and the following particular solution of the corresponding non-homogeneous equation (28):

$$Y_{n+1} = e^{-U_n}\int e^{U_n-U_{n-1}}\int\dots\int e^{U_1-A_{10}}\int b_{n+1}e^{A_{10}}dx^{n+1}, \tag{33}$$

where the capital letters denote the indefinite integrals.

III. Formulas (32) and (33) constitute a convenient tool for proving some theorems in the theory of equations (in spite of the fact that we do not know, in general, the functions u_i $(i = 1, 2, \dots, n)$; their existence, as we have shown, is assured). We shall illustrate it by a simple example. If we consider a linear equation with constant coefficients and the Euler's equation, then the formulas (32) and (33) lead directly to the well-known formulas for the solutions of these equations, since in this case, as can be easily seen, $\hat{R}_n$-equation (2) becomes an algebraic (characteristic) equation, whose roots determine in a certain way all numbers u_i.

The methodological simplification here consists in avoiding the separate treatment of the case of multiple roots, and the homogeneous and non-homogeneous equation. The method of variation of constants becomes here unnecessary (see also [1], p. 25).

The idea of reducing linear equations to the non-linear $\hat{R}_n$-equations presented in this paper has also certain advantages from the point of view of methods of solving equations. The example given above is not very convincing, since it concerns the equations whose complete solution is known; hence it gives only a new method, without leading to new results. One can, however, show, that there exists a certain class of linear equations with more general functional coefficients, for which the theory of $\hat{R}$-equations presented here does actually lead to the solution, while other methods of solving fail. This problem, however, requires a separate treatment.

REFERENCES

[1] T. Iwiński, *The generalized equations of Riccati and their applications to the theory of linear differential equations*, Rozprawy Matematyczne XXIII, Warszawa 1961.

[2] G. Mammana, *Decomposizione delle espressioni differenziali lineari omogenee in prodotti di fattori simbolici e applicazione relativa allo studio delle equazioni differenziali lineari*, Mathematische Zeitschrift 33 (1931), p. 186-231.

[3] E. Vessiot, *Gewöhnliche Differentialgleichungen; elementare Integrationsmethoden*, Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften II. 1. I, Leipzig 1899-1916, p. 230-293.

Reçu par la Rédaction le 7. 10. 1961

P R O B L È M E S

P 212, R 1. Les solutions affirmatives partielles ont été trouvées par Obláth ([1]), Rosati ([2]) et Kiss ([3]).

V. 1, p. 120.

([1]) R. Obláth, *Sur l'équation diophantine* $\frac{4}{n} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$, Mathesis 59 (1950), p. 308-316.

([2]) L. A. Rosati, *Sull'equazione diofantea* $\frac{4}{n} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$, Bolletino della Unione Matematica Italiana (3), 9 (1954), p. 59-63.

([3]) E. Kiss, *Quelques remarques sur une équation diophantienne*, Studii şi cercetări de matematică (Cluj) 10 (1959), p. 59-62 (en roumain avec un résumé français).

P 235, R 3. M. Fréchet, l'auteur du problème et de la solution, nous signale d'autres de ses publications parues sur le même sujet ([4]).

VI, p. 36; VIII, p. 289; IX, p. 163.

([4]) M. Fréchet, *Sur une nouvelle définition des semi-espaces de Banach*, Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris 251 (1960), p. 2629 et 2630; *La différentielle sur deux semi-espaces de Banach*, ibidem 252 (1961), p. 481 et 482; *L'espace des courbes est-il un espace de Banach?*, Journal de Mathématiques 140 (1961), p. 197-204; *L'espace dont chaque élément est une courbe n'est qu'un semi-espace de Banach*, Annales de l'École Normale Supérieure 78 (1961), p. 241-249, et *La différentielle sur un semi-espace de Banach*, Bulletin des Sciences Mathématiques 85 (1961), p. 34-38.

P 289, R 1. La réponse est négative ([5]).

VII, p. 109 et 110.

([5]) A. Lelek, *On weakly chainable continua*, Fundamenta Mathematicae 51 (1962), p. 271-282.

P 322, R 1. La réponse est négative [6].

VIII, p. 139.

[6] J.-L. Libouban et N. Rieu, *Sur un problème de K. Urbanik concernant la dimension de Hausdorff*, Colloquium Mathematicum 10 (1963), p. 95-101.

P 324, R 1. La réponse est affirmative [7].

VIII, p. 139.

[7] Voir A. Lelek, loc. cit. [5].

P 356, R 1. La solution est affirmative et n'est pas nouvelle. Elle est due à P. Lax [8] et vient d'être généralisée par Scott et Sonneborn [9].

IX. 1, p. 165.

[8] Voir P. Erdős, *Some remarks on the set theory*, Annals of Mathematics 44 (1943), p. 643-646.

[9] W. R. Scott and L. N. Sonneborn, *Translations of infinite subsets of a group*, Colloquium Mathematicum, à paraître.

P 359, R 1. P. Erdős nous signale deux résultats partiels suivants:

$$f(m, 2n+1) < c_1 m^{1+1/n} \quad \text{et} \quad f(m, 5) > c_2 m^{1+1/n}.$$

IX. 1, p. 165 et 166.

P 361, R 1. La réponse est négative [10].

IX. 1, p. 166 et 167.

[10] B. Gleichgewicht, *On a problem of K. Urbanik concerning absolute-valued algebras*, Colloquium Mathematicum, à paraître.

P 374, R 1. Les réponses aux deux premières questions sont affirmatives [11].

IX, p. 249.

[11] L. Szamkołowicz, *Remarks on finite regular planes*, ce fascicule, p. 31-37.

P 375, R 1. En remplaçant la condition W4′ par W4″, les réponses sont affirmatives [12].

IX, p. 249.

[12] L. Szamkołowicz, ibidnm.

G. SZÁSZ (SZEGED)

P 387. Formulé dans la communication *Marczewski independence in lattices and semilattices.*

Ce fascicule, p. 18.

L. SZAMKOŁOWICZ (WROCŁAW)

P 388. Formulé dans la communication *Remarks on finite regular planes.*

Ce fascicule, p. 35.

J. MIODUSZEWSKI (WROCŁAW)

P 389. Formulé dans la communication *Mappings of inverse limits.*

Ce fascicule, p. 40.

A. LELEK (WROCŁAW)

P 390 et **P 391.** Formulés dans la communication *On mappings that change dimensions of spheres.*

Ce fascicule, p. 48.

W. ŻELAZKO (VARSOVIE)

P 392. Formulé dans la communication *A note on L_p-algebras.*

Ce fascicule, p. 56.

P 393. Formulé dans la communication *On decomposition of a commutative p-normed algebra into a direct sum of ideals.*

Ce fascicule, p. 60.

S. HARTMAN (WROCŁAW)

P 394-P 409. Formulés dans la communication *Some problems in the algebra of Borel measures.*

Ce fascicule, p. 75-79.

W. NARKIEWICZ (WROCŁAW)

P 410. Formulé dans la communication *On a class of arithmetical convolutions.*

Ce fascicule, p. 87.

W. SIERPIŃSKI (VARSOVIE)

P 411. Formulé et partiellement résolu dans la communication *Sur les nombres composés de la forme* $a^{2^n}+1$.

Ce fascicule, p. 133.

P 411, R 1. Voir la communication de A. Schinzel, *Remarque au travail de W. Sierpiński sur les nombres* $a^{2^n}+1$.

Ce fascicule, p. 137 et 138.

Ю. М. СМИРНОВ (МОСКВА)

P 412. Является ли всякое метрическое пространство R, обладающее трансфинитной размерностью $\operatorname{ind} R$, счетномерным, т. е. вида $R = \bigcup_{i=1}^{\infty} N_i$, где $\dim N_i = 0$ для $i = 1, 2, \ldots$?

Новая Шотландская Книга, Пробл. 559, 2. II. 1962.

P 413. Пространство R *слабо бесконечномерно,* если для всякой последовательности пар замкнутых множеств A_i, B_i с пустыми пересечениями $A_i \cap B_i$ существуют замкнутые множества C_i, разбивающие R между A_i и B_i, с пустым пересечением $\bigcap_{i=1}^{\infty} C_i$.

Является ли всякое слабо бесконечномерное пространство со счетной базой счетномерным?

Новая Шотландская Книга, Пробл. 570, 2. II. 1962.

P 414. Пусть f — непрерывное отображение компакта X со счетной базой на Y и пусть $\dim [f^{-1}(y)] \leqslant n$ для каждого $y \epsilon Y$.

Имеется ли тогда $k+1$ множеств R_i, таких что $R = \bigcup_{i=1}^{k+1} R_i$ и что каждое частичное отображение $f|R_i$ равномерно нульмерно в смысле Катетова?

Новая Шотландская Книга, Пробл. 571, 2. II. 1962.

W. NARKIEWICZ (WROCŁAW)

P 415. Un corps K a la *propriété* P_H lorsque X étant un sous-ensemble infini quelconque de K, tout polynôme $W(x)$ aux coefficients puisés de K et tel que $W(X) = X$ est du degré 1. Tout prolongement algébrique du corps R des nombres rationnels a la propriété P_H [13] et tout prolongement

[13] W. Narkiewicz, *On polynomial transformations*, Acta Arithmetica 7 (1962), p. 241-249.

purement transcendental d'un corps K ayant la propriété P_H l'a également [14].

Démontrer que la propriété P_H d'un corps K équivaut à l'existence dans K de deux ensembles $\{X_a\}$ et $\{y_a\}$ tels que le corps L formé par la jonction de $\{X_a\}$ au corps simple $K_0 \subset K$ est un prolongement purement transcendental de K_0 et que tous les éléments de $\{y_a\}$ sont algébriques sur L et leurs degrés sur L sont bornés dans leur ensemble.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 572, 24. III. 1962.

[14] W. Narkiewicz, *On polynomial transformations II*, ibidem 8 (1962), p. 11-19.

P 416. Démontrer que X étant un sous-ensemble infini d'un corps K ayant la propriété P_H (au sens défini dans le problème qui précède), deux polynômes $V(x)$ et $W(x)$ aux coefficients de K et tels que $V(X) = W(X)$ sont toujours du même degré.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 581, 28. IV. 1962.

A. SCHINZEL (VARSOVIE)

P 417. Soient X un sous-ensemble infini du corps des nombres rationnels et $W(x, y)$ un polynôme aux coefficients rationnels. Admettons qu'il existe pour tout $x \epsilon X$ un $y \epsilon X$ tel que $W(x, y) = 0$.

Est-ce que $W(x, y)$ est alors nécessairement de la forme

$$W(x, y) = U(x, y)V(x, y)$$

où $U(x, y)$ et $V(x, y)$ sont des polynômes aux coefficients rationnels et $U(x, y)$ est ou bien linéaire en y, ou bien symétrique en x et y?

Dans le cas où $W(x, y) = P(y) - x$, la solution affirmative résulte du théorème de Narkiewicz, précité ici au renvoi [13], et de sa remarque finale au travail précité ici dans le renvoi [14], d'après laquelle ce théorème subsiste en remplaçant $W(X) = X$ par $W(X) \supset X$ dans la définition de la propriété P_H (voir plus haut **P 415**).

Nouveau Livre Écossais, Probl. 576, 27. IV. 1962.

P 417, R 1. La solution affirmative partielle dans le cas où $W(x, y) = P(y) - xQ(y)$ a été donnée par Narkiewicz [15].

[15] W. Narkiewicz, *Remark on rational transformations*, ce fascicule, p. 139-142.