[6] F. Zítek, *O mierzeniu przez porównywanie* (*On measuring by comparison*), ibidem 6 (1961), p. 43-50.

[7] W. Rudzki, *Szacowanie właściwości średnich produktów bezkształtnych* (*Estimation of mean properties of shapeless products*), ibidem 6 (1962), p. 235-248.

[8] — *Pobieranie próbek z produktów bezkształtnych rozwarstwiających się* (*Drawing a sample from a stratified product*), ibidem, to appear.

[9] С. М. Никольский, *Квадратурные формулы*, Москва 1958.

[10] Т. А. Шайдаева, *Наиболее точные квадратурные формулы для некоторых классов функций*, Thesis, 1954 (quoted after [9]).

[11] — *Квадратурные формулы с наименьшей оценкой остатка для некоторых классов функций*, Труды Математического Института АН СССР 53 (1959), p. 313-341.

Reçu par la Rédaction le 18. 2. 1963

P R O B L È M E S

P 101, R 4. Résultats ultérieurs ont été obtenus par Znám ([1]).

II. 3-4, p. 301; R 1, V. 1, p. 116; R 2, VI, p. 329; R 3, VII. 2, p. 307 et 308.

([1]) S. Znám, *On a combinatorical problem of K. Zarankiewicz*, Colloquium Mathematicum 11 (1963), p. 81-84

P 356, R 2. Le même résultat que celui de Lax, cité dans **P 356, R 1**([2]), a été etabli avant lui par Trzeciakiewicz ([3]).

IX. 1, p. 165.

([2]) **P 356, R 1**, Colloquium Mathematicum 10 (1963), p. 184.

([3]) L. Trzeciakiewicz, *Remarque sur les translations des ensembles linéaires*, Comptes Rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, Cl. III, 25 (1932), p. 63-65.

P 361, R 2. La réponse négative signalée dans le fascicule précédent de ce volume, p. 184, est publiée dans ce fascicule ([4]).

IX. 1, p. 166.

([4]) B. Gleichgewicht, *A remark on absolute-valued algebras*, Colloquium Mathematicum 11 (1963), p. 29-30.

P 417, R 1. Voici une solution négative, trouvée par **H.** Davenport et signalée par lui à l'auteur du problème:

Si $f(x, y) = (x^2+xy-y^2+1)(x^2+xy-y^2-1)$ et X est l'ensemble des nombres de Fibonacci $u_1, u_2, \ldots$, il existe pour tout $x \epsilon X$ un $y \epsilon X$ tel que $f(x, y) = 0$ (à savoir, $y = u_{n+1}$ lorsque $x = u_n$).

Le problème reste ouvert même lorsque W est irréductible dans le corps des nombres rationnels.

X. 1, p. 187.

T. TRACZYK (VARSOVIE)

P 433. Formulé dans la communication *Minimal extensions of weakly distributive Boolean algebras* et dans la communication de R. Sikorski, *A few problems on Boolean algebras*.

Ce fascicule, p. 21 et 27.

R. SIKORSKI (VARSOVIE)

P 434-P 441. Formulés dans la communication *A few problems on Boolean algebras*.

Ce fascicule, p. 25-28.

P. ERDÖS, H. KESTELMAN ET C. A. ROGERS (LONDRE)

P 442. Formulé dans la communication *An intersection property of sets with positive measure*.

Ce fascicule, p. 76.

P. RÉVÉSZ (BUDAPEST)

P 443. Let $f(x,y)$ be a continuous function defined on the unit square so that

$$f(x,y) \geqslant 0, \qquad \int_0^1 f(x,y)\,dx = \int_0^1 f(x,y)\,dy = 1.$$

Does there exist a measurable and measure preserving transformation T defined on $[0,1]$, mapping this interval into itself and such that

$$f(x, Tx) > 0 \qquad \text{for almost every } x?$$

New Scottish Book, Probl. 616, 10. XI. 1962.

K. JACOBS (GÖTTINGEN)

P 444. Sei A eine endliche nichtleere Menge und es seien A_t (t ganz) Exemplare von A. Der Produktraum $\Omega = \prod_{t=-\infty}^{\infty} A_t$ ist kompakt, und die „shift-transformation" $T\colon \{x_t\} \to \{x_{t+1}\}$ ein Homöomorphismus von Ω auf sich. Sie führt also jede stetige Funktion f auf Ω in eine stetige Funktion fT über. Sei π_t eine fastperiodische Folge von Wahrscheinlichkeitsverteilungen in A und $p = \prod_{t=-\infty}^{\infty} \pi_t$ die Produktverteilung in Ω. Für

jede stetige f ist dann $(fT^t, p) = \int fT^t dp$ eine fastperiodische Funktion von t. Es bezeichne $(f, \overline{p})$ ihren Mittelwert. Dann ist $\overline{p}$ ein T-invariantes Maß. Ist $\overline{p}$ ergodisch?

Man weiß: Zwei Produktmaße vom obigen Typus sind orthogonal, wenn sie verschieden sind (vgl. *Aarhus symposion on combinatorial problems in probability*, 1962).

Neues Schottisches Buch, Probl. 617, 11. XII. 1962.

P 445. Sei T die Gruppe der ganzen Zahlen. Eine Punktfolge x_k ($k \in T$) aus einem metrischen Raum (mit der Metrik $|\cdot,\cdot|$) heiße *rekurrent*, wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ und jeder endlichen Teilmenge R von T unendlichviele positive und unendlichviele negative $t \in T$ mit

$$|x_{k+t}, x_k| < \varepsilon \qquad (k \in R)$$

gibt. Sei A eine endliche Menge. Zu einer rekurrenten Folge Π_t von stochastischen Matrizen über A gibt es stets eine rekurrente Folge π_t von Wahrscheinlichkeitsverteilungen über A derart, daß

$$\pi_t \Pi_t = \pi_{t+1} \qquad (t \in T)$$

gilt. Sei x_t ein Markoffscher Prozeß mit dem Zustandsraum A, der Verteilung π_t für x_t und der Übergangsmatrix Π_t von x_t nach x_{t+1}. Der Prozeß ist natürlich i. a. nicht stationär. Sind fast alle Realisationen („sample functions") dieses Prozesses rekurrent?

Für stationäre Prozesse und separable metrische Räume ist dies bekannt (Poincaré). Schon für fastperiodische Π_t (die π_t können dann fastperiodisch gewählt werden) ist das Problem offen.

Neues Schottisches Buch, Probl. 618, 11. XII. 1962.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 446. A game between two players I and II is defined as follows: I divides a given set S into two disjoint parts and then II chooses one of them; then again I divides the chosen part into two disjoint parts and II chooses one of them; this is repeated ω times. Player I is declared to be the winner if the intersection of the chosen sets is non-empty and player II is the winner in the opposite case. Obviously, I has a winning strategy if and only if $\overline{\overline{S}} \geqslant 2^{\aleph_0}$. Moreover, II has a winning strategy if $\overline{\overline{S}} \leqslant \aleph_0$.

Is it that the converse of the last implication also holds (do not use the continuum hypothesis)?

New Scottish Book. Probl. 636, 21. III. 1963.

I. HALPERIN (KINGSTON. ONT.)

P 447. Suppose $f(t)$ is defined and is in a Banach space B for each t in $[0,1]$. Suppose that $||f(t)|| \leqslant k < \infty$ for all t. For each subdivision Σ: $0 = t_0 \leqslant \xi_0 < t_1 \leqslant \xi_1 < t_2 \leqslant \ldots \leqslant t_{n+1} = 1$ let $\Delta(\Sigma) = \max\big((t_{i+1} - t_i)|$ $0 \leqslant i \leqslant n\big)$, $\Sigma(f) = \sum_{i=0}^{\infty} f(\xi_i)(t_{i+1} - t_i)$. Call v_0 a *Riemann limit* for f if there exists a sequence $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots$ with $\Delta(\Sigma_m) \to 0$ as $m \to \infty$ such that $||\Sigma_m(f) - v_0|| \to 0$ as $m \to \infty$.

Prove that the set of Riemann limits for f is a convex subset of B. This is true if B is a Hilbert space ([4]).

New Scottish Book, Probl. 637, 3. IV. 1963).

([4]) I. Halperin and N. Miller, *An inequality of Steinitz and the limits of Riemann sums*, Transactions of the Royal Society of Canada 48 (1954), p. 27-29.

P 448. Suppose that φ is a real-valued function of a real variable such that $\varphi(x+y) = \varphi(x) + \varphi(y)$ for all x, y and

$$\varphi\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2}\varphi(z)$$

whenever $x \neq 0$. Must φ be continuous?

New Scottish Book, Probl. 638, 3. IV. 1963.

ERRATA

Page, ligne	Au lieu de	Lire
54^2	$Z \epsilon \varphi S$	$T \epsilon \varphi S$
54^3	an element	an incomparable element
54_8	$\subset$	$\supset$
54_3	otherwise T	otherwise T^+