jectif de E_1. L'équation $k_3=0$ caractérise toute surface reglée située dans un complexe *linéaire* et peut par conséquent être envisagée comme équation naturelle de la surface en question.

Cela étant, trouver

1⁰ l'équation naturelle des surfaces situées dans un complexe donné d'avance (pas nécessairement linéaire),

2⁰ des équations naturelles des surfaces situées dans une congruence reglée donnée d'avance (pas nécessairement linéaire).

Nouveau Livre Écossais, Probl. 57, 6. VI. 1947

W. ŚLEBODZIŃSKI (WROCŁAW)

P 50. Etant donné le système d'équations différentielles du deuxième ordre

$$\frac{d^2x^h}{dt^2}=\sum_{i,j=1}^{n}A_{ij}^h(x)\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^j}{dt}\qquad (h=1,2,\ldots,n),$$

trouver des conditions nécessaires et suffisantes pour que ses courbes intégrales puissent être partagées en ∞^{n-1} congruences de façon que la correspondance entre les tangentes aux lignes de ces congruences en divers points soit une homographie.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 77, 20. X. 1948

COMPTES RENDUS

SOCIÉTÉ POLONAISE DE MATHÉMATIQUE SECTION DE WROCŁAW

SÉANCE DU 9 JANVIER 1948

W. Ślebodziński. *Géométrie textile et connexions affines.*

Les problèmes de la Géométrie textile peuvent être traités en associant à un réseau de courbes ou de surfaces, ou enfin à un réseau mixte, un espace à connexion affine convenablement choisi. Cette méthode peut être illustrée par les exemples suivants où quelques cas les plus simples sont considérés.

Soit, en premier lieu, un réseau formé de $n+1$ familles d'hypersurfaces dans un domaine d'une variété X_n de coordonnées x^h (où $h=1,2,\ldots,n$). On peut trouver n formes pfaffiennes ω^i (où $i=1,2,\ldots,n$) aux variables x^h, telles que les familles d'hypersurfaces du réseau soient définies par les équations

$$(1)\qquad \omega^1=0,\quad \omega^2=0,\quad \ldots,\quad \omega^n=0,\quad \omega^1+\omega^2+\ldots+\omega^n=0.$$

Ceci posé, on peut associer au réseau une connexion affine basée sur le groupe de transformations linéaires

$$(2)\qquad \bar{u}^h=ku^h+a^h;$$

cette connexion est liée au réseau de façon invariante si l'on impose la condition que le vecteur d'Einstein $S_{hi}^{\cdot\cdot\cdot i}$ soit nul.

Les équations de structure de la connexion sont de la forme:

$$(\omega^h)'+\omega\cdot\omega^h=\Omega^h,\qquad \omega'=\Omega,$$
$$\Omega^h={}^1\!/_2\,S_{rs}^{\cdot\cdot\cdot h}[\omega^r\omega^s],\qquad \Omega={}^1\!/_2\,K_{rs}[\omega^r\omega^s],$$

où $S_{rs}^{\cdot\cdot\cdot h}$ est le tenseur de torsion et K_{rs} est celui de courbure; entre ces deux tenseurs, il y a relation de la forme

$$(n-2)K_{rs}=\nabla_p S_{rs}^{\cdot\cdot\cdot p},$$

où ∇_p est le symbole de la différentiation covariante.

Les équations (1) étant complètement intégrables par hypothèse, il en résulte des relations entre les composantes du tenseur de torsion dont la signification géométrique est la suivante: la torsion qui correspond à un cycle infinitésimal situé dans un élément plan commun à $n-2$ hypersurfaces du réseau est elle-même placée dans cet élément. Ajoutons que, dans l'espace ainsi défini, il y a une métrique angulaire et que les familles d'hypersurfaces données par les équations (1) forment un système orthogonal.

Les géodésiques de l'espace sont définies par les équations

$$\frac{\omega^1}{c^1}=\frac{\omega^2}{c^2}=\cdots=\frac{\omega^n}{c^n},$$

les c^i étant des constantes arbitraires. On peut montrer que les hypersurfaces du réseau sont totalement géodésiques.

En conservant les mêmes notations, envisageons en second lieu, dans la variété X_n, un réseau de $n+1$ familles de courbes et désignons-les repectivement par $[0], [1], \ldots, [n]$. On peut choisir n formes pfaffiennes ω^h aux variables x^i, telles que la famille $[h]$ soit définie par les équations

$$\omega^1=\ldots=\omega^{h-1}=\omega^{h+1}=\ldots=\omega^n=0$$

et que la famille $[0]$ le soit par les équations

$$\omega^1=\omega^2=\ldots\omega^n.$$

Ici encore, on peut géométriser ces systèmes d'équations au moyen d'une connexion affine dont la base est le groupe (2); cette géométrisation s'effectue de façon invariante, si l'on impose la condition que le tenseur contracté de torsion soit nul:

$$S_{hi}^{\cdot\cdot\cdot i}=0.$$

Les équations de structure et celles des géodésiques ont la même forme que dans l'exemple précédent.

Les deux connexions envisagées diffèrent par leur groupe d'holonomie.

La même méthode s'applique à bien d'autres cas des réseaux; le réseau formé de n familles de courbes d'une variété X_n peut être associé, par exemple, à une connexion affine basée sur le groupe de transformations linéaires

$$\bar{u}^r=k_r u^r+a^r \qquad \text{(ne pas sommer!)}.$$

Cette méthode permet de réduire les problèmes de la Géométrie textile à ceux de la théorie des espaces à connexion affine.

SÉANCE DU 16 JANVIER 1948

R. S. Ingarden. *Sur quelques problèmes topologiques de l'optique géométrique.*

L'espace x_i (où $i=1,2,3$) rempli d'un milieu optique $n(x_i, \dot{x}_i)$ étant soumis à une transformation T, on peut construire d'une infinité de manières dans l'espace transformé $X_i=T_i(x_j)$ un tel milieu optique $N(X_i, \dot{X}_i)$ que les rayons lumineux du milieu n se trouvent transformés en rayons lumineux du milieu N — pourvu, bien entendu, que la transformation T satisfasse à certaines conditions de régularité. Quant à la fonction n, on la suppose — comme d'habitude — de classe C_2 par rapport à toutes les variables et positivement homogène d'ordre 1 par rapport aux variables $\dot{x}_i$.

Il s'agit d'abord de déterminer une classe de tranformations T telles que l'intégrale curviligne intervenant dans le principe de Fermat existe pour les images de rayons du milieu n dans le milieu N, donc que ces images soient des courbes de classe K de Weierstrass. Il suffit à ce but que les fonctions T_i aient les deux premières dérivées continues.

Le qualificatif „topologiques", employé dans le titre de la communication, n'est pas à entendre au sens parfaitement rigoureux: il n'a en vue que de souligner la généralité des transformations admissibles — tout comme on parle parfois (dans la géométrie des réseaux) de la topologie des réseaux, bien que les transformations qu'on y considère soient plus régulières que les transformations topologiques arbitraires. Dans l'optique, il paraît même utile de se borner aux transformations analytiques.

L'intersection des faisceaux lumineux dans un seul point est une propriété qui reste inaltérée par les transformations de classe C_2. En conséquence, lorsque le milieu n est *idéal*, c'est-à-dire que tous les rayons issus de n'importe quel point de ce milieu s'y rencontrent dans un autre point, il en est de même du milieu N.

Le problème s'impose, si tous les milieux idéaux sont équivalents (homotopes) par rapport aux transformations considérées et, s'ils ne le sont pas, combien y a-t-il de milieux idéaux essentiellement différents: un nombre fini, une infinité dénombrable ou indénombrable (et de quelle puissance)?

Tout milieu idéal donnant lieu à une transformation optique de l'espace x_i en lui-même, la classification des milieux idéaux engendre en même temps celle de toutes les transformations optiques possibles. On sait que toutes les transformations optiques dans les milieux isotropes et cristallins sont conformes (théorème de Carathéodory).

On peut donc poser le problème des propriétés dont jouissent les transformations optiques dans des milieux anisotropes plus généraux que ceux cristallins. De tels milieux se présentent par exemple dans le microscope éléctronique, électromagnétique et magnétostatique.

SÉANCE DU 30 JANVIER 1948

M. Warmus. *Sur la construction des tables de fonctions à grand nombre de chiffres.*

L'auteur signale des nouvelles méthodes de calculer les tables des logarithmes à plus de 100 décimales au moyen, entre autres, des développements suivants, dus à lui-même:

$$\lg\frac{(y-2)(y-4)(y+7)(y+9)(y-10)}{(y+2)(y+4)(y-7)(y-9)(y+10)}= \tag{1}$$

$$=\lg\frac{y^5-125y^3+3004y-5040}{y^5-125y^3+3004y+5040}=$$

$$=-2(u+\frac{1}{3}u^3+\dots),\quad \text{où}\quad u=\frac{5040}{y^5-125y^3+3004y};$$

$$\lg\frac{(y+1)^3(y-4)^2(y+5)}{(y-1)^3(y+4)^2(y-5)}=\lg\frac{y^6-30y^4+165y^2+216y+80}{y^6-30y^4+165y^2-216y+80}= \tag{2}$$

$$=2(v+\frac{1}{3}v^3+\dots),\quad \text{où}\quad v=\frac{216y}{y^6-30y^4+165y^2+80}.$$

E. Marczewski. *Généralisations du théorème de Steinhaus sur l'ensemble des distances.*

Etant donné un ensemble E situé dans un espace métrique, soit $U(E,\xi)$ l'entourage de E de rayon ξ, c'est-à-dire la somme des intérieurs de sphères de rayon ξ et de centre appartenant à E.

En utilisant l'idée employée par Kestelman dans sa nouvelle démonstration du théorème de Steinhaus sur l'ensemble des distances entre les points d'un ensemble mesurable de mesure positive [1]), le lemme suivant (d'ailleurs évident) s'impose:

[1]) H. Kestelman, *On the functional equation* $f(x+y)=f(x)+f(y)$, Fundamenta Mathematicae 34 (1947), p. 144-147, en particulier p. 145.

I. *Une mesure borelienne* [2]) *finie* μ *étant définie pour les ensembles bornés dans l'espace métrique quelconque X, il existe pour tout* $\varepsilon>0$ *et pour tout ensemble fermé* $F\subset X$ *de mesure* $\mu(F)>0$ *un* $\eta>0$ *tel que l'on a* $F\cdot N\neq 0$ *pour tout ensemble mesurable* N *satisfaisant aux conditions* $\mu(N)>\varepsilon$ *et* $N\subset U(F,\eta)$.

On peut en déduire facilement diverses généralisations du théorème précité du Steinhaus. Par exemple:

II. *Pour tout ensemble plan mesurable M de mesure positive, il existe un nombre* $\eta>0$ *tel que, si la transformation affine* Φ *définie par les formules:*

$$x'=a_{10}+a_{11}x+a_{12}y \quad \text{et} \quad y'=a_{20}+a_{21}x+a_{22}y$$

satisfait aux inégalités:

$$|a_{ii}-1|<\eta \quad \text{et} \quad |a_{ij}|<\eta \quad \text{où} \quad i=1,2, \quad j=0,1,2 \quad \text{et} \quad i\neq j,$$

il existe dans M des points p et q tels que $q=\Phi(p)$.

III. *Soit* μ *une mesure borelienne finie dans un espace métrique X. Soit* $\{f_t(p)\}$ *où* $p\in X$ *et* $t\geqslant 0$ *une famille de transformations biunivoques, mesurables et conservant la mesure* [3]), *continue par rapport à t en* $t=0$ *(dans ce sens qu'il existe pour tout* $\varepsilon>0$ *un* $\delta>0$ *tel que* $t<\delta$ *entraîne* $\operatorname{dist}[p,f_t(p)]<\varepsilon$) *et dont la transformation* f_0 *est l'identité:* $f_0(p)=p$ *pour tout* $p\in X$.

Il existe alors pour tout ensemble $M\subset X$ *mesurable par* μ *et de mesure* $\mu(M)>0$ *un* $\tau>0$ *tel que* $M\cdot f_t(M)\neq 0$ *pour tout t de l'intervalle* $0\leqslant t\leqslant\tau$.

SÉANCE DU 6 FÉVRIER 1948

K. Zarankiewicz (Varsovie). *Sur les nombres triangulaires* (à paraître dans „Matematyka", nouveau périodique pour maîtres de lycées, en langue polonaise).

E. Marczewski. *Remarques sur les fonctions de Hamel.*

Appelons *fonction de Hamel* toute fonction réelle $f(x)$ de variable réelle et qui satisfait à l'équation $f(x+y)=f(x)+f(y)$ sans être de la forme $f(x)=ax$.

[2]) Pour la définition de la *mesure borelienne* (et celle de la mesurablité par cette mesure), voir par exemple ce volume, p. 111.

[3]) c'est-à-dire (f_t étant biunivoque) telles que $\mu[f_t(M)]=\mu(M)$ pour tout $M\subset X$ mesurable par μ.

On a les théorèmes suivants:

I. *Il existe une fonction de Hamel dont l'image J sur le plan y est partout de II^e catégorie et de mesure extérieure pleine*, c'est-à-dire que $m_e(J\cdot M)=m(M)$ pour tout ensemble M mesurable.

II. *Il existe une fonction de Hamel qui transforme l'ensemble des nombres réels en lui-même de façon biunivoque.*

SÉANCE DU 13 FÉVRIER 1948

W. Ślebodziński. *Sur la réduction d'une forme extérieure quadratique à sa forme canonique.*

Soit donnée une forme extérieure quadratique de rang $2n$:

$$\Omega=\frac{1}{2}\,a_{hi}[x^h x^i],\qquad a_{hi}+a_{ih}=0\qquad (h,i=1,2,\dots,2n).$$

A cette forme correspond l'équation bilinéaire

$$a_{hi}(x_1^h x_2^i - x_2^h x_1^i)=0$$

qui définit un complexe linéaire K dans l'espace projectif E_{2n-1}. Imaginons une droite quelconque E_1 de cet espace et la variété linéaire E_{2n-3} conjuguée avec la droite E_1 par rapport au complexe K. Si l'on choisit les cordonnées de manière que les variétés E_1 et E_{2n-3} aient respectivement des équations:

$$x^1=x^2=\dots=x^{n-1}=x^{n+1}=x^{n+2}=\dots=x^{2n-1}=0 \quad \text{et} \quad x^n=x^{2n}=0,$$

l'équation du complexe prendra la forme

$$\frac{1}{2}\sum a_{\varkappa\lambda}(x_1^\varkappa x_2^\lambda - x_2^\varkappa x_1^\lambda)+a_{n\,2n}(x_1^n x_1^{2n} - x_2^n x_1^{2n})=0,$$

le symbole $\sum$ désignant la somme étendue aux valeurs

$$1,2,\dots,n-1,n+1,\dots,2n-1$$

des indices. On en déduit facilement que Ω peut être réduit à la forme suivante:

$$\sum_{r=1}^{n}[x^r x^{n+r}].$$

M. Nosarzewska. *Sur un problème combinatoire de* Banach[4]) (à paraître dans Colloquium Mathematicum, volume II).

[4]) Cf. ce volume, p. 151.

SÉANCE DU 20 FÉVRIER 1948

J. Perkal. *Sur les méthodes monodiamétrales du mesurage des troncs de bois.*

Les méthodes en question consistent dans le cubage du bois moyennant la longueur h et un seul diamètre $\delta(\alpha)$ du tronc mesuré à la distance $\alpha\cdot h$ (où $0\leqslant\alpha\leqslant 1$) de sa base. La formule pour le volume, $V=k_\alpha\cdot h\cdot\delta^2(\alpha)$, contient la constante k_α. Parmi ces méthodes, la plus ancienne (1758) et la plus usitée est celle de Kästner-Huber avec $\alpha={}^1/_2$ et $k_\alpha={}^\pi/_4$ qui donne dans certains cas l'erreur atteignant $29^0/_0$. Le procédé proposé par l'auteur permet de déterminer pour un ensemble donné de troncs la valeur optimale de α et celle de k_α. Ce procédé, appliqué aux troncs typiques de sapin (lignes de Guttenberg), réduit l'erreur maximum du cubage à $8^0/_0$.

J. Perkal. *Le dendromètre, instrument pour le cubage des troncs de bois.*

Le cubage exact des troncs de bois comporte des difficultés considérables par suite de la diversité de leur forme. On emploie des méthodes xylométriques, stratimétriques, hydrostatiques etc. qui sont coûteuses.

L'auteur signale son projet de l'instrument déterminant directement le volume

$$V=\frac{\pi}{4}\oint_0^{h\cdot\lambda}\delta^2(x)\,dx, \tag{*}$$

où $\delta(x)$ désigne le diamètre à la distance x de la base, $\lambda\cdot h$ — la longueur d'une certaine courbe parallèle à la génératrice du tronc et qui est celle d'intégration.

L'erreur que commet l'instrument se compose d'un sommande fixe qui dépend de la courbe d'intégration et d'un sommande variable qui dépend de l'écart de la forme du tronc de celle d'un solide de révolution. Le premier de ces sommande se laisse déterminer d'une manière très exacte et compenser au mesurage. Le second peut être fortement diminué en doublant le mesurage le long de la coupure longitudinale, normale à la première (la même erreur et le même procédé de la diminuer affectant d'ailleurs la méthode stratimétrique).

L'instrument est formé de deux tambours embrassant le tronc et roulant sur lui. Une simple construction — qui diffère du momentoplanimètre d'Amsler par ce qu'elle est plus massive, conformément aux conditions de son emploi — met le disque compteur en rotation dont l'angle est, après le passage du tronc entre les tambours, proportionnel à l'intégrale (*).

SÉANCE DU 5 MARS 1948

Z. Moroń. *Estimation des restes des séries de Taylor des fonctions de plusieurs variables dans les ordinations rectangulaires et autres.*

Soit $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ une fonction de n variables indépendantes admettant un nombre convenable de derivées partielles. Elle se laisse représenter en série potentielle (finie):

$$(1)\quad \begin{aligned} f(x_1+h_1, x_2+h_2, \dots, x_n+h_n) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \\ &+ \sum_{r_1=1}^{p_1} \sum_{r_2=1}^{p_2} \dots \sum_{r_n=1}^{p_n} \frac{\partial^{r_1+r_2+\dots+r_n} f}{\partial x_1^{r_1} \partial x_2^{r_2} \dots \partial x_n^{r_n}} \frac{h_1^{r_1} h_2^{r_2} \dots h_n^{r_n}}{r_1! r_2! \dots r_n!} + R. \end{aligned}$$

Une telle ordination des termes est dite (d'après le cas de 2 variables) *rectangulaire.*

L'ordination usuelle, la plus fréquente, est la suivante:

$$(2)\quad \begin{aligned} f(x_1+h_1, x_2+h_2, \dots, x_n+h_n) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \\ &+ \sum_{(r_1, r_2, \dots, r_n)} \frac{\partial^{r_1+r_2+\dots+r_n} f}{\partial x_1^{r_1} \partial x_2^{r_2} \dots \partial x_n^{r_n}} \frac{h_1^{r_1} h_2^{r_2} \dots h_n^{r_n}}{r_1! r_2! \dots r_n!} + R_p, \end{aligned}$$

où $(r_1, r_2, \dots, r_n)$ parcourt tous les systèmes tels que $r_1+r_2+\dots$ $\dots+r_n \leqslant p$. Dans le cas de 2 variables, cette ordination s'appelle *triangulaire.*

On envisage aussi d'autres ordinations, par exemple (2) avec $a_1 r_1 + a_2 r_2 + \dots + a_n r_n \leqslant p$, où les nombres r_i sont des entiers et les coefficients a_i sont des entiers donnés d'avance.

L'auteur déduit et compare les différents restes dont certaines formes sont assez compliquées.

Ainsi, par exemple, dans le cas de 2 variables en ordination rectangulaire, le reste est de la forme:

$$(3)\quad \begin{aligned} R_{p_1, p_2} &= \frac{1}{p_1!} \int_0^{h_1} \frac{\partial^{p_1+1} f(x_1+t_1, x_2)}{\partial x_1^{p_1+1}} (h_1-t)^{p_1} dt_1 + \\ &+ \frac{1}{p_2!} \int_0^{h_2} \frac{\partial^{p_2+1} f(x_1, x_2+t_2)}{\partial x_2^{p_2+1}} (h_2-t)^{p_2} dt_2 + \\ &+ \frac{1}{p_1! p_2!} \int_0^{h_2} \int_0^{h_1} \frac{\partial^{p_1+p_2+2} f(x_1+t_1, x_2+t_2)}{\partial x_1^{p_1+1} \partial x_2^{p_2+1}} (h_1-t_1)^{p_1} (h_2-t_2)^{p_2} dt_1\, dt_2. \end{aligned}$$

La formule correspondante pour 3 variables se compose de $2^3-1=7$ intégrales.

On peut appliquer ces formules aux évaluations approchées d'intégrales multiples et aux estimations d'erreurs y commises.

SÉANCE DU 12 MARS 1948

E. Marczewski. *Sur un théorème de* Banach *et ses conséquences.*

L'ainsi dit *problème géneralisé de la mesure* peut être formulé comme suit:

Quels sont les nombres cardinaux $\mathfrak{n}$ satisfaisant à la condition:

(ν) Toute mesure finie et dénombrablement additive, définie dans le corps de tous les sous-ensembles d'un ensemble de puissance $\mathfrak{n}$ et qui est nulle pour les ensembles à un élément, est identiquement nulle.

La note posthume de Banach[5]) suggère d'envisager la condition assez proche qui est la suivante:

(ν^*) Il existe une suite $\boldsymbol{E}=\{E_n\}$ à $\mathfrak{n}$ atomes[6]) non-vides telle que toute mesure finie et dénombrablement additive, définie dans le plus petit σ-corps contenant $\boldsymbol{E}$ et qui est nulle pour tout atome de $\boldsymbol{E}$, est identiquement nulle.

[5]) S. Banach, *Sur les suites d'ensembles excluant l'existence d'une mesure,* ce volume, p. 103-108.

[6]) Pour la définition, voir ibidem, p. 104.

Il est aisé de voir que (ν^*) entraîne (ν), mais on ignore si la réciproque (pour $\mathfrak{n}$ ne dépassant pas la puissance du continu) est vraie.

Un espace métrique X est dit *absolument de mesure nulle* lorsque toute mesure borelienne finie, définie dans X et s'annulant pour les ensembles à un point, s'annule identiquement [7]).

En complétant un théorème connu [8]), on peut démontrer que

I. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre cardinal* $\mathfrak{n}$ *satisfasse à* (ν) *est l'existence d'un espace métrique de puissance* $\mathfrak{n}$ *et qui soit absolument de mesure nulle.*

Le théorème contenu dans la note précitée de Banach entraîne facilement le suivant:

II. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre cardinal* $\mathfrak{n}$ *satisfasse à* (ν^*) *est l'existence d'un espace métrique séparable de puissance* $\mathfrak{n}$ *et qui soit absolument de mesure nulle.*

M. Nosarzewska. *Sur un problème combinatoire de Banach* (supplément à la communication du 13. II. 1948 [9])).

SÉANCE DU 19 MARS 1948

A. Mostowski (Varsovie). *Une généralisation des ensembles projectifs.*

Soient H un ensemble quelconque et R une famille de sous-ensembles de la somme $H+H^2+H^3+\dots$ où $H^2=H\times H$, $H^3=H\times H\times H$, ... Les classes d'ensembles projectifs par rapport à R sont définies comme il suit: $P_0=Q_0=R$; $P_{n+1}=$ classe des projections (sur un „hyperplan" quelconque) des ensembles appartenant à Q_n; $Q_{n+1}=$ classe des complémentaires des ensembles appartenant à P_{n+1}.

Admettons que la classe R est close par rapport à l'addition, soustraction, multiplication cartésienne et une opération (facile à définir) dite permutation des axes. Admettons aussi que R contient l'ensemble H et la „diagonale", c'est-à-dire l'ensemble $\underset{xy}{E}[x=y]$. Les classes P_n et Q_n jouissent alors des propriétés analogues à celles des ensembles projectifs ordinaires [10]).

Il est facile aussi de généraliser la théorie des fonctions universelles et de prouver que, sous des conditions très générales, on a $P_n \neq P_{n+1}$ pour $n=0,1,2,\dots$

Une application de cette théorie a été donnée par l'auteur ailleurs [11]).

---

[7]) Voir ibidem, p. 104 et 108.

[8]) Voir par exemple W. Sierpiński et E. Szpilrajn-Marczewski, *Remarque sur le problème de la mesure*, Fundamenta Mathematicae 26 (1936), p. 256-261, en particulier p. 259, II.

[9]) Voir ce fascicule, p. 250.

[10]) Cf. C. Kuratowski, *Topologie I* (2-me édition), Monografie Matematyczne, Warszawa-Wrocław 1948, p. 360-385.

[11]) A. Mostowski, *On definable sets of positive integers*, Fundamenta Mathematicae 34 (1947), p. 81-112.