[10] *Sur les équations linéaires aux différentielles totales,* SM 1 (1929), p. 41-49.

[11] *Sur l'application de la méthode des approximations successives dans la théorie des équations différentielles,* SM 1 (1929), p. 201-209.

[12] *Über die Differentialsysteme zweiter Ordnung,* Sitzungsberichte der Mathematisch-Phys. Klasse der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig 82 (1930), p. 227-242.

[13] (et H. Steinhaus) *Zbiór zadań z rachunku różniczkowego (Collection d'exercices du calcul différentiel),* Lwów 1930, 260 pages (en polonais).

[14] *Über die Abplattung der Gleichgewichtsfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten,* MZ 34 (1931), p. 74-90.

[15] *Eine Bemerkung über die Volumpotentiale,* MZ 35, (1932), p. 625-631.

[16] *Über die Lage des Schwerpunktes eines ebenen konvexen Bereiches und die Extrema des logarithmischen Flächenpotentials eines konvexen Bereiches,* MZ 36 (1932), p. 161-165.

[17] *Eine Bemerkung über die Volumpotentiale II,* MZ 36 (1932), p. 167-170.

[18] *Über die Niveaukurven logarithmischer Flächenpotentiale,* MZ 36 (1933), p. 641-646.

[19] *Über die Abplattung der Gleichgewichtsfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten II,* MZ 36 (1933), p. 655-676.

[20] (et W. Stożek) *Sur les potentiels logarithmiques des doubles couches,* CRAS 197 (1933), p. 898-900.

[21] (et W. Stożek) *Über die Grenzwerte des logarithmischen Potentials der Doppelbelegung,* FM 22 (1934), p. 109-135.

[22] *Twórczość Leona Lichtensteina w zakresie mechaniki niebios (L'oeuvre de Léon Lichtenstein dans le domaine de la mécanique céleste),* Mathesis Polska 8 (1933), p. 143-148 (en polonais).

[23] *Über die Abplattung der Gleichgewichstfiguren rotierender gravitierender Flüssigkeiten III,* SM 5 (1935), p. 111-126.

[24] *Über das allgemeine Dreikörperproblem, I Mitteilung,* SM 8 (1939), p. 28-67.

[25] *Über das allgemeine Dreikörperproblem, II Mitteilung,* SM 8 (1939), p. 92-128.

PROBLÈMES

P15, R2. V. Jarník (Prague) a évalué les deux limites qui restaient à trouver: il a montré que

$$\liminf (\cos n)^n = \liminf (\sin n)^n = -1.$$

Le problème est donc clos.

La solution avec certaines généralisations paraîtra dans un travail de S. Hartman dans le volume suivant.

I, 1, p. 33 et 34; I, 2 p. 149.

P19, R1. Henry Helson (Cambridge, Mass.) a montré que, abstraction faite de certains μ liés evec des nombres cardinaux inaccessibles et pour lesquels le problème reste ouvert, la réponse est affirmative pour des μ satisfaisant à certaines conditions et négative pour les autres μ.

La publication de ce résultat est prévue pour le volume suivant.

I, 1, p. 35.

P25, R1. La réponse est affirmative en toute généralité. Elle résulte de certains théorèmes de Tarski (Berkeley, Calif.) [1]).

I, 2, p. 144.

[1]) Voir le livre: A. Tarski, *Cardinal Algebras,* New York 1949, p. 33, Corollary 2.34, et p. 213, Theorem 15.27; cf. A. Tarski, *Axiomatic and algebraic aspects of two theorems on sums of cardinals,* Fundamenta Mathematicae 35 (1948), p. 97, $\mathcal{P}_6$, et p. 98, Theorem 5.

P26, R1. R. Sikorski (Varsovie) a établi certaines conditions en question [1]).

Le problème concernant l'espace (c_0) reste ouvert.

I, 2, p. 150.

[1]) ce fascicule, p. 285-288.

R. SIKORSKI (VARSOVIE)

P51. Formulé dans la communication *On the separability of topological spaces.*

Ce fascicule, p. 283.

M. NOSARZEWSKA (WROCŁAW)

P52. Formulé dans la communication *Évaluation de la différence entre l'aire d'une région plane convexe et le nombre des points aux coordonnées entières couverts par elle.*

Ce fascicule, p. 311.

E. ČECH (PRAGUE)

P53. La dimension $\dim E \leqslant n$ étant définie par l'existence des recouvrements ouverts finis arbitrairement fins d'ordre $\leqslant n+1$ (c'est-à-dire tels que tout point de E appartient au plus à $n+1$ ensembles ouverts qui participent à ce recouvrement), est-ce que la dimension d'une partie de l'espace complètement normal [1]) est au plus égale à celle de l'espace entier?

La réponse est affirmative pour les espaces normaux dans lesquels tout ensemble fermé est un G_δ, en particulier pour les espaces métrisables [2]).

Nouveau Livre Écossais, Probl. 76, 29. IX. 1948.

[1]) Pour la définition, voir ce fascicule, p. 284, renvoi.
[2]) Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 62 (1933), p. 291.

K. BORSUK (VARSOVIE)

P54. Étant donnés dans l'espace de Hilbert un ensemble compact E et un point a, soit $C(a, E)$ le cône formé de tous les segments rectilignes $\overline{ax}$ où x parcourt E.

Est-ce que toute fonction continue f qui transforme $C(a, E)$ en sous-ensemble de lui-même admet un point invariant, c'est-à-dire satisfaisant à l'équation $p = f(p)$?

Varsovie, 21. XII. 1948.

icm

M. BIERNACKI (LUBLIN)

P55. T étant un tétraèdre qui contient à l'intérieur le centre O de la sphère circonscrite, le segment joignant O à un sommet quelconque S de T traverse l'intérieur du triangle dont les sommets sont des pieds des perpendiculaires abaissées de O sur les faces de T qui passent par S, et on peut montrer [1]) qu'il le traverse en un point P tel que $OP/OS < 1/2$.

Est-ce que le nombre 1/2 peut être remplacé par un nombre moindre?

Lublin, 22. XII. 1948.

[1]) M. Biernacki, *Sur les cercles et sur les sphères qui passent par 3 ou 4 points d'un continu*, Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska Lublin, 3 (à paraître).

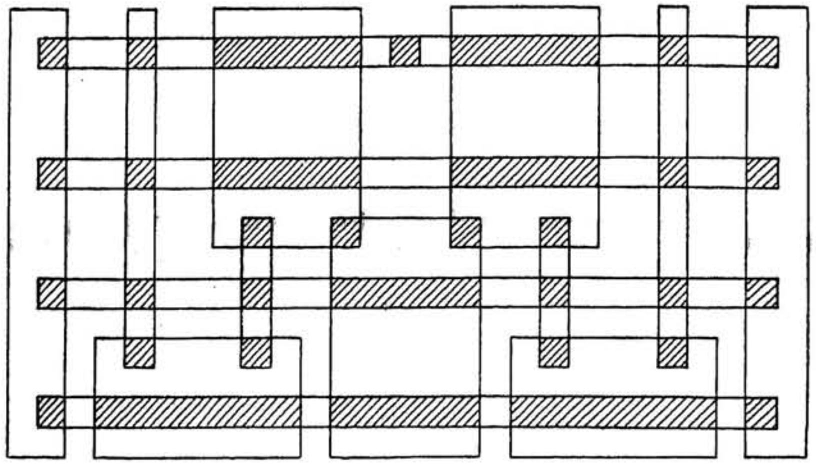
A. BIELECKI (LUBLIN)

P56. Il n'est pas difficile de démontrer que, m étant un entier positif quelconque, toute famille de *segments* situés sur une droite dont tout point appartient à m segments au plus se laisse décomposer en m familles dont chacune est formée de segments disjoints deux à deux.

Existe-t-il un m tel que toute famille de *rectangles* (aux côtés respectivement parallèles) situés sur un plan dont tout point appartient à 2 rectangles au plus, se laisse décomposer en m familles dont chacune soit formée de rectangles disjoints deux à deux?

L'exemple suivant [1]) montre qu'il n'en est pas ainsi pour $m \leqslant 3$.

[1]) Cet exemple est composé de 16 rectangles. Il est une modification, due à J. G.-Mikusiński, de mon exemple antérieur qui a été composé de 17 rectangles.



Existe-t-il un exemple analogue composé d'un nombre inférieur des rectangles?

Lublin, 22. XII. 1948.

W. WOLIBNER (WROCŁAW)

P57. Etant donné sur le plan un système de n droites arbitraires $D_1, D_2, \ldots, D_n$, désignons par $\varrho_k(p)$ la distance entre le point p et la droite D_k. L'ensemble P des points p du plan qui satisfont à l'équation

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \varrho_k(p) = b,$$

où a_k et b sont des constantes arbitraires, est une ligne polygonale composée de m segments (abstraction faite du cas particulier où P contient une région).

Trouver le maximum de m pour tout n donné.

Wrocław, 22. XII. 1948.

R. S. INGARDEN (WROCŁAW)

P58. Démontrer que tout espace de Finsler défini par le tenseur métrique

$$g_{ij}(x^k, x'^k) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [F(x^k, x'^k)]^2}{\partial x'^i \partial x'^j} \qquad (i, j, k = 1, \ldots, n),$$

où la fonction F satisfait à certaines conditions de régularité (à celles de Finsler [1]), par exemple) se laisse plonger isométriquement dans un espace de Minkowski défini par le tenseur

$$g_{\alpha\beta}(y'^\gamma) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [G(y'^\gamma)]^2}{\partial y'^\alpha \partial y'^\beta} \qquad (\alpha, \beta, \gamma = 1, \ldots, m;\ m \geqslant n),$$

où la fonction G satisfait à des conditions analogues de régularité.

En termes de Cartan [2]), la métrique g_{ij} doit être „induite" par la métrique $g_{\alpha\beta}$, mais pas nécessairement „intrinsèque" dans l'hypersurface $y^\alpha = \varphi^\alpha(x^i)$ qui définit le plongement.

Analytiquement, ce problème équivaut au suivant: démontrer l'existence de $m+1$ fonctions $\varphi^\alpha(x^i)$ et $G(y^\alpha)$ satisfaisant au système de $n(n+1)/2$ équations fonctionnelles

$$\left[\frac{\partial^2 [G(y^\gamma)]^2}{\partial y^\alpha \partial y^\beta}\right]_{y^\gamma = \frac{\partial \varphi^\gamma(x^k)}{\partial x^l} x'^l} \frac{\partial \varphi^\alpha(x^k)}{\partial x^i} \frac{\partial \varphi^\beta(x^k)}{\partial x^j} = \frac{\partial^2 [F(x^k, x'^k)]^2}{\partial x'^i \partial x'^j}.$$

Ce système est plus général que ceux d'équations différentielles partielles car les dérivées des fonctions inconnues $\varphi^\alpha(x^k)$ figurent dans les arguments de l'autre fonction inconnue $G(y^\alpha)$.

Le problème est en rapport avec certaines recherches sur la transformation optique dans les milieux anisotropes généraux.

Wrocław, 23. XII. 1948.

[1]) P. Finsler, *Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen*, Dissertation, Göttingen 1918, p. 33.

[2]) É. Cartan, *Les espaces de Finsler*, Actualités scientifiques et industrielles 79 (1934), p. 24.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P59. La loi des grands nombres dite *forte*, conçue dans sa forme la plus simple

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_1(t) + \ldots + x_n(t)}{n} = p \quad \text{pour presque tous les } t,$$

où $\int_0^1 x_i(t)dt = p$ pour $i=1,2,\ldots,$ les fonctions $x_1(t), x_2(t), \ldots$ étant supposées indépendantes et à distributrices égales, se laisse établir déjà sous l'hypothèse de l'indépendance de tout système de 4 fonctions (puisque les démonstrations usuelles n'exigent pas davantage).

Est-ce que cette hypothèse peut être atténuée, en réduisant le nombre en question à 3 par exemple?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 42, 15. III. 1947.

V. JARNÍK (PRAGUE)

P60. Nous disons qu'un système

$$(*) \qquad \vartheta_1, \ldots, \vartheta_s \qquad (s>1)$$

de nombres réels admet l'*approximation* φ (la fonction $\varphi(x)$ étant supposée positive et définie pour des x suffisamment élevés) lorsque le système d'inégalités

$$|\vartheta_i - p_i/q| < \varphi(q) \qquad (i=1,\ldots,s)$$

admet des solutions en p_i et q entiers pour q aussi grand que l'on veut.

Soit $\eta > \varepsilon > 0$. Existe-t-il un système (*) qui admet l'approximation $1/x^{\frac{s+1}{s}}\log^{\varepsilon} x$ sans admettre l'approximation $1/x^{\frac{s+1}{s}}\log^{\eta} x$?

La réponse est affirmative pour $s\eta > 1$ [1]; pour $s\eta \leqslant 1$ on l'ignore.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 75, 29. IX. 1948.

[1] V. Jarník, *Über die simultanen diophantischen Approximationen*, Mathematische Zeitschrift 33 (1931), p. 505-543, en particulier p. 511, Satz 5.

COMPTES RENDUS

SOCIÉTÉ POLONAISE DE MATHÉMATIQUE SECTION DE WROCŁAW

SÉANCE DU 16 AVRIL 1948

E. Marczewski, *Concerning the symmetric difference in the theory of sets and Boolean algebras* (voir ce volume, p. 199-202).

Henry Helson (Cambridge, Mass.), *On the symmetric difference of sets as a group operation* (voir ce volume, p. 203-205).

H. Fast (présenté par S. Hartman), *Un théorème sur les fonctions périodiques* (voir S. Hartman, H. Steinhaus et H. Fast, *Sur les presque-périodes des fonctions périodiques*, ce fascicule, p. 297-304, en particulier p. 302-304).

SÉANCE DU 23 AVRIL 1948

J. Łoś, *Sur les matrices logiques.*

Soit S la classe de toutes les expressions d'une logique arbitraire des propositions dans laquelle on a les foncteurs $F_{1,k_1}, F_{2,k_2}, \ldots, F_{n,k_n}$ et les variables $p_1, p_2, \ldots$ Pour tout $i=1,2,\ldots,n$, le foncteur F_{i,k_i} est à k_i arguments.

Une classe $X \subset S$ sera dite *système*, en symbole: $X \in \mathfrak{S}$, lorsqu'elle est close par rapport à la substitution, c'est-à-dire que $\alpha \in X$ implique $\alpha^* \in X$ toutes les fois que α^* s'obtient par substitution d'expressions de la logique considérée à des variables de α.

On sait que les systèmes de la logique des propositions se laissent interpréter par les matrices logiques. Soit

$$\mathfrak{M} = \{A, B, f_{1,k_1}, f_{2,k_2}, \ldots, f_{n,k_n}\}$$

une telle matrice, f_{i,k_i} étant pour tout $i=1,2,\ldots,n$ une fonction de k_i variables [1].

Désignons par $E(\mathfrak{M})$ la classe des expressions satisfaites par toute suite de valeurs de la matrice $\mathfrak{M}$.

[1] Pour la définition de la matrice logique, voir J. Łukasiewicz und A. Tarski, *Untersuchungen über den Aussagenkalkül*, Comptes Rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie 23 (1930), p. 33.