WŁADYSŁAW NIKLIBORC ET SON OEUVRE SCIENTIFIQUE

PAR

W. ŚLEBODZIŃSKI (WROCŁAW)

Władysław Michał Nikliborc, né le 2 janvier 1899 à Wadowice, près de Cracovie, a fait ses études primaires à Bielsko et à Rzeszów, secondaires dans sa ville natale et supérieures à l'Université de Cracovie. Absolvé en 1922, il est parti pour Lwów où il travaillait jusqu'à 1937 à l'Université et à l'École Polytechnique.

Devenu en 1922 assistant à l'École Polytechnique de Lwów, il a obtenu en 1924 le grade de docteur en philosophie à l'Université de cette ville. Il y a passé son habilitation en mathématique à l'Université en 1927 et en mécanique rationnelle à l'École Polytechnique en 1931.

Nommé en 1937 professeur extraordinaire de mathématique à l'École Polytechnique de Varsovie, il y est resté jusqu'au début de la guerre. De retour à Lwów vers la fin de 1939, il y occupait la chaire de mathématique à l'École Polytechnique, en même temps que celle de mécanique rationnelle à l'Université. Après les dures années de l'occupation allemande pendant lesquelles il ne pouvait continuer que clandestinement son travail scientifique, il est redevenu professeur à l'École Polytechnique de Varsovie. En 1945 il a été nommé professeur ordinaire de mathématique à cette École, et en 1947 — professeur ordinaire de mathématique à l'Université de Varsovie. Il est mort le 1 mars 1948 à Varsovie et enterré à Wadowice.

Władysław Nikliborc a été délégué à deux reprises comme boursier pour l'étranger: pour l'année d'études 1928/29 par le Fonds de Culture Nationale de Pologne et pour l'année 1930/31 par la Fondation de Rockefeller. Il les a passé à Leipzig. De recherches et publications importantes en ont été le fruit. En 1938 il est devenu membre-correspondant, en 1946 membre actif et en 1947 membre du bureau de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie. Il était depuis 1946 membre-correspondant de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Il occupait aussi le poste de vice-président de la Section de Varsovie de la Société Polonaise de Mathématique.

*

L'activité scientifique de Nikliborc portait tout particulièrement sur les problèmes classiques de l'analyse, de la mécanique rationnelle et de l'hydrodynamique. Les résultats importants auxquels il a su parvenir dans ces domaines, en apparence déjà labourés bien à fond au cours des siècles, les doit-il non seulement à son talent, mais aussi à son assiduité et à son art de calculer sans égal. Dans ses derniers travaux sur le problème de trois corps, il a fait plusieurs milliers de transformations algébriques fort compliquées pour aboutir aux solutions qu'il cherchait.

D'abord, c'était la théorie des équations différentielles, en particulier les applications de la méthode des approximations successives, et la théorie des fonctions hyperharmoniques qui l'occupaient (1924-1929).

Il donne dans sa publication [1] [1]) une démonstration bien simple de l'existence d'une solution pour le système d'équations

$$\frac{dy_i}{dx}=f_i(x, y_1, \ldots, y_n) \qquad (i=1, \ldots, n)$$

sans faire d'autres hypothèses sur les fonctions f_i que celle de leur continuité dans une région fermée. L'idée de cette démonstration consiste à remplacer ces fonctions tour à tour par des polynômes tendant vers elles uniformément et à appliquer le théorème classique de Cauchy. Beaucoup plus important est son deuxième travail [10] du même domaine, concernant l'existence d'une solution du système complètement intégrable

$$dz_i=\sum_{k=1}^{n} a_{ik}(z, x)\, dx_k \qquad (i=1, \ldots, n).$$

Les démonstrations connues de ce théorème supposaient les coefficients a_{ik} soit holomorphes, soit appartenant à la classe C_4 [2]); dans le dernier cas la démonstration était indirecte, à savoir par une réduction au système d'équations différentielles ordinaires. La

[1]) Les numéros entre crochets se rapportent à la liste des publications, p. 329-330.

[2]) Voir par exemple L. Bieberbach, *Differentialgleichungen*, Berlin 1923, p. 222.

démonstration de Nikliborc, basée sur l'hypothèse que les coefficients a_{ik} sont des fonctions de classe C_1, est une démonstration directe par la méthode des approximations successives. Plus récemment, la méthode de Nikliborc a été appliquée avec grand profit par Germay [3]) à des systèmes particuliers complètement intégrables. Le travail suivant [11] apporte des remarques intéressantes sur la méthode des approximations successives appliquée à l'équation $dy/dx=f(x,y)$ où la fonction satisfait à la condition de Hölder. Enfin, le dernier travail de Nikliborc sur les équations différentielles [12] donne une solution du problème mixte concernant le système

$$\frac{d^2x}{dt^2}=X\left(t,x,y,\frac{dx}{dt},\frac{dy}{dt}\right), \qquad \frac{d^2y}{dt^2}=Y\left(t,x,y,\frac{dx}{dt},\frac{dy}{dt}\right).$$

Il y démontre par la méthode des approximations successives l'existence d'une solution $x(t), y(t)$ assujettie aux conditions:

$$\begin{array}{ll} x(0)=x_1,\ \ y(0)=y_1, & \\ x(\bar{t})=x_2,\ \ y(\bar{t})=y_2, & \sqrt{x'^2(0)+y'^2(0)}=v>0, \end{array}$$

où les égalités de la deuxième ligne sont supposées satisfaites pour une valeur $\bar{t}>0$ non déterminée d'avance. Le théorème trouve application à la dynamique, en particulier à la ballistique.

Nikliborc a consacré à la même période les travaux [3], [4] et [5] aux fonctions analytiques de deux variables complexes. On sait que les parties réelle et imaginaire d'une telle fonction, dites fonctions *hyperharmoniques* ou *biharmoniques* (Poincaré), doivent satisfaire à un système de quatre équations aux dérivées partielles. C'est pourquoi la théorie des fonctions hyperharmoniques est beaucoup plus compliquée que celle des fonctions harmoniques, et il n'y avait que les travaux de Poincaré [4]) qui leur aient été consacrés. Nikliborc a surmonté les difficultés du problème d'une manière très habile en réduisant le système de quatre équations aux trois équations plus simples grâce à l'emploi des ainsi dites coordonnées hypersphéroïdales, et en formulant ensuite le problème de Dirichlet pour les fonctions hyperharmoniques. Pour elles, ce problème admet deux formes différentes, suivant que les conditions limites sont données dans une variété à 2 ou à 3 dimensions. Dans les deux cas, ces conditions ne peuvent pas être absolument arbitraires, comme pour les fonctions harmoniques, mais doivent être assujetties à certaines restrictions.

*

La période qui suivit dans l'activité scientifique de Nikliborc (1929-1935) a apporté de remarquables contributions à la théorie des figures d'équilibre du liquide en rotation et à celle du potentiel logarithmique.

À Leipzig, où il travaillait à cette époque, vivait et professait le mathématicien polonais L. Lichtenstein, grand continuateur de l'oeuvre de Laplace, Liapounoff et Poincaré dans la théorie des figures d'équilibre en hydrodynamique et dans les problèmes cosmogoniques qui s'y rattachent. La beauté des méthodes de Lichtenstein a suscité l'intérêt de Nikliborc pour la théorie en question, dont les difficultés sont connues. Il y a ajouté bientôt plusieurs résultats importants.

On connaît depuis Poincaré la relation $\omega^2/2k\pi f\leqslant 1$ où k désigne la constante de gravitation et f — la densité du liquide homogène tournant autour d'un axe avec la vitesse angulaire ω et formant une figure d'équilibre T. Cette relation a été améliorée par Crudeli [5]), qui lui a donné la forme $\omega^2/2k\pi f<1/2$. Nikliborc a montré dans son travail [8] que cette inégalité subsiste pour T composé d'un nombre fini de régions bornées, lorsqu'on soumet leurs frontières à quelques conditions de régularité.

Ses travaux [14], [19] et [23] concernent l'ainsi dit *applatissement* s de la figure d'équilibre T, c'est-à-dire le quotient du maximum de ses cordes parallèles à l'axe de rotation par celui des distances entre deux points de sa frontière situés dans le plan de symétrie (l'existence d'un tel plan ayant été établie par Lichtenstein). Mazurkiewicz [6]) a démontré le premier que cet applatissement est toujours borné; son résultat a été ensuite amélioré par Hölder. Cependant les deux bornes étaient assez élevées, tan-

[3]) R. H. J. Germay, Bulletin de la Société R. des Sciences de Liège 6 (1937), p. 159-163, 196-203 et 215-218; ibidem 15 (1946), p. 284-292.

[4]) H. Poincaré, *Sur les fonctions de deux variables*, Acta Mathematica 2 (1883), p. 99, et 22 (1898), p. 112.

[5]) U. Crudeli, *Nuovo limite superiore delle velocità angolari dei fluidi omogenei, rotanti uniformemente, limitati da figura di equilibrio*, Atti de l'Accademia R. dei Lincei 19 (1910), p. 666-668.

[6]) S. Mazurkiewicz, *Zur Theorie der Gleichgewichtsfiguren rotierender, homogener Flüssigkeiten*, Mathematische Zeitschrift 25 (1926), p. 749-753.

dis que les données expérimentales montraient dans tous les cas connus que $s<1$. Nikliborc est parvenu par une méthode fort ingénieuse à un résultat incomparablement plus fin, en établissant l'inégalité $s<10$, qui a été précisée davantage pour les figures du type de la sphère: $s<5$. Il a démontré dans un travail antérieur [9] que ω tend vers 0 avec s. Ses notes [15] et [17] appartiennent à la même série; il y a donné, simultanément à Dive [7]), mais indépendamment de lui, une démonstration élémentaire de l'hypothèse de Hölder concernant le potentiel de l'ellipsoïde.

*

Le trait caractéristique de la plupart des travaux de Nikliborc est sa tendance à généraliser les théorèmes connus par l'amélioration de leurs thèses ou par la réduction graduelle de leurs hypothèses. Ce trait se traduit aussi dans la série de ses travaux consacrés à la théorie du potentiel logarithmique, écrite à la même période de son activité (1932-1934) soit par lui seul, soit avec W. Stożek (assassiné par les Allemands en 1941). C'est ainsi, par exemple, que le centre de masse d'une région plane convexe est situé — comme on sait — dans la région. Nikliborc a précisé dans son travail [16] la situation du point en question par le théorème suivant: si la frontière C de la région convexe D est une courbe à courbure continue dont R est le minimum du rayon de courbure, le centre de gravité de D, de même que les maxima du potentiel logarithmique de cette région, se trouvent dans une région bornée par la courbe C' parallèle à C et située dans D à la distance R de C. Son travail [18] contient le théorème suivant de la théorie du potentiel logarithmique, et qui constitue la solution d'un problème posé par Banach et Stożek: T étant un domaine plan composé d'un nombre fini de régions bornées et $f(M)$ — une fonction intégrable non-négative du point M parcourant T, toute ligne de niveau du potentiel logarithmique engendré par le domaine T chargé des masses de densité $f(M)$ est une courbe convexe lorsque ce domaine est visible de tout point de cette ligne sous l'angle inférieur à $\pi/4$. Le beau travail [21], écrit par lui et Stożek, est consacré au problème de pousser

[7]) P. Dive, *Sur l'attraction des ellipsoïdes homogènes*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences (Paris) 192 (1931). p. 1443-1446, et *Sur une propriété exclusive des homoïdes ellipsoïdaux*, ibidem 193 (1931), p. 141-142; cf. aussi Bulletin de la Société Mathématique de France 59 (1931), p. 128-140.

aussi loin que possible la généralisation des formules connues de la même théorie

$$W_+(0)=W(0)+\pi f(0), \qquad W_-(0)=W(0)-\pi f(0).$$

Le but a été atteint pour les courbes dont la normale est continue, ses cosinus directeurs satisfaisant à la condition de Hölder et la densité étant une fonction à une certaine puissance intégrable (L). Les formules classiques en question sont valables sur de telles courbes presque partout, et l'exemple qui suit la démonstration prouve l'impossibilité de généraliser dans un certain sens ces résultats.

*

Depuis 1936, l'année qui ouvre la troisième et à la fois la dernière période de l'activité scientifique de Nikliborc (1936-1948), son attention s'est portée sur le problème de trois corps. Ce problème n'a pas cessé d'être l'objet presque exclusif de ses recherches, même pendant la guerre — autant que le permettaient les dures conditions d'existence sous l'occupation allemande — et après la fin des hostilités. Ce n'est que grâce à la puissance de son talent et à sa persévérance extraordinaire qu'il lui a été possible de parvenir à des résultats si intéressants et d'une telle importance dans un domaine auquel se sont voués avant lui les mathématiciens les plus éminents (Lagrange, Laplace, Jacobi, Bruns, Poincaré, Sundman et autres). Malheureusement, ses résultats les plus importants, communiqués en partie aux congrès mathématiques [8]), sont restés en manuscrit dont la préparation pour l'impression comporte de sérieuses difficultés. Il n'a réussi de publier avant la guerre que deux premières parties [24] et [25] de cette oeuvre. Elles contiennent les formules fondamentales dont les résultats en question ont été déduits et permettent de prendre connaissance de la méthode employée. L'idée de Nikliborc consistait, entre autres, dans un choix convenable du système de coordonnées, bien différent de celui qu'on appliquait dans des travaux antérieurs. Deux corps m_1 et m_2 (les planètes) se trouvant en mouvement relatif par rapport au troisième m_0 (le soleil), pris pour l'origine, il a choisi les axes des coordonnées de façon que le plan $x+y+z=0$ soit parallèle au plan invariable de Laplace (*plan fondamental du*

[8]) Voir, par exemple, ce volume, p. 160-161.

mouvement relatif). Alors les coordonnées des masses deviennent symétriques, ce qui est une simplification considérable vis-à-vis des équations classiques. Les forces de gravitation sont supposées dépendant uniquement des distances. Les quatre intégrales élémentaires du mouvement relatif sont représentées sous forme d'un système d'équations algébriques ayant pour inconnues les six composantes des vitesses de planètes. La solution générale de ce système d'équations exprime les vitesses comme fonctions des coordonnées de planètes et des paramètres, au nombre de trois, liés par une relation du second degré. Il en résulte, pour le mouvement réel, une relation de la forme $C-W\leqslant 0$, où C et W sont des fonctions des coordonnées et des masses. L'équation $C-W=0$ représente l'hypersurface d'une variété à 6 dimensions, analogue à la surface de la vitesse relative nulle du problème restreint. La relation $C-W\leqslant 0$ entraîne comme conséquence la loi de Sundman, même étendue sur la loi plus générale d'attraction, et conduit à des corollaires intéressants, comme ceux-ci, par exemple:

(1) la rencontre des planètes ne peut se produire que dans le plan de Laplace,

(2) si l'une des planètes va se heurter contre le soleil, l'autre tend vers un point bien déterminé du plan de Laplace.

La deuxième partie du travail contient, entre autres, des formules pour les composantes des vitesses qui y sont exprimées très habilement comme fonctions de deux paramètres seulement. Ces formules rendront certainement de grands services dans les recherches ultérieures sur le problème de trois corps.

Nikliborc était en train de composer un volume sur ce sujet pour „Monografie Matematyczne" lorsque la mort l'a enlevé à jamais.

Il est à noter que la diversité des problèmes qui l'intéressaient a dépassé de beaucoup les domaines principaux de son activité mentionnés dans cet aperçu. C'est ainsi qu'il est auteur d'un travail [6] concernant la convergence en moyenne, écrit avec Kaczmarz, et d'une contribution intéressante [7] concernant le principe de Hamilton. En outre, il a composé avec Steinhaus un volume d'exercices du calcul différentiel [13] et sept excellents manuels scolaires avec Stożek. Ils ne sont pas ici mentionnés expressément, pas plus que ses publications didactiques, communications aux séances de la Société Polonaise de Mathématique etc.

PUBLICATIONS DE WŁADYSŁAW NIKLIBORC

Abréviations:

CRAS — Comptes Rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences (Paris)

FM — Fundamenta Mathematicae MZ — Mathematische Zeitschrift

SM — Studia Mathematica WM — Wiadomości Matematyczne

Les nombres qui suivent les noms des périodiques désignent les numéros des volumes.

[1] *Nowy dowód twierdzenia o istnieniu całek równań różniczkowych zwyczajnych (Nouvelle démonstration du théorème sur l'existence des intégrales des équations différentielles odrinaires)*, WM 29 (1924), p. 39-45 (en polonais).

[2] *O zastosowaniu zasadniczego twierdzenia Cauchy'ego o istnieniu rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych do zagadnień na wartości brzegowe w równaniu $y''=f(x,y,y')$ (Sur l'application du théorème fondamental de Cauchy concernant l'existence des solutions des équations différentielles ordinaires aux problèmes sur les valeurs limites dans l'équation $y''=f(x,y,y')$)*, Lwów 1924 (en polonais).

[3] *Sur les fonctions hyperharmoniques*, CRAS 180 (1925), p. 1008-1010, et ibidem 182 (1926), p. 110-112.

[4] *Sur les fonctions hyperharmoniques*, Annales de la Société Polonaise de Mathématique 5 (1927), p. 63-97.

[5] *O funkcjach hyperharmonicznych (Sur les fonctions hyperharmoniques)*, nakładem autora, Lwów 1927 (en polonais).

[6] (et S. Kaczmarz) *Sur les suites de fonctions convergentes en moyenne*, FM 11 (1928), p. 151-168.

[7] *O nowych zagadnieniach rachunku wariacyjnego i zasadzie Hamiltona w dynamice (Sur de nouveaux problèmes du calcul des variations et le principe de Hamilton dans la dynamique)*, Księga Pamiątkowa I Polskiego Zjazdu Matematycznego we Lwowie 7-10. IX. 1927 (Supplément aux Annales de la Société Polonaise de Mathématique, 1929), p. 119-124 (en polonais).

[8] *Über die obere Schranke der Winkelgeschwindigkeit der Gleichgewichtsfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten*, MZ 30 (1929), p. 787-793.

[9] *Ein Satz über die Winkelgeschwindigkeit rotierender gravitierender Flüssigkeiten*, MZ 31 (1929), p. 366-377.

[10] *Sur les équations linéaires aux différentielles totales,* SM 1 (1929), p. 41-49.

[11] *Sur l'application de la méthode des approximations successives dans la théorie des équations différentielles,* SM 1 (1929), p. 201-209.

[12] *Über die Differentialsysteme zweiter Ordnung,* Sitzungsberichte der Mathematisch-Phys. Klasse der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig 82 (1930), p. 227-242.

[13] (et H. Steinhaus) *Zbiór zadań z rachunku różniczkowego (Collection d'exercices du calcul différentiel),* Lwów 1930, 260 pages (en polonais).

[14] *Über die Abplattung der Gleichgewichtsfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten,* MZ 34 (1931), p. 74-90.

[15] *Eine Bemerkung über die Volumpotentiale,* MZ 35, (1932), p. 625-631.

[16] *Über die Lage des Schwerpunktes eines ebenen konvexen Bereiches und die Extrema des logarithmischen Flächenpotentials eines konvexen Bereiches,* MZ 36 (1932), p. 161-165.

[17] *Eine Bemerkung über die Volumpotentiale II,* MZ 36 (1932), p. 167-170.

[18] *Über die Niveaukurven logarithmischer Flächenpotentiale,* MZ 36 (1933), p. 641-646.

[19] *Über die Abplattung der Gleichgewichtsfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten II,* MZ 36 (1933), p. 655-676.

[20] (et W. Stożek) *Sur les potentiels logarithmiques des doubles couches,* CRAS 197 (1933), p. 898-900.

[21] (et W. Stożek) *Über die Grenzwerte des logarithmischen Potentials der Doppelbelegung,* FM 22 (1934), p. 109-135.

[22] *Twórczość Leona Lichtensteina w zakresie mechaniki niebios (L'oeuvre de Léon Lichtenstein dans le domaine de la mécanique céleste),* Mathesis Polska 8 (1933), p. 143-148 (en polonais).

[23] *Über die Abplattung der Gleichgewichstfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten III,* SM 5 (1935), p. 111-126.

[24] *Über das allgemeine Dreikörperproblem, I Mitteilung,* SM 8 (1939), p. 28-67.

[25] *Über das allgemeine Dreikörperproblem, II Mitteilung,* SM 8 (1939), p. 92-128.