ACTA ARITHMETICA
LXXI.2 (1995)

Répartition des fonctions q-multiplicatives dans la suite $([n^c])_{n\in\mathbb{N}}$, $c>1$

par

Christian Mauduit (Marseille) et Joël Rivat (Villeurbanne)

1. Introduction. On note U le groupe multiplicatif des nombres complexes de module 1 et q un nombre entier supérieur ou égal à 2.

On appelle fonction *q-multiplicative* une fonction $\chi:\mathbb{N}\to U$ telle que si $(a,b,k)\in\mathbb{N}^3$ et $b<q^k$, alors $\chi(q^ka+b)=\chi(q^ka)\chi(b)$.

Une fonction q-multiplicative est donc entièrement déterminée par la donnée de sa valeur sur l'ensemble $\{jq^k : (j,k)\in\{0,\ldots,q-1\}\times\mathbb{N}\}$ car si $n=\sum_{k\in\mathbb{N}} j_kq^k$ (avec $j_k\in\{0,\ldots,q-1\}$ pour tout $k\in\mathbb{N}$), alors $\chi(n)=\prod_{k\in\mathbb{N}}\chi(j_kq^k)$.

Les exemples les plus simples de fonctions q-multiplicatives sont les fonctions $\chi(n)=\exp(2i\pi n\alpha)$ et $\chi(n)=\exp(2i\pi s_q(n)\alpha)$ où $\alpha\in\mathbb{R}$ et $s_q(n)$ désigne la somme des chiffres du nombre entier n écrit en base q.

Cette notion a été introduite en 1948 par R. Bellman et H. N. Shapiro dans [1]. Les propriétés arithmétiques, spectrales et ergodiques des fonctions q-multiplicatives ont depuis été étudiées par de nombreux auteurs : [2]–[4], [7], [9], [12]–[15], [17], [20], ...

En 1968, A. O. Guelfond a montré dans [7] que pour tout polynôme P à coefficients entiers positifs de degré 1, la suite $(s_q(P(n)))_{n\in\mathbb{N}}$ est bien répartie dans les progressions arithmétiques en donnant des estimations précises des sommes trigonométriques associées. Lorsque le degré de P est supérieur à 1, le problème devient extrêmement difficile et on ne connaît aucun résultat analogue dans ce cas.

Le but de ce travail est de préciser la répartition des fonctions q-multiplicatives dans la suite $([n^c])_{n\in\mathbb{N}}$, $c>1$. On peut considérer cette suite comme un cas intermédiaire entre les polynômes de degré 1 et ceux de degré 2.

Notons que les propriétés arithmétiques de cette suite ont été étudiées à partir de 1953 par I. Piatetski-Shapiro qui a montré en particulier dans [19] que $\#\{n\le x : [n^c] \text{ est un nombre premier}\}\sim x/(c\ln x)$ pour tout $c\in[1,12/11[$. Ce résultat a depuis été amélioré par [10], [11], [8], [16] et [22].

Lorsque $\chi(n) = \exp(2i\pi n\alpha)$ des estimations de la somme trigonométrique $\sum_{1\le n\le x}\chi([n^c])$ valables pour tout $c > 1$ ont été données par J. M. Deshouillers en 1973 (voir [5]) et dans ce contexte plus général, lié à l'obtention de théorèmes ergodiques pour des suites extraites, récemment par R. Nair (voir [18]).

Nous montrons le théorème suivant :

Théorème. *Soit χ une fonction q-multiplicative et c un nombre réel, $c \in [1, 4/3[$. Alors, en posant $\gamma = 1/c$, on a pour $\varepsilon = \varepsilon(\gamma) > 0$ assez petit*

$$\sum_{1\le n\le x} \chi([n^c]) = \gamma \sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)m^{\gamma-1} + O_\gamma(x^{1-\varepsilon}).$$

Il en résulte en particulier les corollaires suivants (on désigne par $s_q(n)$ la somme des chiffres du nombre entier n écrit en base q) :

Corollaire 1. *Si $c \in [1, 4/3[$, alors la suite $(s_q([n^c])\alpha)_{n\in\mathbb{N}}$ est équirépartie modulo 1 pour tout nombre irrationnel α.*

Corollaire 2. *Si $c \in [1, 4/3[$, alors pour tout $(a, m) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}^*$ on a*

$$\lim_{N\to+\infty} \frac{1}{N}\#\{n < N : s_q([n^c]) \equiv a \pmod m\} = \frac{1}{m}.$$

2. Démonstration du théorème

2.1. *Détection de la suite $[n^c]$.* Soit $c > 1$ et $\gamma = 1/c$. On a

$$\begin{aligned} m = [n^c] &\Leftrightarrow m \le n^c < m + 1 \\ &\Leftrightarrow m^\gamma \le n < (m + 1)^\gamma \\ &\Leftrightarrow -(m + 1)^\gamma < -n \le -m^\gamma \\ &\Leftrightarrow [-m^\gamma] - [-(m + 1)^\gamma] = 1. \end{aligned}$$

Par conséquent,

$$\sum_{1\le n\le x} \chi([n^c]) = \sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)([-m^\gamma] - [-(m + 1)^\gamma]).$$

2.2. *Terme principal. Terme d'erreur.* Soit $\psi(x) = x - [x] - 1/2$. On a l'égalité

$$\begin{aligned} \sum_{1\le n\le x} \chi([n^c]) = &\sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)((m + 1)^\gamma - m^\gamma) \\ &+ \sum_{1\le n\le x^c} \chi(m)(\psi(-(m + 1)^\gamma) - \psi(-m^\gamma)). \end{aligned}$$

On a

$$\sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)((m + 1)^\gamma - m^\gamma) = \gamma \sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)m^{\gamma-1} + O_\gamma(1)$$

ce qui nous donne le terme principal.

Reste à démontrer

$$\sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)(\psi(-(m+1)^\gamma) - \psi(-m^\gamma)) = O_\gamma(x^{1-\varepsilon}).$$

2.3. *Passage aux sommes trigonométriques.* Pour tout nombre réel x, on pose $e(x) = \exp(2i\pi x)$.

Nous utilisons maintenant une approximation classique de $\psi(x)$, sous la forme donnée par Vaaler (voir [23], théorème A.6 de [6]) :

Lemme 1. *Soit $H > 0$. Il existe des suites a_h et b_h telles que $\psi(x) = \psi^*(x) + O(\delta(x))$ avec*

$$\psi^*(x) = \sum_{1\le |h|\le H} \frac{a_h}{h} e(hx), \qquad |a_h| \ll 1,$$

$$\delta(x) = \sum_{|h|\le H} \frac{b_h}{H} e(hx), \qquad |b_h| \ll 1.$$

Ce lemme nous ramène à démontrer les estimations suivantes :

$$\sum_{1\le m\le x^c} \chi(m)(\psi^*(-(m+1)^\gamma) - \psi^*(-m^\gamma)) = O_\gamma(x^{1-\varepsilon}),$$

$$\frac{1}{H}\sum_{|h|\le H} \Big| \sum_{1\le m\le x^c} e(hm^\gamma)\Big| = O_\gamma(x^{1-\varepsilon}).$$

Par découpage dyadique de l'intervalle $[1, x^c]$, il suffit de démontrer en fait

$$S_1 := \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)(\psi^*(-(m+1)^\gamma) - \psi^*(-m^\gamma)) = O_\gamma(M^{1-\varepsilon}),$$

$$S_2 := \frac{1}{H}\sum_{|h|\le H} \Big| \sum_{M\le m\le M'} e(hm^\gamma)\Big| = O_\gamma(M^{\gamma-\varepsilon})$$

pour tout $M \in [1, x^c]$ et tout M' tel que $M < M' \le 2M$.

2.4. *Majoration d'une somme d'exponentielles.* Nous allons utiliser le théorème 2.9 de [6] avec $q = 0$.

Lemme 2. *Soit $A \ne 0$ et $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \ne 0, 1, 2$. Soit $N \ge 1$ et N' tel que $N < N' \le 2N$. Alors on a l'estimation*

$$\sum_{N\le n\le N'} e(An^\alpha) \ll |A|^{1/2} N^{\alpha/2} + |A|^{-1} N^{1-\alpha}.$$

2.5. *Majoration de S_2.* D'après le lemme 2 on a

$$S_2 \ll \frac{1}{H} \sum_{0<|h|\le H} (h^{1/2}M^{\gamma/2} + h^{-1}M^{1-\gamma}) + M/H$$
$$\ll \left(H^{1/2}M^{\gamma/2} + \frac{\ln H}{H}M^{1-\gamma}\right) + M/H.$$

On choisit $H = M^{1-\gamma+\varepsilon}$, d'où

$$S_2 \ll M^{1/2+\varepsilon/2} + M^{\gamma-\varepsilon}.$$

Donc pour ε suffisamment petit et $\gamma > 1/2$ on a $S_2 \ll M^{\gamma-\varepsilon}$, ce qui termine la majoration de S_2.

2.6. *Transformation de S_1*

$$S_1 = -\sum_{1<|h|\le H} \frac{a_h}{h} \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)(e(-hm^\gamma) - e(-h(m+1)^\gamma)).$$

On définit $\phi_h(x) = 1 - e(h(x^\gamma - (x+1)^\gamma))$ et on obtient

$$\begin{aligned} S_1 &= -\sum_{1<|h|\le H} \frac{a_h}{h} \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)e(-hm^\gamma)\phi_m(m) \\ &= -\sum_{1<|h|\le H} \frac{a_h}{h}\phi_h(M') \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)e(-hm^\gamma) \\ &\quad + \int_M^{M'} \sum_{1<|h|\le H} \frac{a_h}{h} \cdot \frac{\partial\phi_h(x)}{\partial x} \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)e(-hm^\gamma)\, dx. \end{aligned}$$

Pour $x \in [M, 2M]$ on a

$$\phi_h(x) \ll hM^{\gamma-1}, \qquad \partial\phi_h(x)/\partial x \ll hM^{\gamma-2}.$$

Donc on a

$$S_1 \ll M^{\gamma-1} \max_{M'\in[M,2M]} \sum_{0<h\le H} \Big| \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)e(-hm^\gamma)\Big|.$$

Il suffit donc de démontrer, pour $M' \in [M, 2M]$ et $|\varepsilon_h| = 1$ l'estimation $S_1' \ll M^{1-\varepsilon}$ où

$$S_1' = \sum_{0<h\le H} \varepsilon_h \sum_{M\le m\le M'} \chi(m)e(hm^\gamma).$$

2.7. *χ est q-multiplicative.* On pose $m = q^k a + b$, et on remplace la sommation sur m par une sommation sur a et b.

Soit k un entier ≥ 1 et $B = q^k$. On suppose $B \leq M$. Par la division euclidienne, on a

$$M = AB - R \qquad \text{avec } 0 \leq R < B,$$
$$M' = A'B + R' \qquad \text{avec } 0 \leq R' < B.$$

Donc

$$\begin{aligned} S'_1 &= \sum_{0<h\leq H} \varepsilon_h \sum_{AB\leq m<A'B} \chi(m)e(hm^\gamma) + O(HB) \\ &= \sum_{0<h\leq H} \varepsilon_h \sum_{A\leq a<A'} \sum_{0\leq b<B} \chi(Ba+b)e(h(Ba+b)^\gamma) + O(HB). \end{aligned}$$

Or χ est q-multiplicative, donc on a

$$\chi(Ba+b) = \chi(q^k a + b) = \chi(Ba)\chi(b)$$

puisque $b < q^k$. Par conséquent,

$$S'_1 = \sum_{0<h\leq H} \varepsilon_h \sum_{A\leq a<A'} \sum_{0\leq b<B} \chi(Ba)\chi(b)e(h(Ba+b)^\gamma) + O(HB)$$

avec $A \leq A' \leq 2A$, $M \leq AB \leq 2M$.

2.8. *Séparation des variables a et b.* On a

$$\begin{aligned} h(Ba+b)^\gamma &= hB^\gamma a^\gamma \left(1 + \frac{b}{Ba}\right)^\gamma \\ &= hB^\gamma a^\gamma \left(1 + \gamma\frac{b}{Ba} + \tfrac{1}{2}\gamma(\gamma-1)\frac{b^2}{B^2a^2} + O_\gamma\left(\frac{b^3}{B^3a^3}\right)\right) \\ &= hB^\gamma a^\gamma + \gamma hbB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} \\ &\quad + \tfrac{1}{2}\gamma(\gamma-1)hb^2B^{\gamma-2}a^{\gamma-2} + O_\gamma(HB^3M^{\gamma-3}), \end{aligned}$$

donc $e(h(Ba+b)^\gamma) = e\big(hB^\gamma a^\gamma + \gamma hbB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} + \frac{1}{2}\gamma(\gamma-1)hb^2B^{\gamma-2}a^{\gamma-2}\big) + O_\gamma(HB^3M^{\gamma-3})$, ce qui donne, en remplaçant dans S'_1,

$$\begin{aligned} S'_1 = &\sum_{0<h\leq H} \varepsilon_h \sum_{A\leq a<A'} \sum_{0\leq b<B} \chi(Ba)\chi(b) \\ &\times e\big(hB^\gamma a^\gamma + \gamma hbB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} + \tfrac{1}{2}\gamma(\gamma-1)hb^2B^{\gamma-2}a^{\gamma-2}\big) \\ &+ O(HB) + O_\gamma(H^2B^3M^{\gamma-2}). \end{aligned}$$

En faisant l'hypothèse $B \leq M^{(1+\gamma)/3-2\varepsilon}$, on a l'estimation souhaitée pour les termes d'erreur intervenant dans S'_1 (rappelons que $\gamma > 1/2$). Il reste donc à estimer

$$\begin{aligned} S := &\sum_{0<h\leq H} \varepsilon_h \sum_{A\leq a<A'} \sum_{0\leq b<B} \chi(Ba)\chi(b) \\ &\times e\big(hB^\gamma a^\gamma + \gamma hbB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} + \tfrac{1}{2}\gamma(\gamma-1)hb^2B^{\gamma-2}a^{\gamma-2}\big). \end{aligned}$$

2.9. *"Lissage" de la variable a.* Par Cauchy–Schwarz, on a

$$S^2 \ll HA \sum_{0<h\le H} \sum_{A\le a<A'} \Big| \sum_{0\le b<B} \chi(b) \times e(\gamma hbB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} + \tfrac{1}{2}\gamma(\gamma-1)hb^2B^{\gamma-2}a^{\gamma-2})\Big|^2.$$

On pourrait maintenant développer simplement le carré, mais il est plus agréable de faire appel à l'inégalité de Weyl–van der Corput :

Lemme 3. *Soit $L > K$, $Q > 0$ et z_k des nombres complexes. On a l'inégalité*

$$\Big| \sum_{K\le k<L} z_k \Big|^2 \le \Big(2 + \frac{L-K}{Q}\Big) \sum_{|q|<Q} \Big(1 - \frac{|q|}{Q}\Big) \sum_{\substack{k \\ K\le k-q, k+q<L}} z_{k+q}\overline{z_{k-q}}.$$

La preuve de ce lemme est similaire à la preuve du lemme 2.5 de [6].

On a maintenant, pour $Q \le B$,

$$S^2 \ll \frac{HAB}{Q} \sum_{0<h\le H} \sum_{|q|<Q} \sum_{\substack{b \\ 0\le b-q, b+q<B}} \Big| \sum_{A\le a<A'} e(2\gamma hqB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} + 2\gamma(\gamma-1)hbqB^{\gamma-2}a^{\gamma-2})\Big|,$$

d'où

$$S^2 \ll \frac{H^2M^2}{Q} + \frac{HM}{Q} \times \sum_{0<h\le H} \sum_{0<q<Q} \sum_{\substack{b \\ 0\le b-q<B \\ 0\le b+q<B}} \Big| \sum_{A\le a<A'} e(2\gamma hqB^{\gamma-1}(a^{\gamma-1} + (\gamma-1)bB^{-1}a^{\gamma-2}))\Big|.$$

2.10. *Fin de la majoration.* Nous allons achever la majoration de S en appliquant le lemme classique suivant, dû à Kuz'min et Landau (voir théorème 2.1 de [6]).

Lemme 4. *Soit I un intervalle sur lequel la fonction f est continument dérivable de dérivée f' monotone et vérifie*

$$\|f'\| = \min_{n\in\mathbb{Z}} \{|f'(i) - n| : i \in I\} \ge \lambda > 0.$$

On a alors

$$\sum_{i\in I} e(f(i)) \ll \lambda^{-1}.$$

Posons donc

$$f(a) = 2\gamma hqB^{\gamma-1}a^{\gamma-1} + 2\gamma(\gamma-1)hbqB^{\gamma-2}a^{\gamma-2}.$$

On a

$$f'(a) = 2\gamma(\gamma-1)hqB^{\gamma-1}a^{\gamma-2}\left(1+(\gamma-2)\frac{b}{aB}\right)$$

et donc si $A \ge 3, f'$ est monotone sur $[A, A'[$ et

$$\|f'(a)\| \ge \gamma^2(1-\gamma)hqBM^{\gamma-2}$$

dès que l'on choisit (B,Q) tel que $BQ = o(M^{1-\varepsilon})$. On a alors, grâce au lemme 4,

$$\sum_{A\le a<A'} e(f(a)) \ll \frac{1}{hqBM^{\gamma-2}},$$

d'où on déduit

$$S^2 \ll \frac{H^2M^2}{Q} + \frac{HM^{3-\gamma}}{Q}\ln H \ln Q \ll \frac{M^{4-2\gamma+2\varepsilon}}{Q} + \frac{M^{4-2\gamma}}{Q}(\ln M)^2.$$

Choisissons $Q = M^{2-2\gamma+4\varepsilon}$; on a donc $S^2 \ll M^{2-2\varepsilon} + M^{2-4\varepsilon}(\ln M)^2$, d'où pour M assez grand $S \ll M^{1-\varepsilon}$.

On vérifie maintenant sans peine que si $\gamma \in\ ]3/4, 1[$, les conditions imposées sont compatibles, c'est-à-dire qu'il existe $\varepsilon > 0$ et $u > 0$ tels que

$$B = M^u, \qquad M^{2-2\gamma+4\varepsilon} = Q \le B \le M^{(1+\gamma)/3-2\varepsilon}$$

et

$$B = o\left(\frac{M^{1-\varepsilon}}{Q}\right) = o(M^{2\gamma-1-5\varepsilon}).$$

Ceci achève la démonstration du théorème.

3. Démonstration des corollaires. Les corollaires 1 et 2 résultent du critère de Weyl (voir [21]) et de la proposition suivante :

Proposition. *Soit c un nombre réel, $c > 1$, et α un nombre réel non entier. Alors en posant $\gamma = 1/c$ on a*

$$\sum_{1\le m\le x^c} e(s_q(m)\alpha)m^{\gamma-1} = o(x).$$

Par le lemme d'Abel on a

$$\sum_{1\le m\le x^c} e(s_q(m)\alpha)m^{\gamma-1}$$

$$= x^{c(\gamma-1)}\sum_{1\le m\le x^c} e(s_q(m)\alpha) + (1-\gamma)\int_1^{x^c}\sum_{1\le m\le u} e(s_q(m)\alpha)u^{\gamma-2}\,du.$$

Posons $S(N) = \sum_{m<N} e(s_q(m)\alpha)$. On remarque que $S(q^n) = (\sum_{j<q} e(j\alpha))^n$ et donc que

$$|S(q^n)| = K^n \qquad \text{où } K = \left|\frac{\sin 2\pi q\alpha}{\sin 2\pi\alpha}\right| < q.$$

Par ailleurs, si

$$N=\sum_{k=1}^{l} j_k q^{N_k}$$

est l'écriture de N en base q, on vérifie facilement que

$$S(N)=\sum_{k=1}^{l}\sum_{j_1+\ldots+j_{k-1}\le j<j_1+\ldots+j_k} e(j\alpha)S(q^{N_k})$$

et donc

$$|S(N)|\le\sum_{k=1}^{l} j_k K^{N_k}\le\frac{q-1}{K-1}K^{N_1+1}\le\frac{(q-1)K}{K}N^{\theta}$$

où $\theta=\log_q K$.

Ceci nous montre donc que

$$\Big|\sum_{1\le m\le x^c} e(s^q(m)\alpha)\Big|\ll x^{c\theta}$$

et

$$\Big|\int_1^{x^c}\sum_{1\le m\le u} e(s_q(m)\alpha)u^{\gamma-2}\,du\Big|\ll\int_1^{x^c}u^{\theta+\gamma-2}\,du.$$

On en déduit

$$\sum_{1\le m\le x^c} e(s_q(m)\alpha)m^{\gamma-1}\ll\max(1,x^{1-(1-\theta)c}),$$

ce qui démontre la proposition.

Références

[1] R. Bellman and H. N. Shapiro, *A problem in additive number theory*, Ann. of Math. 49 (1948), 333–340.

[2] J. Coquet, *Contributions à l'étude harmonique des suites arithmétiques*, Thèse d'Etat, Orsay, 1978.

[3] J. Coquet, T. Kamae et M. Mendès France, *Sur la mesure spectrale de certaines suites arithmétiques*, Bull. Soc. Math. France 105 (1977), 369–384.

[4] H. Delange, *Sur les fonctions q-additives ou q-multiplicatives*, Acta Arith. 21 (1972), 285–298.

[5] J. M. Deshouillers, *Problème de Waring avec exposants non entiers*, Bull. Soc. Math. France 101 (1973), 285–295.

[6] S. W. Graham and G. Kolesnik, *Van der Corput's Method of Exponential Sums*, London Math. Soc. Lecture Note Ser. 126, Cambridge University Press, 1991.

[7] A. O. Guelfond, *Sur les nombres qui ont des propriétés additives et multiplicatives données*, Acta Arith. 13 (1968), 259–265 (en russe).

[8] D. R. Heath-Brown, *The Piatetski-Shapiro Prime Number Theorem*, J. Number Theory 16 (1983), 242–266.
[9] M. Keane, *Generalized Morse sequences*, Z. Wahrsch. Verw. Gebiete 10 (1968), 259–265.
[10] G. A. Kolesnik, *The distribution of primes in sequences of the form* $[n^c]$, Mat. Zametki 2 (1967), 117–128 (en russe).
[11] —, *Primes of the form* $[n^c]$, Pacific J. Math. 118 (1985), 437–447.
[12] E. Lesigne et C. Mauduit, *Propriétés ergodiques des suites q-multiplicatives*, preprint.
[13] E. Lesigne, C. Mauduit et B. Mossé, *Le théorème ergodique le long d'une suite q-multiplicative*, Compositio Math., à paraître.
[14] P. Liardet, *Regularities of distributions*, ibid. 61 (1987), 267–293.
[15] —, *Propriétés harmoniques de la numération, suivant Jean Coquet*, dans : Colloque de Théorie Analytique des Nombres "Jean Coquet", Publ. Math. Orsay, Orsay, 1988.
[16] H. Q. Liu and J. Rivat, *On the Piatecki-Shapiro prime number theorem*, Bull. London Math. Soc. 24 (1992), 143–147.
[17] B. Mossé, *q-adic spectral analysis of some arithmetic sequences*, Theoret. Comput. Sci. 65 (1989), 249–263.
[18] R. Nair, *On integers and recurrence*, preprint.
[19] I. Piatetski-Shapiro, *On the distribution of prime numbers in sequences of the form* $[f(n)]$, Mat. Sb. 33 (1953), 559–566 (en russe).
[20] M. Queffélec, *Mesures spectrales associées à certaines suites arithmétiques*, Bull. Soc. Math. France 107 (1979), 385–421.
[21] G. Rauzy, *Propriétés de suites arithmétiques*, Presses Universitaires de France, collection SUP, Paris, 1976.
[22] J. Rivat, *Autour d'un problème de Piatetski-Shapiro* (*nombres premiers dans la suite* $[n^c]$), thèse de Doctorat, Université Paris Sud, 1992.
[23] J. D. Vaaler, *Some extremal functions in Fourier analysis*, Bull. Amer. Math. Soc. 12 (1985), 183–216.

LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES DISCRÈTES
CNRS, UPR 9016
163 AVENUE DE LUMINY, CASE 930
13 288 MARSEILLE CEDEX 9, FRANCE

INSTITUT GÉRARD DESARGUES
MATHÉMATIQUES
BÂT. 101
43 BOULEVARD DU ONZE NOVEMBRE 1918
69 622 VILLEURBANNE CEDEX, FRANCE
E-mail: RIVAT@CAISSA.UNIV-LYON1.FR

Reçu le 14.6.1994
et révisé le 4.10.1994 (2627)