P R O B L È M E S

P 115, R 1. La réponse est négative (1).

III.1, p. 44.

(1) A. Schinzel, *Solution d'un problème de K. Zarankiewicz sur les suites de puissances consécutives de nombres irrationnels*, Colloquium Mathematicum 9 (1962), p. 291-296, et A. Schinzel, *Correction à la communication „Solution d'un problème de K. Zarankiewicz..."*, ibidem 12 (1964), p. 291.

P 442, R 1. C'est la deuxième alternative qui est vraie (2).

XI.1, p. 76.

(2) La solution annoncée dans la remarque "Added in proof", Colloquium Mathematicum 11 (1963), p. 76, se trouve dans la publication de P. Erdős et S. J. Taylor, *The Hausdorff measure of the intersection of sets of positive Lebesgue measure*, Mathematika 10 (1963), p. 1-10.

J. ŁOŚ (VARSOVIE)

P 466. Formulé dans la communication *Normal subalgebras in general algebras*.

Ce fascicule, p. 153.

L. DUBIKAJTIS (TORUŃ)

P 467 et **P 468.** Formulés dans la communication *Certaines extensions des notions du groupoïde inductif et du pseudo-groupe.*

Ce fascicule, p. 185.

A. LELEK (WROCŁAW)

P 469. Formulé dans la communication *Dimension and mappings of spaces with finite deficiency*

Ce fascicule, p. 226.

J. S. LIPIŃSKI (ŁÓDŹ)

P 470. Formulé dans la communication *On a kind of dispersion of sets.*

Ce fascicule, p. 251.

J. MEDER (SZCZECIN)

P 471 et **P 472.** Formulés dans la communication *On a lemma of S. Kaczmarz.*

Ce fascicule, p. 253.

G. GHEORGHIEV (ЯССЫ)

P 473. Существует ли в 3-мерном евклидовом пространстве комплекс прямых, конусы которого (за исключением очевидных тривиальных случаев) являются конусами вращения?

Если так, то является ли такой комплекс непременно алгебраическим?

Новая Шотландская Книга, Пробл. 667, 28. X. 1963.

А. ТАЙМАНОВ (НОВОСИБИРСК)

P 474. Существует ли аксиоматизируемый класс алгебр, обладающий тем свойством, что совокупность всех формул, не содержащих экзистенциального квантора $\exists$ (в нормальной пренексной форме) и истинных во всех конечных алгебрах этого класса, не рекурсивна?

Новая Шотландская Книга, Пробл. 669, 3. XI. 1963.

C. RYLL-NARDZEWSKI (WROCŁAW)

P 475. Soit $\mathfrak{A}$ une σ-algèbre de Boole avec une mesure μ finie, σ-additive et strictement positive, c'est-à-dire telle que $\mu(a) > 0$ pour $a \neq 0$. Soit T une automorphie de $\mathfrak{A}$ conservant la mesure, c'est-à-dire telle que $\mu(Ta) = \mu(a)$ pour tout $a \in \mathfrak{A}$.

Est-ce que le type de séparabilité de $\mathfrak{A}$, c'est-à-dire la plus petite puissance d'un ensemble dense dans $\mathfrak{A}$, est borné supérieurement, par la puissance $2^{\aleph_0}$ par exemple, sous l'une des hypothèses suivantes de plus en plus restrictives:

(i) T est indécomposable, c'est-à-dire que $T(a) = a$ entraîne $a = 0$ ou 1;

(ii) T est un mixage faible („weak mixing"), c'est-à-dire que

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}|\mu(aT^kb)-\mu(a)\mu(b)| = 0;$$

(iii) T est un mixage fort („strong mixing"), c'est-à-dire que

$$\lim_{n\to\infty}\mu(aT^nb) = \mu(a)\mu(b)?$$

Nouveau Livre Écossais, Probl. 673, 19. XI. 1963.

J. JAWOROWSKI (VARSOVIE)

P 476. Un espace X est dit *rétractile au sens fort* à son point x lorsqu'il existe une homotopie rétractant X à x sans faire bouger x. On sait que tout espace métrique compact ayant un nombre fini de dimensions et rétractile au sens fort à chacun de ses points est localement rétractile et parsuite un rétracte absolu.

Existe-t-il un espace compact et rétractile au sens fort à chacun de ses points, mais qui n'est pas un rétracte absolu?

En particulier, les espaces métriques compacts connus, rétractiles, localement rétractiles et n'étant pas des rétractes absolus, sont-ils rétractiles au sens fort à chacun de leurs points?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 674, 21. XI. 1963.

M. RÁB (BRNO)

P 477. Soient y_1 et y_2 des solutions indépendantes l'une de l'autre de l'équation différentielle

$$[p(x)y']'+q(x)y = 0,$$

p' et q étant des fonctions continues dans la demi-droite $x_0 \leqslant x < \infty$ et $p > 0$. Posons

$$w = \frac{y_1'+iy_2'}{y_1+iy_2}.$$

On a $w \neq 0$ pour tout x de cette demi-droite et la fonction w y satisfait à l'équation de Riccati

$$w'+w^2/p+q = 0.$$

Quelles sont les conditions suffisantes pour l'existence d'une solution w de la dernière équation, telle que l'on ait

$$\lim_{x\to\infty} w(x) = \text{const}?$$

Lettre du 3. XI. 1963.

C. KARANICOLOFF (SOFIA)

P 478. Etant donné deux nombres naturels a et b tels que $(a, b) = 1$ et soit $2 \mid a$, soit $2 \mid b$, existe -t-il une infinité de nombres premiers de la forme $pa+b$ où p sont des nombres premiers?

P 479. L'équation diophantienne $xy-2uz = 1$ a-t-elle une infinité de solutions $[x, y, z, u]$ en nombres premiers?

La réponse affirmative permettrait en particulier de résoudre par l'affirmative le problème suivant de P. Erdös pour $p = c = 2$ (3): des entiers c positif et p premier étant donnés, existe-t-il une infinité de valeurs entières de x pour lesquelles le nombre

$$Q = \frac{(px)!}{\big((x+c)!\big)^p}$$

est un entier?

Varsovie, le 8. XI. 1963.

(3) Voir L. J. Mordell, *Integer quotients of products of factorials*, Journal of London Mathematical Society 34 (1959), p. 134-138. On y trouve la solution affirmative de ce problème pour $c = 1$ et $p > 1$ entiers quelconques.

B. KNASTER (WROCŁAW)

P 480. J'appelle *dendroïde* tout continu connexe par arcs et dont tous les sous-continus sont unicohérents (4) ou—ce qui revient au même — dont tout couple de points s'y laisse unir par un seul continu irréductible entre eux, à savoir par un arc simple (5).

Plus généralement, j'appelle *λ-dendroïde* tout continu Λ dont tous les sous-continus sont décomposables et unicohérents ou — ce qui revient au même (par un raisonnement facile) — dont tout couple de points s'y laisse unir par un seul continu irréductible entre eux, à savoir par un continu X *du type* λ au sens de Kuratowski (6), c'est-à-dire transformable en un arc simple A par une fonction f continue et telle que les images réciproques de ses valeurs (les tranches) sont des continus (la monotonie de f) et que les tranches d'une fonction continue monotone arbitraire transformant X en A sont des unions de celles de f (la plus grande finesse de f).

Est-ce que tout λ-dendroïde Λ se laisse transformer par une fonction continue monotone la plus fine f en un dendroïde Δ de façon que les images des continus irréductibles entre les points a et b quelconques de Λ soient dans Δ des arcs simples aux bouts $f(a)$ et $f(b)$?

P 481. Est-ce qu'un tel dendroïde Δ est déterminé par le λ-dendroïde Λ à l'homéomorphie près?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 676, 29. XI. 1963.

---

(4) B. Knaster, *P 370*, Colloquium Mathematicum 9 (1962), p. 169.

(5) J. J. Charatonik, *On ramification points in the classical sense*, Fundamenta Mathematicae 51 (1962), p. 229-252; voir notamment p. 239.

(6) C. Kuratowski, *Théorie des continus irréductibles entre deux points, II*, Fundamenta Mathematicae 10 (1927), p. 225-275; voir notamment p. 262 et 263.