et notre assertion est une conséquence immédiate du fait que l'intégrale est étendue à toutes les valeurs possibles des variables η_k (mod 2π).

Or il est bien connu que, $I_p(\varrho)$ étant sous-harmonique, $\log I_p(\varrho)$ est une fonction convexe de $\log \varrho$ et, puisque $M(t) = \lim [I_p(t)]^{1/p}$, il suffit de faire croître p indéfiniment pour obtenir le résultat annoncé.

REMARQUE SUR UNE HYPOTHÈSE DES CHINOIS CONCERNANT LES NOMBRES $(2^n-2)/n$

PAR

W. SIERPIŃSKI (VARSOVIE)

Les mathématiciens chinois pensaient que le nombre $(2^n-2)/n$ ne peut pas être entier lorsque n est un nombre composé.

M. Banachiewicz[1]) a trouvé en 1909 cinq nombres naturels $n \leqslant 2000$ pour lesquels l'hypothèse des Chinois est en défaut[2]). Le plus petit de ces nombres est $341 = 11 \cdot 31$.

Je vais établir ici *l'existence d'une infinité de nombres composés n pour lesquels $(2^n-2)/n$ est un entier.*

A ce but, puisqu'il existe

(*) *un nombre impair composé n pour lequel $(2^n-2)/n$ est un entier,*

il suffit de montrer que, pour tout n jouissant de la propriété (*), il existe un $k > n$ qui en jouit aussi. Or, il suffit de poser:

$$k = 2^n - 1.$$

En effet, soit q un diviseur de n et $1 < q < n$. Alors, on a d'abord $1 < 2^q - 1 < 2^n - 1 = k$ et on voit sans peine que $2^q - 1$ est un diviseur du nombre k, qui est par conséquent composé et par définition impair. Enfin, n étant impair par hypothèse, $(2^n-2)/n$ est évidemment pair et par conséquent sa moitié $m = (2^{n-1}-1)/n$ est un entier; comme $2^{n-1} - 1 = mn$, on a:

$$2^{k-1} = 2^{2(2^{n-1}-1)} = 2^{2mn} = (2^n)^{2m}, \quad \text{d'où} \quad 2^{k-1} - 1 = (2^n)^{2m} - 1,$$

de sorte que $2^{k-1} - 1$ est divisible par $2^n - 1 = k$ et il est évidemment de-même du nombre $2(2^{k-1}-1) = 2^k - 2$, c.-à-d. $(2^k-2)/k$ est un entier. Ainsi, k jouit de la propriété (*), c. q. f. d.

[1]) T. Banachiewicz, Comptes rendus de la Soc. des Sc. et de Lettres de Varsovie, Classe III, Année 2 (1909), p. 9.

[2]) La Rédaction vient d'apprendre par une lettre récente de M. Banachiewicz qu'il y en a exactement sept (mais qu'il n'en a trouvé le troisième et le quatrième que plus tard), à savoir: $341 = 11 \cdot 31$, $561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$, $645 = 3 \cdot 5 \cdot 43$, $1105 = 5 \cdot 13 \cdot 17$, $1387 = 19 \cdot 73$, $1729 = 7 \cdot 13 \cdot 19$ et $1905 = 3 \cdot 5 \cdot 127$.