).

SÉANCE DU 20 MAI 1949

J. Obalski (Varsovie), *Principes mathématiques du fonctionnement des machines à mesurer la surface du cuir.*

Les machines dites *à rouleaux* divisent la surface du cuir en bandes de largeur égale, au moyen d'une série de rouleaux disposés à distance égale. L'aire du cuir est à peu près proportionnelle à la somme des longueurs de ces bandes. Ce mode de mesurage comporte plusieurs sources d'erreurs. Celles dites *géométriques* sont dues à ce que la largeur des rouleaux, la distance entre eux et l'épaisseur du cuir sont positives. Des formules ont été établies par l'auteur pour évaluer les erreurs du mesurage lorsque la surface du cuir est limitée par une courbe quelconque.

Les machines dites *à goupilles* divisent la surface du cuir en rectangles. Aussi les erreurs du mesurage qu'elles comportent sont-elles beaucoup moindres.

SÉANCE DU 27 MAI 1949

S. Jaśkowski (Toruń), *Contributions à la théorie des ornements* (à paraître dans Studia Societatis Torunensis, sectio A, vol. 2).

S. Jaśkowski (Toruń), *Fondements des mathématique et la didactique.*

Examin des rapports entre les méthodes d'enseignement élémentaire et les fondements des mathématiques, précisés du point de vue de la logique mathématique. L'auteur propose une nouvelle définition logique du nombre réel, qui lui semble la plus proche de la notion naïve de ce nombre, entendu comme fraction décimale infinie.

SÉANCE DU 3 JUIN 1949

J. Szarski (Cracovie), *Sur certaines applications des inégalités différentielles dans la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre* (voir J. Szarski, *Sur certains systèmes d'inégalités différentielles aux dérivées partielles du premier ordre,* Annales de la Société Polonaise de Mathématique 21 (1948), p. 7-25 et *Sur certaines inégalités entre les intégrales des équations aux derivées partielles du premier ordre,* ibidem 22 (1949), p. 1-34).

SÉANCE DU 7 JUIN 1949

J. Perkal, *Sur quelques corrélations dans les régions* (Comptes rendus du Congrès commun des Mathématiciens Polonais et Tchécoslovaques à Prague 1949, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 75 (1950), p. 293-300, en polonais).

SÉANCE DU 10 JUIN 1949

F. Vyčichlo (Prague), *Le développement de la géométrie en Tchécoslovaquie.*

Aperçu historique sur les idées des géomètres tchécoslovaques et leurs personnalités, sur l'évolution des programmes d'études et sur les courants actuels dans les recherches.

SÉANCE DU 14 JUIN 1949

J. Słupecki, *Sur les algèbres complètes* (Comptes rendus du Congrès commun des Mathématiciens Polonais et Tchécoslovaques à Prague 1949, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 75 (1950), p. 150-154, résumé anglais p. 154.).

E. Marczewski, *Remarques sur la méthode d'abstraction* (à paraître dans ce volume).

E. Marczewski, *Impressions de Prague et de Brno* [2])

SÉANCE DU 21 JUIN 1949

J. Łoś, *Sur l'additivité dénombrable des mesures dans les corps de Boole.*

Remarques sur les prolongements des mesures définies dans une algèbre de Boole à des mesures definies dans une σ-algèbre de Boole.

[2]) Cf. *Notices*, ce volume, p. 84.

M. Warmus, *Sur l'évaluation des aires planes à l'aide des réseaux de parallélogrammes* (suite) (Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wrocław, Série B N⁰ 27 [3]), à paraître).

SÉANCE DU 14 OCTOBRE 1949

J. Łoś, *Sur les fondements de la probabilité.*

Remarques sur la théorie des probabilités conçues comme mesures dans les algèbres et σ-algèbres de Boole.

SÉANCE DU 21 OCTOBRE 1949

H. Steinhaus, *Section de Wrocław de la Société Polonaise de Mathématique depuis le 20 octobre 1945 jusqu'au 21 octobre 1949* (cf. ce volume, p. 83).

W. Ślebodziński, *Sur les espaces à parallélisme absolu, doués d'une connexion semisymétrique* (voir ce fascicule, p. 142-148).

E. Marczewski, *Sur les fonctions équivalentes* (voir E. Marczewski et H. Steinhaus, *Sur les suites homogènes de fonctions,* à paraître dans Colloquium Mathematicum).

SÉANCE DU 28 OCTOBRE 1949

S. Hartman, *Sur une méthode d'estimation de moyennes de Weyl* (à paraître dans Studia Mathematica 12).

SÉANCE DU 4 NOVEMBRE 1949

B. Knaster, *N. I. Lobatchewsky.*

Remarques sur la personnalité de Lobatchewsky et sur le rôle mathématique et philosophique de son oeuvre.

M. Stark, *La Théorie des nombres en U.R.S.S.*

Aperçu sur les idées et résultats des théoriciens des nombres en Union Soviétique, jusqu'aux découvertes les plus récentes.

SÉANCE DU 11 NOVEMBRE 1949

W. Wolibner, *Sur un polynôme d'interpolation* (voir ce fascicule, p. 136-137).

J. G.-Mikusiński, *Sur la notion de dérivée dans un anneau.*

A étant un anneau commutatif quelconque, une opération dite *dérivation* fait correspondre à tout élément a de A un élément a' de A et satisfait aux axiomes: $(a+b)'=a'+b'$, $(ab)'=a'b+ab'$.

[3]) Cf. ce fascicule, p. 156.

On peut déduire de ces axiomes plusieurs théorèmes applicables à des questions d'Analyse et de Calcul opératoire.

SÉANCE DU 25 NOVEMBRE 1949

L. Finkelsztejn, *Sur une propriété du produit de composition* (voir L. Finkelsztejn, J. G.-Mikusiński et C. Ryll-Nardzewski, *Sur une équation intégro-différentielle,* à paraître dans ce volume).

C. Ryll-Nardzewski, *Un théorème d'interpolation dans les espaces linéaires*[4]).

Une généralisation du théorème de W. Wolibner (voir ce fascicule, p. 136-137) aux espaces linéaires.

SÉANCE DU 2 DÉCEMBRE 1949

E. Marczewski, *Remarques sur mesure et catégorie* (voir E. Marczewski and R. Sikorski, *Remarks on measure and category,* ce volume, p. 13-19).

J. Łukaszewicz, *Sur la structure granulaire du sol.*

Les agronomes se servaient jusqu'à présent de 7 fractions pour caractériser la structure granulaire du sol. Ils les obtenaient en triant des échantillons du sol à l'aide des réseaux à mailles calibrées. En utilisant les données empiriques recueillies par B. Świętochowski sur les rapports entre l'humidité du sol, sa structure granulaire et la récolte du grain de soya cultivé sur ce sol, l'auteur a établi un mode de caractériser la structure granulaire du sol au moyen de 3 fractions seulement. En conséquence, il peut faire correspondre à toute structure un point sur le plan en coordonnées triangulaires, ce qui lui permet de représenter la récolte en fonction de la structure par des diagrammes spaciaux. Ces diagrammes montrent quelles expériences sont à faire pour déterminer la structure granulaire la plus favorable.

SÉANCE DU 13 DÉCEMBRE 1949

E. Čech (Prague), *Sur un type particulier de transformations de l'espace projectif à n dimensions.*

Correspondances entre deux espaces projectifs, qui peuvent être partagées en une famille de ∞^1 homographies hyperplanes

[4]) Cf. Hidehiko Yamabe, *On an Extension of the Helly's Theorem,* Osaka Mathematical Journal 2 (1950), p. 15-17, où la même généralisation se trouve également établie.

de façon que, pour deux hyperplans infiniment voisins, les deux homographies correspondantes transforment les points communs de la même manière. Propriété qui caractérise ces correspondances si $n>3$. Détermination, pour $n=3$, de toutes les autres correspondances ayant la même propriété.

SÉANCE DU 16 DÉCEMBRE 1949

H. Steinhaus, *Sur un problème de G. Hajós.*

Démonstration du théorème d'après lequel toute fonction de deux variables définie dans une région R borné, et dont l'intégrale s'annule sur toute corde de R, est nulle identiquement. Ce résultat a été communiqué à la séance scientifique organisée par la Faculté des Sciences de l'Université de Lwów au printemps 1941, mais l'invasion hitlérienne en a empéché la publication.

J. G.-Mikusiński et C. Ryll-Nardzewski, *Sur le produit de composition* (en préparation pour Studia Mathematica).

S. Hartman, *Remarques sur les points à coordonnées entières dans les régions d'un espace euclidien* (en préparation pour Colloquium Mathematicum).

SÉANCE DU 13 JANVIER 1950

J. Perkal, *Sur les sections transversales des troncs d'arbres.*

Le contour d'une section transversale du tronc d'arbre est une courbe simple fermée, à peu près convexe. En admettant, à titre de l'hypothèse de travail, l'indépendance entre la forme de telles sections et leur aire, on peut les réduire toutes, par homographie, à des figures d'aire égale, pour en faciliter l'étude. En effet, à chacune de ces figures vient corespondre un point du plan, à savoir celui qui a pour coordonnées les largeurs la plus petite et la plus grande (ou, par exemple, normale à la plus petite) de la section qu'il représente. Toute formule pour évaluer les aires des sections est alors représentée sur le plan par un lieu de points (qui est une ligne). On peut ainsi comparer aisément diverses formules et en déterminer de nouvelles qui conviennent pratiquement le mieux à l'exactitude requise pour le mesurage de l'ensemble considéré de troncs.

L'auteur a examiné 38 sections transversales des troncs de bois et établi les méthodes perfectionnées pour évaluer leurs aires. L'erreur carrée moyenne, s'élevant avec les méthodes connues à 2,8% de l'aire moyenne, s'est trouvée réduite à 1,8%. Il est difficile de réduire cette erreur davantage, car l'aire d'une figure n'est pas déterminée par ses largeurs, même mesurées dans toutes les directions.

L'auteur a construit un appareil qu'il nomme *profilomètre* et qui mesure l'aire cherchée directement sur des troncs vivants, sans qu'il faille les couper ou les endommager d'une autre manière. Le mesurage au profilomètre peut donc servir aussi à l'examen de la crue des arbres.

SÉANCE DU 27 JANVIER 1950

(commune avec la Section de Wrocław de la Société Polonaise de Physique)

R. S. Ingarden, *On the space of colours* (voir Acta Physica Polonica, à paraître).

SÉANCE DU 24 FÉVRIER 1950

H. Steinhaus, *Contribution à la nomographie.*

Il s'agit d'un procédé graphique qu'il suffit d'expliquer par un exemple emprunté à la dendrométrie. Soient h la hauteur d'un arbre; d le diamètre de sa section médiane et V son volume. On a approximativement $V=\pi h d^2/4$. Cette formule admet une représentation nomographique à trois échelles logarithmiques parallèles.

Or, on peut corriger la formule classique. Considérons, en effet, un collectif de 1000 arbres par exemple, choisis au hasard, et supposons que h, d et V aient été déterminés par mesurage direct de chaque pièce. Traçons d'abord les échelles logarithmiques (h) et (d); choisissons dans le collectif les pièces ayant le même volume, 0·5 m³ par exemple; leurs diamètres $d_1, d_2, d_3, \ldots$ et leurs hauteurs $h_1, h_2, h_3, \ldots$ respectives fournissent les droites D_i $(i=1, 2,\ldots)$ joignant les points (h_i) de l'échelle (h) aux points (d_i) de l'échelle (d). Si la relation entre V, h et d s'exprimait par une formule de la forme

$$(1)\qquad V=f(V)\cdot d^{g(V)}\cdot h^{p(V)},$$

toutes les droites D_i auraient un point commun, à savoir le point 0·5 de l'échelle (V) que nous cherchons. En réalité, les droites D_i forment un faisceau; nous marquons la côte 0·500 à l'endroit où ce faisceau se rétrécit autant que possible, plus précisément au milieu de la section de cet endroit par une parallèle à (h).

On obtient ainsi l'échelle (V). Si le nomogramme ainsi obtenu est trop peu exact, on peut corriger les côtes (h) à partir de (V) et (d); une troisième approximation corrige (d). Seule l'échelle (V) cesse d'être rectiligne et le nomogramme lie les grandeurs h, d et V, étant supposé que les observations soient représentables par une formule de la forme

$$(2)\qquad V=f(V)\cdot G(d)^{g(V)}\cdot P(h)^{p(V)}.$$

La présence de cinq fonctions arbitraires rend l'hypothèse plus proche à la réalité que ne l'est aucune formule analytique.

C. Ryll-Nardzewski, *Sur les suites également réparties.*

Considérons les moyennes

$$(1)\qquad M_n(f,\xi)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)$$

où f est une fonction réelle définie dans l'intervalle $0\leqslant x<1$ et $\xi=\{\xi_i\}$ une suite de nombres de cet intervalle. Désignons par $\xi+a$ la suite des restes modulo 1 des nombres ξ_i+a lorsque $\xi=\{\xi_i\}$ est une suite de nombres réels quelconques.

La suite ξ sera dite *également répartie au sens faible* (en symbole $\xi\in E$) lorsqu'on a

$$(2)\qquad \lim_n M_n(f,\xi)=\int_0^1 f(x)\,dx$$

pour la fonction caractéristique f de chaque intervalle. On sait que la condition (2) est alors satisfaite pour chaque fonction f intégrable au sens de Riemann.

F étant une famille de fonctions, convenons de dire qu'une suite $\eta=\{\eta_i\}$ est *également répartie* (F) (en symbole $\eta\in E(F)$) lorsqu'il existe pour tout $f\in F$ un ensemble N_f de mesure nulle et tel que la condition (2) est satisfaite par toute suite ξ de la forme $\xi=\eta+a$, où a non $\in N_f$.

Considérons ensuite la classe M des fonctions caractéristiques des ensembles mesurables au sens de Lebesgue, et la classe L des fonctions intégrables au même sens. Les suites également réparties (M) sont appelées par quelques auteurs *également réparties au sens fort* [5]).

[5]) Cf. par exemple R. Fortet, *Sur une suite également répartie*, Studia Mathematica 9 (1940), p. 54-69, en particulier p. 54.

Évidemment, $E(L) \subset E(M)$ et il est facile à démontrer que $E(M) \subset E$. Les inclusions inverses sont en défaut [6]), ce qui résulte des théorèmes I et II ci-après.

Considérons en effet les classes M, L, E et $E(M)$ comme des espaces métriques avec les distances définies comme suit:

$$\varrho_1(f,g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)|\, dx \qquad \text{dans } M \text{ et } L,$$

$$\varrho_2(\xi,\eta) = \sup_i |\xi_i - \eta_i| \qquad \text{dans } E,$$

$$\varrho_3(\xi,\eta) = \sup_n \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \delta(\xi_i, \eta_i) \qquad \text{dans } E(M),$$

où

$$\delta(a,b) = \begin{cases} 0 \text{ pour } a = b. \\ 1 \text{ pour } a \neq b. \end{cases}$$

Les espaces métriques ainsi définis sont complets.

Théorème I. L'ensemble des couples $(f,\xi) \in M \times E$ *tels que*

$$\left.\begin{array}{l} \limsup\limits_n M_n(f, \xi + a) = 1 \\ \liminf\limits_n M_n(f, \xi + a) = 0 \end{array}\right\} \quad \text{pour presque tout } a$$

est un résiduel [7]) *de* $M \times E$.

Théorème II. L'ensemble des couples $(f,\xi) \in L \times E(M)$ *tels que*

$$\left.\begin{array}{l} \limsup\limits_n M_n(f, \xi + a) = +\infty \\ \liminf\limits_n M_n(f, \xi + a) = -\infty \end{array}\right\} \quad \text{pour presque tout } a$$

est un résiduel de $L \times E(M)$.

---

[6]) Cf. aussi J. F. Koksma and R. Salem, *Uniform distribution and Lebesgue integration,* Acta Scientiarum Mathematicarum (Szeged) 12 B (1950), p. 87-96, en particulier p. 94 et 95.

[7]) Un sous-ensemble Z d'un espace métrique X est dit un *résiduel* de X lorsque l'ensemble $X - Z$ est de première catégorie (au sens de Baire) dans X.